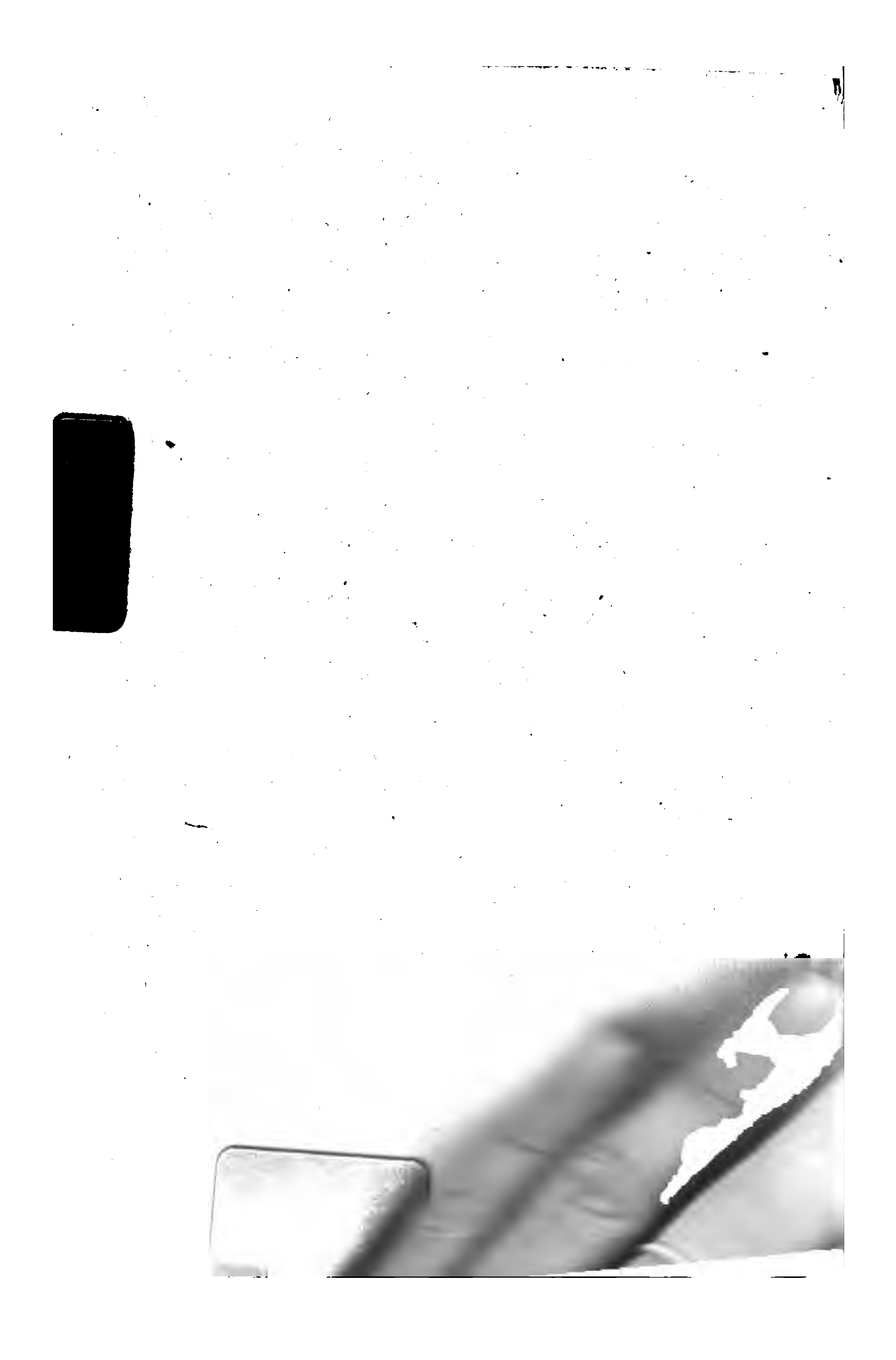

NYPL RESEARCH LIBRARIES
3 3433 06911285 6









HANDBUCH

DER

GEOGRAPHISCHEN ORTSBESTIMMUNG

FÜR

GEOGRAPHEN UND FORSCHUNGSREISENDE

VON

DR. ADOLF MARCUSE
PRIVATDOZENT AN DER UNIVERSITÄT BERLIN

MIT 54 IN DEN TEXT EINGEDRUCKTEN ABBILDUNGEN
UND 2 STERNKARTEN

BRAUNSCHWEIG
DRUCK UND VERLAG VON FRIEDRICH VIEWEG UND SOHN
1905

ANKÜNDIGUNG.

Dieses Handbuch der geographischen Ortsbestimmung ist seiner ganzen Anlage entsprechend für Geographen, Forschungsreisende, Studierende der mathematisch-naturwissenschaftlichen Fächer, Lehrer des mathematisch-geographischen Unterrichts, für Luftschiffer usw. bestimmt. Es behandelt die wichtigsten und praktischsten Methoden zur Bestimmung von Zeit, Breite, Länge und Azimut auf Reisen und bringt zugleich eine große Zahl vollständiger Beispiele für derartige geographisch-astronomische Ermittelungen. Dabei ist der neueren Entwickelung der geographischen Ortsbestimmung auf Landreisen und Luftfahrten nach Möglichkeit Rechnung getragen und außerdem noch in drei besonderen Abschnitten des Anhanges die Berechnung von Ortsbestimmungen ohne Logarithmentafeln (Mercatorfunktionen), die Ausführung derselben ohne winkelmessende Instrumente (Fadengestelle) und die ganz neue Art der astronomischen Orientierung im Luftballon mit Angabe von Beispielen methodisch dargestellt.

Zur Einführung in den letzten und wichtigsten Teil, der von den Methoden zur geographischen Ortsbestimmung handelt (vierter Teil und Anhang), dienen die drei ersten Hauptabschnitte, welche die Grundbegriffe der astronomischen Geographie sowie die rechnerischen und instrumentellen Hilfsmittel zur Ortsbestimmung bringen. Endlich ist das Handbuch außer mit zahlreichen Textabbildungen (54) noch mit zwei Sternkarten zur bequemen Orientierung am Himmel und mit wichtigen Tafeln behufs schneller Berechnung der Beobachtungen ausgestattet.

Braunschweig, im Juli 1905.

Friedrich Vieweg und Sohn.

HANDBUCH

DER

GEOGRAPHISCHEN ORTSBESTIMMUNG

FÜR

GEOGRAPHEN UND FORSCHUNGSREISENDE

INHALTSVERZEICHNIS.

Erster Teil.

Grundbegriffe der astronomischen Geographie.

Zweiter Teil.

Rechnerische Hilfsmittel zur geographischen Ortsbestimmung.

[1]) Nach Drucklegung des vorliegenden Handbuches ist noch eine neue handliche Tafel- und Formelsammlung erschienen, auf welche hier ausdrücklich hingewiesen sei. Dieselbe führt den Titel: F. Bidschof und A. Vital, Fünfstellige mathematische und astronomische Tafeln, zum Gebrauche für Mathematiker, Astronomen, Geographen und Seeleute. Wien und Leipzig 1905. Verlag F. Deuticke.

Dritter Teil.

Instrumentelle Hilfsmittel zur geographischen Ortsbestimmung.

Zeitmessende Instrumente:

Winkelmessende Instrumente:

Vierter Teil.

Methoden zur geographischen Ortsbestimmung.

Anhang.

Besondere Probleme geographischer Ortsbestimmung.

Erster Teil.

Grundbegriffe der astronomischen Geographie.

Koordinaten der Gestirne.

Sämtliche Aufgaben der geographischen Ortsbestimmung laufen darauf hinaus, nach der beobachteten Stellung bekannter Gestirne an der scheinbaren Himmelskugel die Lage desjenigen Ortes auf der Erdoberfläche zu bestimmen, an welchem jene astronomischen Beobachtungen ausgeführt worden sind. Hierbei kommt es lediglich auf die Richtungen von der Erde nach den Gestirnen an, also nicht auf die absolute, sondern auf die relative Lage jener Himmelskörper im Raume, welche ihrerseits durch Winkelabstände von bestimmten Grundebenen gegeben wird.

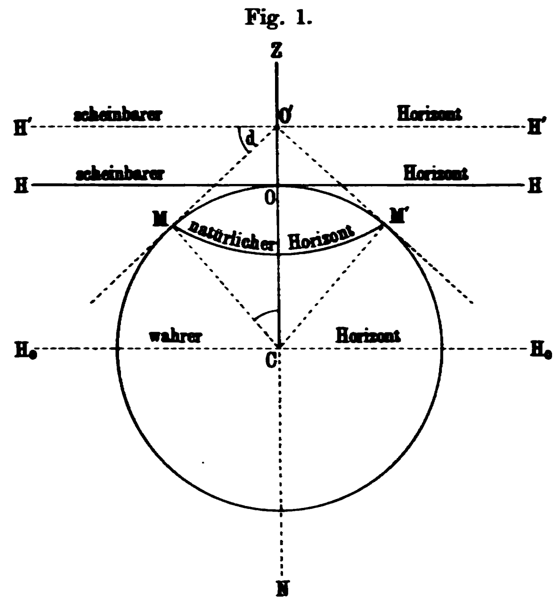
Denkt man sich in erster, für die meisten Aufgaben der geographischen Orientierung ausreichender Näherung die Erde als Kugel und konzentrisch um dieselbe die Himmelssphäre gewölbt, so läßt sich die scheinbare Lage der Gestirne an dieser Hohlkugel durch sphärische Koordinaten ermitteln, welche auf bestimmte größte Kreise bezogen werden. Für diese Orientierung an der Himmelskugel kommen zum Zwecke geographischer Ortsbestimmung die beiden Koordinatensysteme des Horizontes und des Äquators zur Verwendung, von denen ersteres mit dem Erdkörper, letzteres mit dem Fixsternhimmel als fest verbunden zu denken ist.

Eine, die Erdoberfläche im Beobachtungspunkte berührende, also nach obiger Annahme senkrecht zum zugehörigen Erdradius (s. S. 3 und 31) stehende Ebene, die z. B. durch das Niveau einer ruhenden Flüssigkeit dargestellt wird, schneidet die Himmelskugel in einem Kreise, dem scheinbaren Horizont des Beobachtungs-

ortes, welcher die sichtbare von der unsichtbaren Himmelsfläche trennt. Eine dem scheinbaren Horizonte parallele, durch den Erdmittelpunkt gelegte Ebene bildet den wahren Horizont (s. Fig. 1).

Befindet sich der Beobachter in einem Punkte über der Erdoberfläche, z. B. auf einem hohen Berge oder im Luftballon, so bezeichnet die im erhöhten Standpunkte zum wahren Horizont parallele Ebene wiederum den scheinbaren Horizont. Dagegen stellt der Sehkreis, dessen Halbmesser mit der Höhe des Beobachtungsortes zunimmt, und in welchem das Himmelsgewölbe auf

Fig. 1.



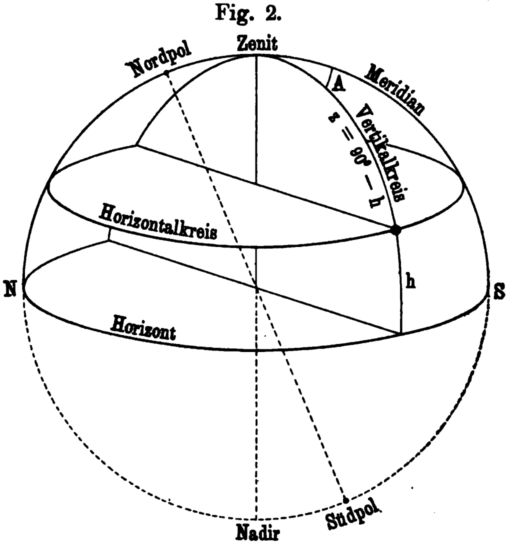
HOH scheinbarer Horizont des Beobachtungsortes *O*; *H′O′H′* scheinbarer Horizont des Beobachtungsortes *O′*; $H_0 C H_0$ wahrer Horizont; *MM′* natürlicher Horizont oder Sehkreis (Kimm), *d* Kimmtiefe am Beobachtungsorte *O′*.

dem Rande der sichtbaren Erdoberfläche scheinbar ruht, den natürlichen Horizont dar, der auf dem Meere nach dem Holländischen auch Kimm genannt wird. Der Winkel, um welchen der natürliche Horizont stets tiefer als der scheinbare liegt, heißt Kimmtiefe oder Depression; derselbe nimmt mit wachsender Höhe des Beobachtungsortes zu (s. S. 58).

Die vertikale Richtung nach den über und unter der Grundebene des Horizontes liegenden Polen derselben, welche Zenit und Nadir heißen, ist, einschließlich gewisser, durch lokale

Massenanziehungen (Gebirge usw.) bedingter Abweichungen, bestimmt durch die Richtung der Lotlinie am Beobachtungsorte. Alle senkrecht zum Horizont durch Zenit und Nadir gelegten größten Kreise sind Vertikalkreise, von denen an jedem Beobachtungsorte zwei für astronomische Orientierungen besondere Bedeutung haben. Erstens der zugleich durch Zenit, Nadir und die Endpunkte der bis zur Himmelskugel verlängerten Erdachse (Nord- und Südpol) gehende Vertikalkreis, der Meridian, welcher den Horizont des Beobachtungsortes im Nord- und Südpunkte schneidet, und zweitens der zum Meridian senkrecht stehende Vertikalkreis, der Erste Vertikal, welcher den Horizont im Ost- und Westpunkte trifft. Alle dem Horizont parallelen Kreise heißen Horizontalkreise oder nach dem Arabischen auch Almucantarate.

Fig. 2.



Koordinaten im System des Horizontes.
h = Höhe; $z = 90° - h$ = Zenitdistanz;
A = Azimut.

Die sphärischen Koordinaten eines Gestirns, bezogen auf den Horizont als Grundebene und das Zenit als oberen Pol derselben, sind Höhe (h) und Azimut (A). Die Höhe bezeichnet den Bogenabstand des Gestirns vom Horizont, gezählt auf dem durch dasselbe gelegten Vertikalkreise von 0° (Horizont) bis 90° (Zenit). Statt der Höhe (h) wird auch, und zwar mit Vorteil, das Komplement derselben, die Zenitdistanz ($z = 90° - h$), also der auf demselben Vertikalkreise gezählte Bogenabstand des Sternes vom Zenit benutzt. Das Azimut (A) bezeichnet den auf dem Horizont gezählten Bogenabstand zwischen dem Vertikalkreise des Gestirns und dem Meridian des Beobachtungsortes, oder den Winkel, welchen diese beiden Vertikalkreise am Zenit miteinander bilden (siehe Fig. 2, oben).

In der Astronomie wird das Azimut von 0° bis 360° stets vom Südpunkte der Mittagslinie aus über Westen, Norden und Osten gezählt; in der Geodäsie rechnet man das Azimut von Norden über Osten, Süden und Westen auch von 0° bis 360°; in der Nautik endlich zählt man A von Norden ab nach Osten und Westen bis Süden (0° bis 180°), und unterscheidet demnach östliche oder westliche Azimute.

Die Koordinaten h (z), A eines Gestirns sind von der Lage des Beobachtungsortes auf der Erde und von der Zeit abhängig, weil durch die von West nach Ost vor sich gehende wirkliche Erdrotation, deren Bild die scheinbare tägliche Drehung der Himmelssphäre von Ost nach West darstellt, sowohl Horizont wie Meridian eines Ortes ihre Lage im allgemeinen gegen die Himmelskugel ändern [1]). Beim Auf- und Untergange eines Gestirns ist $h = 0$, ($z = 90°$) und A hat seinen weitesten östlichen bzw. westlichen Ausschlag im betreffenden Tagbogen (s. S. 16); bei dem Durchgange durch den Meridian (obere Kulmination) wird h ein Maximum (z ein Minimum) und $A = 0$. Deshalb eignet sich gerade das Koordinatensystem des Horizontes, in welchem auch die zugehörigen Instrumente aufgestellt werden, besonders für die astronomisch-geographische Orientierung, wobei z. B. aus Messungen von Zenitdistanzen der Gestirne und aus Abstandsbestimmungen der Himmelskörper vom Meridian Ort und Zeit des Beobachtungspunktes sich ergeben.

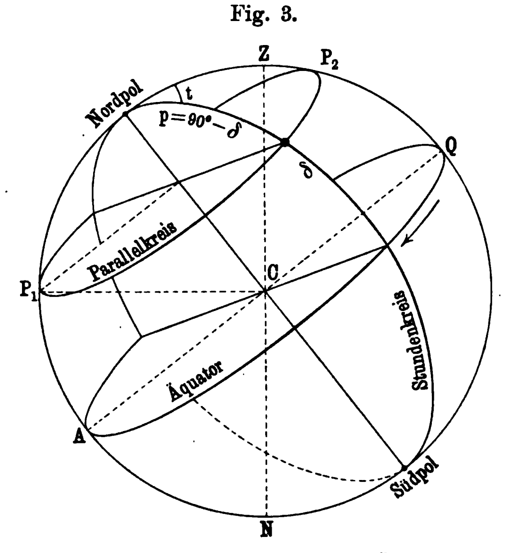
Der größte Kreis der Himmelssphäre, welcher senkrecht zur Erdachse und ihrer Verlängerung zum Himmel steht, Erdkugel sowie Himmelssphäre in nördliche und südliche Hemisphäre teilend, ist der Äquator, dessen Pole entsprechend dem Nord- und Südpole der Erde Weltpole genannt werden. Alle dem Äquator parallelen Kreise mit Durchmessern, die nach den Polen hin abnehmen, heißen Parallelkreise, während die dazu senkrechten, durch beide Weltpole gehenden größten Kreise Stundenkreise genannt werden. Der die Weltpole und zugleich Zenit wie Nadir verbindende Meridian ist daher auch ein Stundenkreis, so daß diese, für die Orientierung so wichtige Ebene sowohl dem hori-

[1]) Nur in dem speziellen Falle, daß der Beobachtungsort am Pol der Erde liegt, also Pol- und Zenitpunkt zusammenfallen, wird h (z) unabhängig von der Tageszeit und A ganz unbestimmt (s. S. 23).

zontalen wie dem äquatorialen Koordinatensystem als Vertikal- und Stundenkreis zugleich angehört. Im übrigen entsprechen den Horizontalkreisen die Parallelkreise im System des Äquators und ebenso den Vertikalkreisen die Stundenkreise.

Die sphärischen Koordinaten eines Gestirns, bezogen auf den Äquator als Grundebene und den einen Weltpol als zugehörigen Pol, sind zunächst Deklination oder Abweichung δ und Stundenwinkel t (s. Fig. 3). Die Deklination eines Sternes bezeichnet seinen Abstand vom Äquator, gezählt auf dem durch den Stern gelegten Stundenkreise von 0° (Äquator) bis ± 90° (Pol), je nachdem der Himmelskörper auf der nördlichen oder südlichen Hemisphäre sich befindet. Statt der Deklination δ wird gelegentlich auch das Komplement derselben, die Poldistanz $p = 90^0 - \delta$, auf demselben Stundenkreise des Sternes vom Nordpol bis zum Südpol, von 0° bis 180° gezählt, angegeben[1]. Der Stundenwinkel t eines Sternes ist der

Fig. 3.



Koordinaten im System des Äquators.
δ = Deklination; $90^0 - \delta = p$ = Poldistanz;
t = Stundenwinkel.

Bogenabstand des durch den Stern gelegten Stundenkreises vom Meridian des Beobachtungsortes, gezählt z. B. auf dem Äquator von dem Schnittpunkte des letzteren mit dem Meridian in oberer Kulmination über Westen usw. von 0° bis 360° oder auch von 0^h bis 24^h in Richtung der scheinbaren täglichen Drehung der Himmelskugel. Der Stundenwinkel kann ebenfalls als der am

[1] Diese, besonders früher in England übliche Angabe der Nordpolardistanz für Gestirne ist wegen Fortfalls der Vorzeichen (für südliche Sterne wird $p > 90^0$) zwar bequem, aber zur Berechnung der Beobachtungen doch unübersichtlich.

Pol des Äquators gebildete Drehungswinkel zwischen dem Meridian des Ortes und dem Stundenkreise des Sternes bezeichnet werden, da ein beliebiger Punkt des Äquators oder irgend eines Parallelkreises infolge der Erdrotation den ganzen Umkreis von 360° in 24^{h} durchläuft. Dementsprechend ist 1^{h} (Stunde) $= 15^{\circ}$ (Grade), 1^{m} (Zeitminute) $= 15'$ (Bogenminuten), 1^{s} (Zeitsekunde) $= 15''$ (Bogensekunden) und umgekehrt $1^{\circ} = 4^{m}$, $1' = 4^{s}$, $1'' = 0{,}07^{s}\ldots$ Für diese, rechnerisch einfache Verwandlung von Zeit- in Bogenmaß und umgekehrt sind auch Hilfstafeln (s. Teil II) vorhanden.

Die eine Koordinate im System des Äquators, nämlich δ, ist ganz unabhängig von der Lage des Beobachtungsortes und von der täglichen Bewegung, da die Sterne infolge der Erdrotation sich in Parallelkreisen mit ungeändertem Abstande δ vom Äquator bewegen [1]). Der Stundenwinkel t dagegen hängt noch von Länge und Zeit des Beobachtungsortes oder von der Lage des Meridians an der Himmelskugel ab; t wird, ebenso wie früher A, gleich Null bei der Kulmination des Gestirnes und erreicht seine größten sichtbaren östlichen bzw. westlichen Beträge beim Auf- und Untergange. Dagegen wird t nicht beeinflußt durch die geographische Breite des Beobachtungsortes, da ein bestimmter Stern für alle Beobachter auf demselben Meridian, wenn auch die Abstände derselben vom Äquator, also die geographischen Breiten φ, wechseln, den gleichen Stundenwinkel hat.

Die zweite Koordinate t im System des Äquators läßt sich aber auch von der Beobachtungszeit unabhängig machen, wenn als Anfangspunkt der Zählung nicht der mit der Erdrotation veränderliche Schnittpunkt zwischen Meridian und Äquator, sondern ein fester Anfangspunkt z. B. einer der beiden Äquatorpunkte gewählt wird, in welchen die Ekliptik oder die scheinbare jährliche Sonnenbahn (in Wirklichkeit die Bahn der Erde um die Sonne) jene Grundebene unter etwa $23{,}5^{\circ}$ Neigung (Schiefe der Ekliptik ε) schneidet. Von diesen sog. Äquinoktialpunkten, deren tägliche Lagenänderungen (s. S. 8, Anm.) für die

---

[1]) Nur Himmelskörper mit eigener Bewegung, wie z. B. Sonne, Mond und Planeten, ändern ihre Deklinationen merklich auch innerhalb einer Erdumdrehung. Von den durch die Refraktion (s. S. 50) und die sog. tägliche Aberration des Lichtes (s. S. 47), sowie auch durch Präzession und Nutation (s. S. 35, 38) bedingten Deklinationsänderungen der Fixsterne sei hier abgesehen.

vorliegenden Zwecke als gleichförmig und unmerklich gelten können, wird der mit $\vee$ bezeichnete Frühlingspunkt, in welchem die Sonne von der südlichen zur nördlichen Hemisphäre übergeht, als natürlicher Nullpunkt der Koordinatenzählung gewählt. Der Bogen auf dem Äquator zwischen diesem Frühlingspunkte und dem Stundenkreise des Sternes ist die Rektaszension oder Gerade Aufsteigung α des Gestirnes, welche an Stelle des Stundenwinkels (s. S. 8) tritt. Diese Rektaszension, auch der sphärische Winkel am Pol zwischen den durch Stern und Frühlingspunkt gelegten Stundenkreisen, ist nun ebenso wie δ unabhängig von Ort und Zeit des Beobachters (s. Fig. 4). Daher eignen sich

Fig. 4.

Horizontale und äquatoriale Koordinaten eines Gestirnes. $sH = h =$ Höhe; $Zs = 90^\circ - h = z =$ Zenitdistanz; $\measuredangle SZH = A$ = Azimut; $sA_1 = \delta =$ Deklination; $Ps = 90^\circ - \delta = p =$ Nordpoldistanz; $\measuredangle \ddot{A}PA_1 = t =$ Stundenwinkel; $\measuredangle \Upsilon PA_1 = \alpha =$ Rektaszension; $\measuredangle \ddot{A}P\Upsilon = \vartheta = \alpha + t =$ Sternzeit des Beobachtungsortes mit Zenit Z.

diese von der Ortslage auf der Erde nicht abhängigen Koordinaten δ, α im System des Äquators besonders zur Angabe der Sternörter; dementsprechend sind auch jetzt die den Beobachtungen und Rechnungen zugrunde liegenden Sternverzeichnisse angeordnet. Die Instrumente zur geographischen Ortsbestimmung sind dagegen zweckmäßig im horizontalen, von der

Lage des Beobachters abhängigen Koordinatensystem aufgestellt; an ihnen werden z. B. Azimute und Höhen der Gestirne gemessen, aus welchen mit Zuhilfenahme von Uhren die Stundenwinkel für die Gestirnsbeobachtungen sich berechnen lassen.

Die Rektaszension α, welche entgegengesetzt der täglichen Bewegung, also von Westen nach Osten, von 0^h bis 24^h gezählt wird und der ebenfalls vorher definierte, in Richtung der täglichen Drehung gezählte Stundenwinkel t stehen durch den Stundenwinkel des Frühlingspunktes (♈), welcher Sternzeit ϑ des Beobachtungsortes genannt wird, in einfacher Beziehung zueinander. Wie unmittelbar aus Fig. 4 folgt, ist:

$$\alpha + t = \vartheta \quad \text{und} \quad t = \vartheta - \alpha.$$

Wird also $t = 0$ oder befindet sich das Gestirn im Meridian (obere Kulmination), so ist die Sternzeit des Ortes gleich der Rektaszension des beobachteten Sternes.

Der Zählung nach Sternzeit liegt der Sterntag zugrunde, oder das Zeitintervall zwischen zwei aufeinanderfolgenden oberen Kulminationen desselben Sternes (konventionell auch des Frühlingspunktes) in demselben Meridian, bedingt durch die Rotation der Erde. Die Umdrehungsdauer unseres Planeten in $24^h\ 0^m\ 0^s$ Sternzeit ist für alle praktischen Zwecke als konstant[1]) anzusehen; eine solche Umdrehung vollzieht sich, wie sogleich gezeigt wird, nicht in einem zwischen zwei aufeinanderfolgenden Durchgängen der Sonne durch denselben Meridian liegenden veränderlichen Sonnentage, sondern sie wird ausschließlich durch die Wiederkehr der Lage desselben Erdhalbmessers im Raume unter den Fixsternen bestimmt.

Es wäre deshalb schon aus diesem Grunde am einfachsten, die gesamte Zeiteinteilung nach Sternzeit zu regulieren. Dies geschieht auch fast durchgängig in der astronomischen Wissen-

---

[1]) Theoretisch allerdings läßt sich nachweisen, daß Reibungen der entgegengesetzt der Erdrotation fortschreitenden Flutwellen, ferner Kontraktionen der Erdrinde durch Abkühlung unseres Planeten, endlich Niederschläge kosmischer Massen aus Meteorfällen die Konstanz der Tageslänge beeinflussen können; aber praktische Nachweise dieser Art existieren nicht.

Ferner bewirkt auch die später (s. S. 38) zu erörternde Nutation der Erdachse, daß die Intervalle zwischen je zwei aufeinanderfolgenden Durchgängen des Frühlingspunktes durch denselben Meridian nicht genau konstant sind, weil der Anfangspunkt der Zählung (Frühlingspunkt) selbst keine ganz gleichförmige Bewegung hat; aber auch diese theoretischen Korrektionen sind für die Praxis der Messungen belanglos.

schaft, aber im praktischen Leben zwingt das licht- und wärmespendende Tagesgestirn, die Zeit nach dem Stande der Sonne zu ordnen. Aus der scheinbaren Bewegung der Sonne am Firmament folgt die wahre Zeit, und ein wahrer Sonnentag ist das Intervall zwischen zwei aufeinanderfolgenden oberen Kulminationen der Sonne in demselben Meridian; wahre Sonnenzeit wird daher ausgedrückt durch den jeweiligen Stundenwinkel der Sonne. Aber die einzelnen wahren Sonnentage haben auch nicht gleiche Längen, einmal, weil die scheinbare Sonnenbewegung im Winter der nördlichen Erdhalbkugel (Sonnennähe der Erde) schneller vor sich geht als im entsprechenden Sommer (Sonnenferne), und zweitens, weil die Rotationsachse der Erde nicht senkrecht, sondern um etwa 66,5° geneigt gegen die Ebene der elliptischen Erdbahn (Ekliptik) steht. Da die Verwendung solcher wahren Sonnentage von veränderlicher Länge für die Zeiteinteilung undurchführbar sein würde, hat man eine fingierte mittlere Sonne eingeführt und angenommen, daß diese, in der Äquatorebene mit gleichförmiger Geschwindigkeit sich bewegend, im Jahre, also zwischen zwei Durchgängen durch den Frühlingspunkt, genau so viele (365,2422), aber einander völlig gleiche Tage gebraucht, wie die wahre Sonne. Zwei aufeinanderfolgende gleichartige Kulminationen oder Meridiandurchgänge der mittleren Sonne schließen einen mittleren Sonnentag ein, welcher, in 24 Stunden mittlere Zeit eingeteilt, stets gleiche Länge hat. Da nun infolge der jährlichen Erdbewegung um die Sonne von West nach Ost letztere scheinbar ihre in demselben Sinne gezählte Rektaszension täglich um etwa $\frac{360^{0}}{365^{d},242} = 59' 8,3''$ vergrößert, muß ein Sonnentag um den entsprechenden Betrag von $3^{m}\,56,55^{s}$, die sog. Acceleration der Fixsterne, größer sein als ein Sterntag.

Der Unterschied mittlere Zeit minus wahre Zeit heißt Zeitgleichung und findet sich in den im zweiten Teil näher zu behandelnden astronomischen Jahrbüchern von Tag zu Tag tabuliert vor. Viermal im Jahre wird diese Zeitgleichung Null, und zwar gegenwärtig am 15. April, 14. Juni, 1. September und 25. Dezember; außerdem erreicht sie vier Maxima, zwei positive, gegenwärtig Februar 11 ($+ 14^{m}\,26^{s}$), Juli 27 ($+ 6^{m}\,17^{s}$) und zwei negative, jetzt Mai 15 ($- 3^{m}\,50^{s}$), November 3 ($- 16^{m}\,20^{s}$).

Bei den astronomisch-geographischen Orientierungen hat man es also mit drei verschiedenen Zeitarten zu tun, welche als mittlere, wahre und Stern-Zeit soeben definiert worden sind. Die Uhren im bürgerlichen Leben und die größte Zahl der Präzisions-Chronometer gehen nach mittlerer Zeit, wahre Zeit gibt nur die schattenwerfende Sonnenuhr an, und nach Sternzeit sind zumeist die auf Sternwarten zu den Beobachtungen verwendeten Uhren reguliert. Benutzt man zur geographischen Orientierung Sonnenmessungen, so erhält man vom Himmel wahre Zeit, während die Uhr gewöhnlich mittlere Zeit angibt; werden Fixsterne beobachtet, so liegt der Messung Sternzeit zugrunde, während an der Beobachtungsuhr oft auch mittlere Zeit abgelesen wird. Man muß daher einmal wahre Zeit in mittlere und umgekehrt, ferner Sternzeit in mittlere und umgekehrt verwandeln können.

Durch Benutzung der schon erwähnten, in allen astronomischen und nautischen Jahrbüchern tabulierten Zeitgleichung (mittlere Zeit minus wahre Zeit) findet man den Betrag, um welchen die wahre Sonne später oder früher als die mittlere durch den Ortsmeridian geht.

Für die Verwandlung von Sternzeit in mittlere und umgekehrt sind gleichfalls in den astronomischen wie nautischen Jahrbüchern besondere Hilfstafeln vorhanden, welche unmittelbar jedoch nur die entsprechenden Zeitintervalle ergeben. Um die Zeitangaben selbst zu verwandeln, muß man noch den Nullpunkt der Zählung nach Sternzeit kennen oder die sog. Sternzeit im mittleren Mittage, welche, wie schon erwähnt, von Tag zu Tag um 3^m $56{,}5^s$ wächst. Diese Größe ist ebenfalls in den Jahrbüchern unter der Rubrik: „Sternzeit im mittleren Mittage“ tabuliert, und ihre Herleitung beruht darauf, daß der astronomisch von Mittag zu Mittag (0^h bis 24^h) gerechnete Sterntag mit der Kulmination des Frühlingspunktes, also für $t_\gamma = 0^h$ beginnt, welche einmal im Jahre, zur Zeit des Frühlingsäquinoktiums [März 22 oder 21, wo $\alpha_\gamma = \alpha_\odot$ (wahre Rektaszension der mittleren Sonne) $= 0^h$, $\delta_\odot = 0$ und auch ϑ für einen bestimmten mittleren Mittag $= 0^h$ wird] mit der Kulmination der Sonne zusammenfällt [1]).

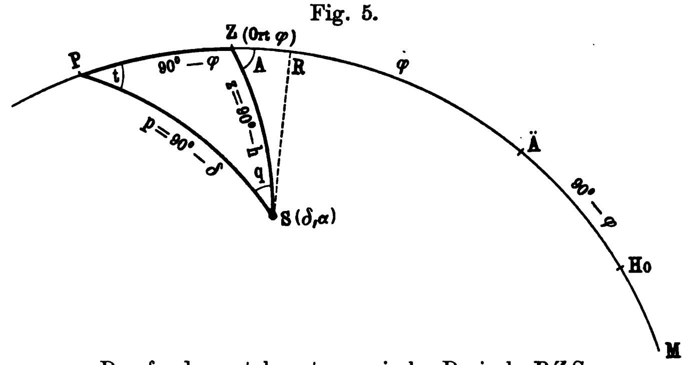
[1]) Das Zusammenfallen der Kulminationen von Sonne und Frühlingspunkt findet alljährlich nur für einen bestimmten Erdort statt.

Transformationen für die Koordinaten der Gestirne.

Bei den astronomischen Aufgaben der geographischen Ortsbestimmung kommt es häufig vor, daß die sphärischen Koordinaten eines Sternes im System des Horizontes (z, A) in diejenigen des Äquators (δ, t) und umgekehrt zu verwandeln sind. Es sollen daher wenigstens die Hauptformeln zur Transformation der Koordinaten an dieser Stelle gegeben werden, aus denen sich auch sonstige wichtige Folgerungen allgemeiner Art ziehen lassen. Die maßgebenden Formeln resultieren aus dem sog. **fundamentalen astronomischen Dreieck** an der Himmelssphäre zwischen Gestirn, Zenit und Pol, welches überhaupt bei den Aufgaben der astronomisch-geographischen Orientierung eine sehr wichtige Rolle spielt.

In dem sphärischen Dreieck PZS, welches schon aus Fig. 4 ersichtlich, aber an dieser Stelle nochmals besonders in Fig. 5

Fig. 5.



Das fundamentale astronomische Dreieck PZS.

entworfen ist, sei P der Nordpol des Äquators, Z das Zenit des Beobachtungsortes mit der geographischen Breite φ und S der Ort des Gestirnes an der Himmelskugel, so daß der Kreisbogen PZM mit $\ddot{A}$ als Äquator- und Ho als Horizontpunkt einen Teil des zum Orte mit der Breite φ gehörigen Meridians am Himmel darstellt.

Im Anschluß an die früher entwickelten Koordinatenbezeichnungen ist in dem fundamentalen astronomischen Dreieck der Winkel am Pol $SPZ = t$ (Stundenwinkel), der Winkel am Zenit $PZS = 180^0 - A$ (Supplement des Azimuts), und der dritte

Winkel beim Stern $PSZ = q$ wird der **parallaktische** Winkel des Gestirnes genannt; der Bogen $PS = 90^0 - \delta$ ist die Nordpoldistanz, der Bogen $ZS = 90^0 - h = z$ die Zenitdistanz des Sternes, und der Bogen $PZ = 90^0 - \varphi$ stellt das Komplement der geographischen Breite dar, weil, wie später (s. S. 22) ausführlicher gezeigt wird, der Abstand des Zenits vom Äquator (s. S. 6) $Z\ddot{A} = \varphi$ und $P\ddot{A}$ naturgemäß gleich 90^0 ist.

Die aus den Grundformeln der sphärischen Trigonometrie unmittelbar sich ergebenden Hauptgleichungen, z. B. für die Verwandlung von δ, t in z, A sind die folgenden:

$$1)\quad \begin{cases} \cos z = \sin\varphi \sin\delta + \cos\varphi \cos\delta \cos t \\ \sin z \sin A = \cos\delta \sin t \\ \sin z \cos A = -\cos\varphi \sin\delta + \sin\varphi \cos\delta \cos t. \end{cases}$$

Die logarithmische Berechnung von z, A aus diesen Gleichungen würde unbequem sein; man führt deshalb folgende einfache Hilfsgrößen ein, welche auf einer Erweiterung oder Zerlegung des im allgemeinen schiefwinkeligen sphärischen Dreiecks SZP in zwei rechtwinkelige, durch Fällung einer Normalen SR (s. Fig. 5) vom Stern auf den Meridian, beruhen:

$$2)\quad \begin{cases} m \sin M = \sin\delta \\ m \cos M = \cos\delta \cos t \end{cases} \quad \Big| \quad tg M = tg\,\delta \sec t.$$

Nach Einsetzen von 2) in 1) und einfacher Umformung erhält man:

$$3)\quad tg A = \frac{tg\,t \cos M}{\sin(\varphi - M)}, \quad tg\,z = tg(\varphi - M) \sec A.$$

Hierbei liegt das Azimut A stets auf derselben Seite vom Meridian wie der aus der Beobachtung und den Daten des Jahrbuches unmittelbar berechnete Stundenwinkel $t = \vartheta - \alpha$. Der Hilfswinkel M wird immer im ersten Quadranten genommen und erhält positives oder negatives Vorzeichen, je nachdem $tg M$ + oder — ist. Die Ermittelung von z und A aus der Tangentenformel ist für jede Winkelgröße nach den Einrichtungen der logarithmisch-trigonometrischen Tafeln stets die vorteilhafteste. Endlich dient als Rechnungskontrolle für die Werte aus den Gleichungen 3) die folgende, einfach auszurechnende Beziehung nach 1):

$$\sin z \sin A = \cos\delta \sin t.$$

Sehr häufig kommt die Aufgabe vor, die **Zenitdistanz** allein, ohne Kenntnis des Azimuts, aus Deklination und Stundenwinkel eines Gestirnes herzuleiten. Alsdann läßt sich die erste der Gleichungen 1):

$$\cos z = \sin\varphi \sin\delta + \cos\varphi \cos\delta \cos t$$

durch Einsetzen von $\cos z = 1 - 2\sin^2\frac{1}{2}z$, $\cos t = 1 - 2\sin^2\frac{1}{2}t$ und durch Subtraktion beider Seiten obiger Gleichung von 1 folgendermaßen umformen:

$$4)\qquad \sin^2\tfrac{1}{2}z = \sin^2\tfrac{1}{2}(\varphi - \delta) + \cos\varphi \cos\delta \sin^2\tfrac{1}{2}t.$$

Hierin ist statt $\varphi - \delta$, $\delta - \varphi$ zu setzen, wenn $\delta > \varphi$ ist, also für Sterne, die in oberer Kulmination nördlich vom Zenit passieren.

Führt man in Gleichung 4) die Hilfsgrößen ein:

$$n = \sin\tfrac{1}{2}(\varphi - \delta),\quad n' = \sqrt{\cos\varphi \cos\delta},\quad \frac{n'}{n}\sin\tfrac{1}{2}t = tg\, N,$$

so ergibt sich nach einfachen Umformungen:

$$5)\qquad \begin{aligned} \sin\tfrac{1}{2}z &= n \sec N,\\ &= n' \operatorname{cosec} N \sin\tfrac{1}{2}t. \end{aligned}$$

Die obere oder untere Form der Gleichung 5) wird benutzt, je nachdem $\sin N \lessgtr \cos N$ ist; bei längeren Beobachtungsreihen ist die Benutzung der Gleichung 5) besonders vorteilhaft zur Vergleichung der beobachteten mit den berechneten Höhen eines Sternes, da n und n' für Stern und Beobachtungsabend konstant bleiben und der Hilfswinkel N selbst überhaupt nicht gebraucht wird [1]).

Tritt der umgekehrte, aber seltener vorkommende Fall ein, daß die horizontalen Koordinaten z, A in äquatoriale δ, t zu verwandeln sind, so gelten aus dem fundamentalen astronomischen Dreieck (s. Fig. 5) durch Vertauschung der Bezeichnungen ganz ähnliche Formeln, wie vorher, nämlich:

---

[1]) Zur direkten Entnahme von Azimut und Höhe der Gestirne bei bekannten φ, δ und t sind auch besondere Tafeln (Azimuttafeln und Höhentafeln) vorhanden, welche für viele Aufgaben der geographischen Orientierung die Berechnung von z und A überflüssig machen und im zweiten Teil des vorliegenden Handbuches näher erörtert werden.

$$1\,\mathrm{a})\quad \begin{cases} \sin\delta = \cos z\,\sin\varphi - \sin z\,\cos\varphi\,\cos A \\ \cos\delta\,\sin t = \sin z\,\sin A \\ \cos\delta\,\cos t = \cos z\,\cos\varphi + \sin z\,\sin\varphi\,\cos A \end{cases}$$

$$2\,\mathrm{a})\quad \begin{cases} m'\sin M' = \sin z\,\cos A \\ m'\cos M' = \cos z \end{cases} \quad \Big|\quad tg\,M' = \cos A\; tg\,z$$

$$3\,\mathrm{a})\quad tg\,t = \frac{\sin M'\,tg\,A}{\cos(\varphi - M)},\quad tg\,\delta = tg(\varphi - M)\cos t.$$

Spezielle Fälle der Koordinaten.

Aus demselben fundamentalen astronomischen Dreieck, welches die soeben erörterten Transformationsformeln ergibt, lassen sich auch alle mit der täglichen Bewegung der Himmelskugel zusammenhängenden speziellen Werte der Koordinaten z, A und t herleiten, welche bei der geographischen Orientierung mittels astronomischer Beobachtungen eine wichtige Rolle spielen.

Durch die scheinbare Drehung von S um P (s. Fig. 5) in 24^h Sternzeit kann ein Stern je zweimal in den Meridian ($t, A = 0^0$ obere Kulmination; $t, A = 180^0$ untere Kulmination), in den Ersten Vertikal ($A = 90^0$ West-Vertikal; $A = 270^0$ Ost-Vertikal) und in die Ebene des Horizontes ($h = 0^0$, $z = 90^0$ beim Auf- und Untergange) kommen.

Aus der ersten der Gleichungen 1)

$$\cos z = \sin h = \sin\varphi\,\sin\delta + \cos\varphi\,\cos\delta\,\cos t$$

folgt, daß für $t = 0^h$, also in oberer Kulmination, h den größten und z den kleinsten Wert erreicht, denn, je nachdem der Stern südlich oder nördlich vom Zenit kulminiert ($\delta \lesseqgtr \varphi$), wird die Meridianzenitdistanz

$$6)\quad z^s_m = \varphi - \delta,\quad z^n_m = \delta - \varphi \qquad \text{(O. C.)}$$

Für $t = 12^h = 180^0$, also in unterer Kulmination, erhält $\cos t$ seinen größten negativen Wert, also h seinen kleinsten, z den größten Wert, und es wird die entsprechende Meridianzenitdistanz:

$$6\,\mathrm{a})\quad z^u_m = 180^0 - (\varphi + \delta) \qquad \text{(U. C.)}$$

Die Formeln 6) und 6a), in welche δ mit dem richtigen Vorzeichen (positiv für nördlich, negativ für südlich vom Äquator

stehende Sterne) eingesetzt werden muß, gelten für Beobachtungen auf der nördlichen Erdhalbkugel. Auf der südlichen Halbkugel, wo φ negativ wird, sind nur die südlichen und nördlichen Hälften des Meridians am Firmament miteinander zu vertauschen; es gelten daher auf der südlichen Erdhemisphäre, unter genauer Berücksichtigung der Vorzeichen von φ und δ, die folgenden Relationen:

6′) $$z_m^n = \varphi - \delta, \quad z_m^s = \delta - \varphi \qquad \text{(O. C.)}$$

6 a′) $$z_m^u = 180^0 + (\varphi + \delta) \qquad \text{(U. C.)}$$

Untere Kulminationen lassen sich nur bei Zirkumpolarsternen, welche stets über dem Horizont des Ortes bleiben und deren $\delta > 90^0 - \varphi$ ist, beobachten; für alle übrigen Sterne ($\delta < 90^0 - \varphi$) findet die untere Kulmination unter dem Horizont des Beobachters, also für ihn unsichtbar, statt.

Aus Gleichung 1) für $\cos z$ folgt auch noch, da die Kosinusfunktionen positiver und negativer Winkel einander gleich sind ($\cos t = \cos - t$), daß gleichen östlichen und westlichen Stundenwinkeln zu beiden Seiten des Meridians auch gleiche Zenitdistanzen entsprechen und umgekehrt.

Die einfachen Folgerungen 6) und 6a) lassen sich nicht nur algebraisch aus den obigen Gleichungen, sondern auch geometrisch aus Fig. 5 (s. S. 11) herleiten, wenn der Stern S in die Meridianebene verlegt wird; sie gelten naturgemäß nur für Gestirne, deren Deklination sich während einer Erdumdrehung nicht merklich ändert. Ist δ aber wie bei Sonne, Mond und Planeten, infolge von Eigenbewegungen während der Beobachtungszeit veränderlich, so muß der Einfluß einer Deklinationsänderung ($\Delta\delta$) auf z und t, wie später gezeigt wird, nach der aus den Jahrbüchern zu entnehmenden stündlichen Bewegung für jene Himmelskörper in Rechnung gestellt werden.

Um Zenitdistanz und Stundenwinkel eines Gestirnes ($\pm\delta < \pm\varphi$) im Ersten Vertikal zu finden, setzt man in der ersten und dritten der Gleichungen 1 a) (s. S. 14) nämlich:

$$\sin\delta = \cos z \sin\varphi - \sin z \cos\varphi \cos A$$

$$\cos t \cos\delta = \cos z \cos\varphi + \sin z \sin\varphi \cos A$$

für $A \pm 90^0$ und findet, da alsdann das zweite Glied der rechten Seite verschwindet:

$$7)\quad \cos z_1 = \frac{\sin\delta}{\sin\varphi},\quad \cos t_1 = \frac{tg\,\delta}{tg\,\varphi};\quad \vartheta_1 = \alpha \mp t_1 \begin{cases}\text{Ostvertikal}\\ \text{Westvertikal}\end{cases}$$

Verbindet man den Stundenwinkel mit der in den Jahrbüchern gegebenen Rektaszension des Sternes, so erhält man die Sternzeit des Durchganges durch den Ersten Vertikal ϑ_1, wie in vorstehender Formel 7) am Schlusse angegeben.

Die Formeln 7) folgen übrigens auch unmittelbar aus dem fundamentalen astronomischen Dreieck, welches für einen Stern im Ersten Vertikal bei Z rechtwinkelig wird. Betrachtet man jetzt für denselben Vertikal noch die Grenzfälle von δ, so findet man zunächst für $\delta = 0$ sowohl z als auch $t = 90^0$, d. h. ein Äquatorstern steht genau im Ost- und West-Punkte des Horizontes, wo er auf- bzw. untergeht, auch im Ersten Vertikal. Für Äquatorsterne ist also auch der zwischen Aufgang und Untergang im Sinne der täglichen Bewegung liegende Tagbogen $2t = 180^0$ oder gleich groß mit dem unter dem Horizont liegenden Nachtbogen. Dies stimmt übrigens mit der unmittelbar aus Fig. 4 geometrisch ersichtlichen Tatsache überein, daß die Hälfte des Himmelsäquators über dem Horizont des Beobachtungsortes liegt [1]).

Ist $\delta = \varphi$, was für Zenitsterne zutrifft, so werden z_1 und t_1 nach Formel 7) gleich Null, und ein solcher Stern berührt bei seiner oberen Kulmination zugleich den Ersten Vertikal.

Ist $\delta > \varphi$, so kulminiert der Stern zwischen Zenit und Pol als Zirkumpolarstern und kann nicht mehr in den Ersten Vertikal treten. Alsdann gibt es zwei mit der täglichen Bewegung zusammenhängende Stellungen des Sternes, bei welchen der früher definierte parallaktische Winkel q bei S (s. Fig. 5) ein Rechter wird. In diesen Fällen der sog. größten östlichen und westlichen Digression stehen Stundenkreis und Vertikalkreis des Sternes senkrecht zueinander.

Da für manche mit der geographischen Orientierung zusammenhängende Aufgaben auch die Stellung von Sternen dicht

[1]) Nur an den geographischen Polen der Erde, wo Zenit und Himmelspol zusammenfallen, liegt auch der ganze Äquator im Horizont (s. Fig. 7).

am Pol in ihrer größten Digression ($q = 90^0$) Verwendung findet, sollen die hierfür geltenden Ausdrücke von Zenitdistanz, Stundenwinkel und Azimut ganz kurz angegeben werden. Aus einer der Hauptgleichungen des fundamentalen astronomischen Dreiecks, mit Benutzung des parallaktischen Winkels (s. Fig. 5) folgt:

$$\sin\varphi = \cos z \sin\delta + \sin z \cos\delta \cos q.$$

Setzt man hierin $q = 90^0$, so erhält man die Zenitdistanz z_g in der größten Digression; führt man ferner den Wert von z_g in die erste der Gleichungen 1) ein, so resultiert der Stundenwinkel t_g in der größten Digression, und leitet man endlich aus dem bei S rechtwinkelig anzunehmenden sphärischen Dreiecke PZS (s. Fig. 5) das zugehörige Azimut A_g ab, so ergeben sich die folgenden Ausdrücke für einen Stern in der größten Digression:

$$8)\qquad \cos z_g = \frac{\sin\varphi}{\sin\delta},\quad \cos t_g = \frac{tg\,\varphi}{tg\,\delta},\quad \sin A_g^n = \frac{\cos\delta}{\cos\varphi}.$$

Nachdem nunmehr die Formeln für Sterne im Meridian, im Ersten Vertikal und in der größten Digression (6, 7, 8) angegeben sind, sollen auch noch für Sterne im Horizont die Ausdrücke von Stundenwinkel und Azimut hergeleitet werden.

Um für beliebige Sterne den durch den absoluten Wert des Stundenwinkels beim Auf- und Untergange gegebenen halben Tagbogen t_0 zu finden, muß man in der ersten der Gleichungen 1) $z = 90^0$ setzen und findet alsdann, wenn noch das zugehörige Azimut A_0 durch Einführung von $h = 0$ in Gleichung 1a) ermittelt wird:

$$9)\qquad \cos t_0 = -tg\,\varphi\; tg\,\delta,\qquad \cos A_0^s = -\frac{\sin\delta}{\cos\varphi}.$$

Hieraus folgt zunächst für Äquatorsterne ($\delta = 0$) das schon früher hergeleitete Resultat, daß für dieselben $A_0 = 90^0$ und $t_0 = 90^0$ wird, also Erster Vertikal und Sechsstundenkreis zusammenfallen und Äquatorsterne genau im Ostpunkte des Horizontes auf-, im Westpunkte untergehen. Man erkennt ferner aus den Gleichungen 9), daß der Tagbogen $2t_0$ für Sterne nördlich vom Äquator ($\delta +$) größer, für südliche ($\delta -$) kleiner als 180^0 ist, welches Verhältnis in südlichen Breiten sich umkehrt, während am Erdäquator selbst ($\varphi = 0^0$, $\cos t_0 = 0$, $t_0 = 90^0$) der Tagbogen für jeden Stern 180^0 beträgt. Endlich folgt aus den Gleichungen 9), ebenso wie übrigens auch aus der geometrischen

Anschauung der Himmelssphäre (Fig. 3), daß Zirkumpolarsterne ($\delta \gtreqless 90^0 - \varphi$ oder $p \lesseqgtr \varphi$) einen Tagbogen $2\,t_0$ von 360^0 haben ($\cos t_0 = -1$, $t_0 = 180^0$), also nie auf- oder untergehen [1]).

Die in den vorangehenden Gleichungen 7) und 9) entwickelten Kosinusformeln für z, t und A werden übrigens ungenau für den Fall, daß δ nur wenig von φ verschieden ist, also für Sterne in der Nähe des Zenits. Alsdann bedient man sich vorteilhaft der durch einfache Umformungen obiger Gleichungen entstehenden Tangentenformeln, welche für den Ersten Vertikal ($A = 90^0$) und den Horizont ($z = 90^0$) folgendermaßen lauten:

$$7\text{a)}\qquad tg\,\tfrac{1}{2} z_1 = \sqrt{\frac{tg\,\frac{1}{2}(\varphi - \delta)}{tg\,\frac{1}{2}(\varphi + \delta)}},\qquad tg\,\tfrac{1}{2} t_1 = \sqrt{\frac{\sin(\varphi - \delta)}{\sin(\varphi + \delta)}},$$

$$9\text{a)}\qquad tg\,\tfrac{1}{2} t_0 = \sqrt{\frac{\cos(\varphi - \delta)}{\cos(\varphi + \delta)}},\qquad cotg\,\tfrac{1}{2} A_0^* = \sqrt{\frac{tg\,\frac{1}{2}(90^0 - \varphi - \delta)}{tg\,\frac{1}{2}(90^0 - \varphi + \delta)}}.$$

Einfluß kleiner Änderungen der Koordinaten.

Im Vorangehenden sind die für die geographische Orientierung maßgebenden Koordinaten der Gestirne z, A (System des Horizontes) und δ, t (System des Äquators) in ihren Beziehungen zueinander und in den wichtigsten, durch die tägliche Bewegung bedingten Stellungen an der Himmelssphäre, im Meridian, im Ersten Vertikal, in der größten Digression und beim Auf- oder Untergange erörtert worden. Aus den hierfür maßgebenden, dem fundamentalen astronomischen Dreieck entnommenen Formeln lassen sich in einfacher Weise auch die Einwirkungen herleiten, welche kleine Änderungen der einen Koordinate auf die andere ausüben.

Die Kenntnis derartiger differentieller Koordinatenänderungen ist für die Anordnung der Beobachtungen zur geographischen Ortsbestimmung sehr wichtig, da letztere, wie später gezeigt wird, fast durchgehends auf Messungen von Gestirnshöhen oder Durchgängen in bestimmten Vertikalebenen am Himmel beruhen. Will man z. B. die Änderung der Zenitdistanz eines Gestirnes mit dem Stundenwinkel kennen lernen oder wissen, wie schnell z in

[1]) Auch diese Betrachtungen gelten natürlich nur ohne Rücksicht auf die Strahlenbrechung, deren Erörterung später (s. S. 50) erfolgt.

irgend einem Punkte der täglichen Sternbahn sich ändert, so muß die Grundgleichung 1) mit Bezug auf z und t differenziert werden.

Alsdann folgt:

$$-\sin z\, dz = -\cos\varphi\ \cos\delta\ \sin t\, dt$$

oder, da nach 1a) $\cos\delta\ \sin t = \sin z\ \sin A$ ist,

$$\frac{dz}{dt} = \frac{\cos\varphi\ \cos\delta\ \sin t}{\sin z} = \cos\varphi \sin A. \tag{10)}$$

Man erkennt aus Gleichung 10), daß die Zenitdistanz sich am langsamsten ändert $\left(\text{Minimum von } \frac{dz}{dt}\right)$, wenn $\sin A = 0$ wird, das Gestirn also im Meridian steht; die schnellste Änderung der Zenitdistanz mit der Zeit $\left(\text{Maximum von } \frac{dz}{dt}\right)$ findet dagegen für einen Stern im ersten Vertikal statt, weil alsdann $\sin A = 1$ ist, oder in der Digression (s. weiter unten), wo $\sin A$ ein Maximum wird. Bei dieser Gelegenheit sei etwas vorausgreifend zugleich auf die Bedeutung des Faktors $\cos\varphi$ in Gleichung 10) hingewiesen. Dieser Faktor gibt an, daß die Änderung der Zenitdistanz mit dem Stundenwinkel für Beobachtungsorte in tropischen Breiten (φ nahezu 0) viel rascher vor sich geht als in zirkumpolaren Regionen (φ nahezu 90°).

In entsprechender Weise findet man für die Änderung des Azimuts mit dem Stundenwinkel unter Benutzung des parallaktischen Winkels q:

$$\frac{dA}{dt} = \frac{\cos\delta\ \cos q}{\sin z}. \tag{10a)}$$

Aus Gleichung 10a) folgt, daß die Änderung des Azimuts ihren größten Wert für ein Gestirn im Meridian erreicht, wo der parallaktische Winkel verschwindet, $\cos q = 1$ und außerdem der Nenner $\sin z$ ein Minimum wird. Dagegen verschwindet die Bewegung eines Sternes im Azimut z. B. bei seiner größten Digression, wo $q = 90°$ und $\cos q = 0$ ist, so daß ein Polstern in dieser Stellung gleichsam als Fixpunkt am Himmel im azimutalen Sinne benutzt werden kann. Dagegen ändert ein Polstern seine Zenitdistanz gerade in der größten Digression am schnellsten, wie aus Gleichung 10) hervorgeht, wo alsdann der Polstern seinen größten Abstand vom Meridian in Azimut er-

reicht. In dieser Stellung können daher Messungen an Polsternen, wie später (Teil III) gezeigt wird, zur Ermittelung gewisser Konstanten an den Instrumenten für die geographische Ortsbestimmung dienen.

Koordinaten der Erdorte.

In ähnlicher Weise wie an der Himmelskugel geschieht auch auf der zunächst kugelförmig angenommenen Erde die Orientierung eines Punktes nach sphärischen Koordinaten, indem das Gradnetz des äquatorialen Systems einfach von der Himmelssphäre auf die Erdkugel übertragen wird. Denkt man sich durch einen Punkt der Erdoberfläche den zugleich durch die Erdpole gehenden Meridian und durch den Erdmittelpunkt senkrecht zur Erdachse die Ebene des Äquators gelegt, so entsprechen die geographischen Koordinaten des Punktes der Erdoberfläche Breite (φ) und Länge (λ) denjenigen eines Gestirnes im äquatorialen System (Deklination δ und Rektaszension α).

Die geographische Breite φ eines Ortes O (s. Fig. 6) ist der sphärische Abstand desselben vom Äquator, gemessen auf dem zugehörigen Meridianbogen von 0° (Äquator) bis $\pm 90^\circ$ (Nord- oder Südpol); man unterscheidet demnach nördliche (+) und südliche (—) Breiten, die auch als meridionale Winkel am Erdmittelpunkte zwischen dem Äquatorhalbmesser und dem zum Ort gehörigen Erdradius definiert werden können.

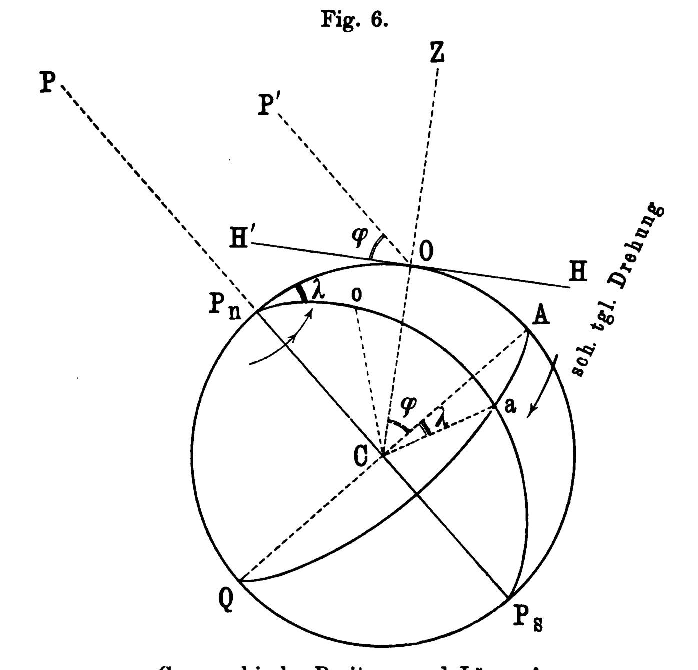
Die geographische Länge (λ) eines Ortes O ist der am Pol gebildete Winkel zwischen seinem Meridian POA und einem Null- oder Anfangsmeridian Poa, dessen Abstand vom Ortsmeridian zunächst in Gradmaß des zwischen beiden Meridianen liegenden Äquatorbogens Aa ausgedrückt wird. Da zur Zählung der Meridiane im Gradnetz der Erde kein Anfangskreis gegeben ist, wie ihn der größte Kreis des Äquators unter den nach den Polen abnehmenden Breitenkreisen darstellt, ist die an sich völlig willkürliche Wahl des Nullmeridians in neuerer Zeit durch ein internationales Abkommen zwischen fast allen Kulturstaaten geregelt worden. Mit Ausnahme der französischen Karten werden jetzt beinahe sämtliche geographische und nautische Orientierungen in Länge auf den Anfangsmeridian von Greenwich bei London be-

zogen, der durch die Richtung des Mittagsfernrohrs jener 230 Jahre alten Sternwarte[1]) definiert ist.

Der Nullmeridian, ebenso wie jeder Ortsmeridian, umfaßt nur die mit dem zugehörigen Ort auf derselben Seite der Erdachse liegende Hälfte des größten Kreises, während die andere, um 180° abstehende Hälfte der Gegenmeridian heißt. Am zweckmäßigsten werden die geographischen Längen, ebenso wie in der Astronomie die Rektaszensionen, von Westen nach Osten, also entgegengesetzt der scheinbaren täglichen Bewegung von 0° bis 360° in Bogenmaß oder entsprechend von 0^h bis 24^h in Zeitmaß gezählt.

In der Praxis wird jedoch meistens so verfahren, daß man die Längen vom Nullmeridian nach Westen und nach Osten von 0° bis 180° oder entsprechend von 0^h bis 12^h rechnet, also zwischen

Fig. 6.



Geographische Breite φ und Länge λ.

westlichen (+) und östlichen (—) geographischen Längen unterscheidet. Dieselben können auch als ostwestliche Winkel am

[1]) Die Greenwicher Sternwarte wurde 1675 unter Flamsteed, dem Verfasser der Historia coelestis Britannica, begründet.

Erdzentrum zwischen den beiden zugehörigen und auf die Äquatorebene projizierten Erdradien definiert werden (s. Fig. 6 auf vor. S.).

Da die Rechnung nach Greenwicher Längen leider noch nicht ganz allgemein geworden ist und außerdem den astronomischen Tafeln in den Jahrbüchern noch verschiedene Anfangsmeridiane zugrunde liegen, mögen die gebräuchlichsten Nullmeridiane mit ihren Längenunterschieden gegen Greenwich behufs etwaiger Umrechnung hier erwähnt werden.

Berlin	$\lambda = -13^0 23' 42{,}0''$	$= 0^h 53^m 34{,}8^s$	östl. Gr.
Insel Ferro . .	$\lambda = +17\ 39\ 46{,}5$	$= 1\ 10\ 39{,}1$	westl. Gr. [1]
Paris	$\lambda = -\ 2\ 20\ 13{,}5$	$= 0\ 9\ 20{,}9$	östl. Gr.
Washington . .	$\lambda = +77\ 3\ 1{,}5$	$= 5\ 8\ 12{,}1$	westl. Gr. [2]

Denkt man sich die soeben definierten geographischen Koordinaten φ, λ an die scheinbare Himmelskugel projiziert, so würde zunächst die geographische Breite eines Ortes als der Abstand zwischen zugehöriger Zenitrichtung und Äquatorebene, d. h. als Deklination des Zenits dargestellt werden. Oder, wenn statt der Zenitrichtung die dazu senkrechte Horizontlinie, an Stelle des Äquators die darauf normale Polrichtung im Beobachtungsorte eingeführt werden, so läßt sich die geographische Breite eines Ortes auch als Höhe des Pols über dem betreffenden Horizont, d. h. kurz als Polhöhe $\varphi = P'OH'$ definieren (s. Fig. 6).

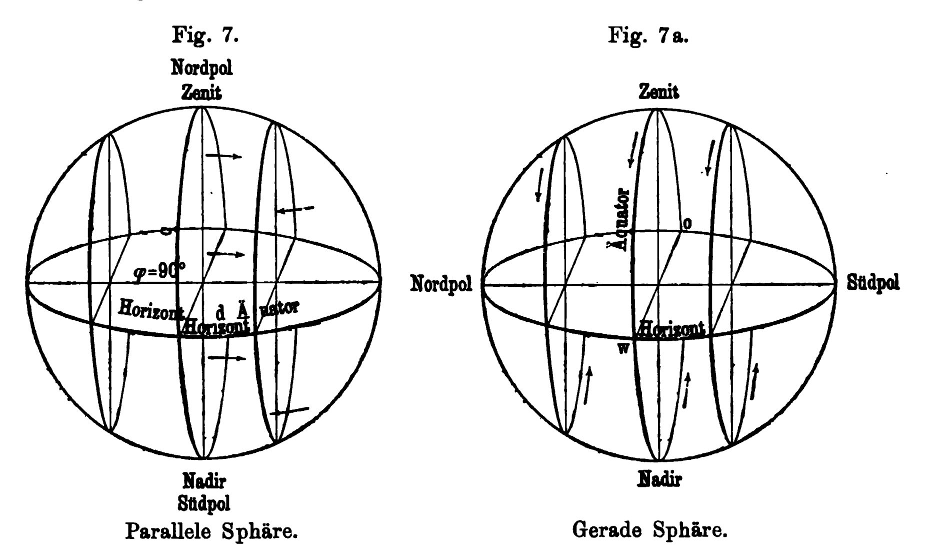
Nimmt man z. B. genau am Nordpol des Himmels, also in der nördlichen Verlängerung der Erdachse (s. Fig. 6 in der Richtung CP), einen hellen Stern an (unser nördlicher Polarstern α Ursae minoris hat gegenwärtig etwa $1{,}2^0$ Polabstand), so würde derselbe für einen Beobachter am irdischen Nordpol ($\varphi = 90^0$) im Zenit ($h = 90^0$, $z = 0^0$) und für einen Beobachter am Erdäquator ($\varphi = 0^0$) am Horizont ($h = 0^0$, $z = 90^0$) stehen. Im ersten

[1]) Der im 17. Jahrhundert auf einem Pariser Geographenkongreß durch Anregung des Kardinals Richelieu eingeführte Nullmeridian auf der kanarischen Insel Ferro liegt tatsächlich $20^0\ 23'\ 9''$ westlich von Paris, und der damals konventionell zu 20^0 angenommene Längenunterschied Paris—Ferro, wie er sich auch durch Subtraktion der obigen beiden Greenwicher Längen für Ferro und Paris ergibt, sollte nur eine mittelbare Einführung des Pariser Meridians bedeuten.

[2]) Die Länge $5^h 8^m 12^s{,}1$ westl. Gr., bezieht sich auf den Meridian der alten Sternwarte in Washington; die Länge der neuen Sternwarte ist $5^h 8^m 15^s{,}8$. Die Längen Berlin und Paris entsprechen den neuesten Messungen.

Falle liegt der Himmelsäquator im Horizont, im zweiten im ersten Vertikal des betreffenden Beobachtungsortes; Fig. 7 u. 7a veranschaulichen diese beiden Grenzfälle (parallele und gerade Sphäre) mit Bezug auf die scheinbare tägliche Bewegung der Gestirne.

Für einen Beobachter am Pol (parallele Sphäre) sind alle sichtbaren Sterne Zirkumpolarsterne ohne Höhenänderung, die sich in Horizontalkreisen mit unbestimmbaren Azimuten bewegen, da am Pol jede azimutale Orientierung aufhört. Für einen Beobachter am Äquator (gerade Sphäre) bewegen sich die Gestirne infolge der Erdrotation in Höhenkreisen mit gleichen Tag- und Nachtbogen, bei welchen die Höhen starke, die Azimute ebenfalls



Parallele Sphäre. Gerade Sphäre.

rasche Änderungen erfahren. Diese geometrisch aus Fig. 7 u. 7a abzuleitenden Folgerungen ergeben sich auch analytisch aus den früheren Gleichungen 9) und 10) zwischen den Sternkoordinaten und der geographischen Breite der Erdorte, wenn $\varphi = 90^0$ und $= 0^0$ gesetzt wird.

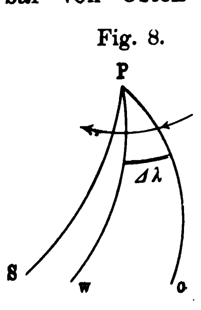
Zwischen diesen beiden Grenzfällen (parallele und gerade Sphäre) liegt die bereits durch die frühere Fig. 3 (s. S. 5) gekennzeichnete schiefe Sphäre, bei welcher für beliebige Breiten zwischen 0^0 und 90^0 der Horizont des Beobachtungsortes die Deklinationskreise der Sterne schiefwinkelig schneidet. Für dieselbe gilt das aus den obigen Herleitungen folgende Gesetz, daß

mit wachsender Breite des Erdortes die Höhenänderungen eines Gestirnes kleiner und mit abnehmender Breite größer werden. Diese charakteristischen, von der tropischen, gemäßigten und polaren Lage des Beobachtungsortes abhängigen Verschiedenheiten im Verhalten der sphärischen Sternkoordinaten im horizontalen System werden im vierten Hauptabschnitt noch eine wichtige Rolle spielen, wenn es sich um die Spezialisierung der astronomischen Methoden zur geographischen Ortsbestimmung je nach der Polhöhe des Beobachtungsortes handelt.

Was nun die Projektion der geographischen Länge λ eines Erdortes an die scheinbare Himmelskugel betrifft, so läßt sich λ als Rektaszension des Zenits mit der Deklination φ vom Beobachtungsorte definieren, gezählt von dem durch das Greenwicher Zenit gelegten Anfangsstundenkreise. Es würde also λ für einen beliebigen Beobachtungsort auch dem Zeitunterschiede gleich sein zwischen den oberen Kulminationen ein und desselben Gestirns in Greenwich (Nullmeridian) und an dem betreffenden Orte (Ortsmeridian). Längenunterschiede sind daher identisch mit Differenzen der Ortszeiten, und alle auf demselben Meridian liegenden Orte haben in demselben Augenblick gleiche Ortszeit, Orte, welche auf verschiedenen Meridianen liegen, entsprechend der Längendifferenz verschiedene Ortszeit.

Die Gestirne, welche infolge der täglichen Bewegung scheinbar von Osten nach Westen an der Himmelskugel vorrücken, gelangen früher an die Meridiane östlicher als an diejenigen westlicher Orte. Daher haben die östlich von Greenwich gelegenen Orte in demselben Augenblick spätere, die westlich davon befindlichen frühere Ortszeit als jener Nullmeridian. Je nachdem man den Stundenwinkel des Frühlingspunktes, den der wahren oder mittleren Sonne benutzt, unterscheidet man zwischen Orts-Sternzeit, wahrer und mittlerer Ortszeit, deren Beziehungen zueinander bereits abgeleitet worden sind (s. S. 9).

Fig. 8.



In Fig. 8 seien Po und Pw die auf die Himmelskugel projizierten Meridiane zweier Erdorte, von denen o östlich von w um die Längendifferenz $\Delta\lambda$ absteht, ferner sei PS der z. B. durch

die mittlere Sonne gelegte Stundenkreis in einem bestimmten Momente der im Sinne des Pfeiles stattfindenden täglichen Bewegung an der Himmelssphäre.

Dann sind die sphärischen Winkel am Pol $SPo = T_o$ und $SPw = T_w$ die demselben Moment entsprechenden mittleren Ortszeiten in o und w, und, da der Winkel $wPo = \Delta\lambda$ der Längenunterschied beider Orte ist, folgt:

$$11)\qquad \Delta\lambda = T_o - T_w, \qquad T_o = T_w + \Delta\lambda.$$

Es ist also, wie schon früher erwähnt, die Ortszeit des östlicher auf der Erde gelegenen Beobachtungspunktes derjenigen des westlich davon liegenden um den Längenunterschied voraus.

Alle Angaben der astronomischen Jahrbücher über die von der Zeit abhängigen Koordinaten der Himmelskörper (Sonne, Mond, Planeten) und andere veränderliche Daten (Zeitgleichung, Sternzeit im mittleren Mittag usw.) gelten für die Ortszeit im Mittag desjenigen Meridians, welcher der Ephemeride zugrunde liegt (mittlerer oder wahrer Mittag von Greenwich, Berlin, Paris, Washington). Um nun die entsprechenden Daten zur Berechnung von Beobachtungen an einem in Länge vom Anfangsmeridian abweichenden Orte zu verwenden, muß man unter Berücksichtigung dieser Längendifferenz die für die Ortszeit des Beobachtungspunktes geltenden Daten aus den Angaben des Jahrbuches durch Interpolation entnehmen, worauf weiter unten im zweiten Hauptabschnitt noch näher eingegangen wird.

An dieser Stelle interessiert vorläufig nur die mit den in Zeit ausgedrückten Längendifferenzen verschiedener Erdorte verbundene Zeiteinteilung.

Im bürgerlichen Leben rechnet man nach mittleren Sonnentagen, die zur Zeit der unteren Kulmination jenes Gestirnes, also um Mitternacht beginnen und in zweimal zwölf Stunden geteilt werden. Bei den astronomischen Rechnungen dagegen beginnt der mittlere Sonnentag im Moment der oberen Sonnenkulmination, also um Mittag, und seine Stunden werden ohne Unterbrechung von 0^h (Mittag) bis 24^h (oder 0^h, darauffolgender Mittag) durchgezählt, einmal um bei Nachtbeobachtungen die Datumsänderung zu vermeiden und zweitens, um eine nähere

Bezeichnung der Stunden (morgens oder abends usw.) zu ersparen. Die Messungen am Himmel zum Zwecke geographischer Orientierungen werden meist abends vor Mitternacht an Mond und Fixsternen, sehr häufig auch am Tage mittels der Sonne ausgeführt; es empfiehlt sich daher die folgende Kombination bürgerlicher und astronomischer Zeiteinteilung.

Zur Angabe der Beobachtungen dient das bürgerliche Datum unter genauer Bezeichnung des Wochentages, aber mit näherer Erklärung, ob die Beobachtung zur Vormittags- oder Nachmittagszeit (a. m.: ante meridiem oder p. m.: post meridiem) angestellt ist.

Bei der Berechnung geographischer Ortsbestimmungen muß im Einklang mit den Angaben der Ephemeriden die astronomische Datierung allein beibehalten werden, die unmittelbar aus der für die Beobachtungen gewählten sich ergibt, indem z. B. folgende Beziehungen gelten:

Bürgerlich:		Astronomisch:
1905 Juli 10, 12^h Mitternacht	=	1905 Juli 9, 12^h M. Zt.
1905 „ 10, 1^h a. m.	=	1905 „ 9, 13^h „ „
1905 „ 10, 9^h a. m.	=	1905 „ 9, 21^h „ „
1905 „ 10, 12^h Mittag	=	1905 „ 10, 0^h „ „
1905 „ 10, 9^h p. m.	=	1905 „ 10, 9^h „ „

Da Längenunterschiede auf der Erde identisch sind mit Zeitunterschieden, welche aus der Kulmination z. B. der mittleren Sonne an den verschiedenen Ortsmeridianen resultieren, zeigen die Uhren in demselben Augenblicke an Orten westlich vom Nullmeridian frühere, solche an östlich davon gelegenen Orten spätere Zeit als die Greenwicher. Ein westwärts reisender Beobachter müßte also seine Uhr, um stets richtige Ortszeit zu erhalten, für je 15^0 Längendifferenz um 1^h zurückstellen, ein zweiter, ostwärts reisender Beobachter die Uhr entsprechend vorstellen. Kommen die Betreffenden nun bei ihrer Reise um die Erde auf einem um $180^0 = 12^h$ von Greenwich in Länge abstehenden, also auf dem Gegenmeridian liegenden Orte zusammen, so würden die beiden Uhren um einen vollen Tag differieren. Man bezeichnet daher den mit $180^0 = 12^h$ Greenwicher Länge zusammenfallenden Meridian, welcher im Bereiche des Stillen Ozeans liegt, als Datumsgrenze, und rechnet zu beiden Seiten derselben mit

einem um je einen Tag verschiedenen Datum und Wochentage[1]). Beim Passieren dieser Datumsgrenze auf der Fahrt nach Westen von Greenwich wird ein Tag übersprungen, also z. B. vom 9. Juli auf den 11. Juli übergegangen, bei der Fahrt in östlicher Richtung dagegen zählt man den Tag der Grenzüberschreitung doppelt, d. h. auf den 10. Juli folgt nochmals der 10. und dann erst der 11. Juli.

Der eben erörterte Wechsel der Ortszeiten auf den verschiedenen Meridianen der Erde bringt naturgemäß große Unbequemlichkeiten in der Zeitrechnung mit sich, die mit zunehmender Geschwindigkeit der Eisenbahn- und Schiffsverbindungen erheblich sich gesteigert haben. Es lag daher der Gedanke nahe, eine Einheitszeit für große Ländergebiete, ja wo möglich eine Weltzeit für die ganze Erde einzuführen. Für wissenschaftliche Zwecke wäre die Einführung ein und derselben Zeit bei allen Völkern der Erde, z. B. der Weltzeit Greenwich, recht brauchbar. In der Tat wird dieselbe auch bei Schiffsrechnungen und nautischen Beobachtungen fast durchgehends, bei Messungen geographischer Längen auf Forschungsreisen sehr häufig verwendet, indem Chronometer nach Greenwicher mittlerer Zeit mitgenommen werden. Einer allgemeinen Einführung der Weltzeit stehen aber gewichtige Bedenken entgegen, da für viele Erdorte die Unterschiede zwischen Greenwicher Zeit und den faktischen Tagesmomenten allzu groß ausfallen würden.

Man hat deshalb an Stelle der Weltzeit in Europa, den Vereinigten Staaten und in Japan sog. Normalzeiten nach dem zuerst in Nordamerika in großem Maßstabe ausgebildeten System der Stundenzonen eingeführt, welches folgendermaßen geregelt ist. Ausgehend von dem Greenwicher Meridian als Grundlage werden

[1]) Dies ist die sog. wissenschaftliche oder nautische Datumsgrenze, von welcher gelegentlich nur an der Behringstraße und bei den Fidschiinseln etwas nach Osten abgewichen wird. Die historische Datumsgrenze, welche bis 1845 sogar zwischen den von Osten (auf dem Wege durch die Magelhaenstraße) besiedelten Philippinen und den von Westen kolonisierten Molukken die Zeitrechnung um einen ganzen Tag differieren ließ, stellt eine unregelmäßige, krumme Linie auf der Erde dar. Sie verläuft nördlich von der Behringstraße durch die Formosa- und Balabakstraße, zwischen Philippinen und Molukken, alsdann durch die Freundschaftsinseln und östlich von den Chathaminseln nach Süden.

24 um je $15^0 = 1^h$ in Länge voneinander abstehende Normalmeridiane gewählt, nach denen die Stundenzeit aller Erdorte zonenweise sich so regelt, daß der betreffende Normalmeridian in der Mitte einer zugehörigen Zone liegt. Von dieser mathematischen Einteilung wird nur dann praktisch etwas nach Osten oder Westen abgewichen, wenn die Landesgrenzen einen hinreichend meridionalen Verlauf der Stundenzonen nicht gestatten.

Die Vorteile dieses, seit etwa zwölf Jahren [1]) fast allgemein bestehenden Stundenzonensystems beruhen auf einer Einheitlichkeit der Zeit für größere Ländergebiete und auf dem nur nach Stunden, nicht mehr nach Minuten und Sekunden gezählten Zeitunterschiede aller Erdorte. Demgegenüber sind die Nachteile, daß z. B. in Deutschland die nach dem 1^h östlich von Greenwich oder 6^m $25{,}2^s$ östlich von Berlin (s. S. 22 die Längendifferenz Greenwich—Berlin) gelegenen, sehr nahe durch Stargard, Görlitz gehenden Normalmeridian gezählte Mitteleuropäische Zeit (M. E. Z.) gegen Ortszeit an der Ostgrenze um 31^m und an der Westgrenze sogar um 36^m (Zeitminuten) abweicht, ziemlich unerheblich.

Die gesamte Zeiteinteilung in den europäischen Ländern [2]) gestaltet sich jetzt, entsprechend dem System der Stundenzonen, folgendermaßen:

1. Westeuropäische Zeit (W. E. Z.) nach dem Normalmeridian Greenwich in:

   Großbritannien, Belgien und Niederlande.

---

[1]) Im Anschluß an den 1883 zu Rom von der damals europäischen, jetzt internationalen Erdmessung votierten Vorschlag einer Greenwicher Weltzeit und gestützt auf die seit 1879 in Schweden, seit 1884 in Nordamerika und seit 1888 in Japan gesammelten Erfahrungen mit den Stundenzonenzeiten regte 1889 die Ungarische Staatsbahnverwaltung allgemein die Einführung der Normalzeiten mit Greenwich als Nullmeridian an. In Deutschland wurde 1893 durch Reichsgesetz die bereits seit 1891 im Eisenbahndienst benutzte mitteleuropäische Zeit auch für das gesamte bürgerliche Leben zur Einheitszeit erhoben.

[2]) In außereuropäischen Ländern sind die wichtigsten Meridiane, auf welche Zeitangaben für Verkehrszwecke bezogen werden, die folgenden: Nordamerika: Eastern time $5^h 0^m$ w. Gr., Central time $6^h 0^m$ w. Gr., Mountain time $7^h 0^m$ w. Gr., Pacific time $8^h 0^m$ w. Gr. — Australien: Westseite $8^h 0^m$ östl. Gr., Südseite $9^h 30^m$ östl. Gr., Victoria, N. S. Wales, Queensland und Tasmanien $10^h 0^m$ östl. Gr., Neuseeland $11^h 30^m$ östl. Gr. — Japan: $9^h 0^m$ östl. Gr. — Südafrika: Kapkolonie $1^h 30^m$ östl. Gr., Natal $2^h 0^m$ östl. Gr. — Argentinien: $3^h 52^m$ w. Gr.

2. Mitteleuropäische Zeit (M. E. Z.) nach dem Normalmeridian 1^h östl. Greenwich in:
   Deutschland, Österreich-Ungarn, Italien, Schweiz, Luxemburg, Dänemark, Schweden, Norwegen, Bosnien, Serbien und West-Türkei.
3. Osteuropäische Zeit (O. E. Z.) nach dem Normalmeridian 2^h östl. Greenwich in:
   Bulgarien, Rumänien und Ost-Türkei.
4. Einheitliche Landeszeit nach den Meridianen der Hauptstädte (Paris, Petersburg, Madrid, Lissabon und Athen) besteht in:
   Frankreich ($0^h\,10^m$ östl. Gr.), Rußland ($2^h\,1^m$ östl. Gr.), Spanien ($0^h\,15^m$ westl. Gr.), Portugal ($0^h\,37^m$ westl. Gr.) und Griechenland ($1^h\,35^m$ östl. Gr.).

Bei den Bestimmungen der für die geographische Orientierung wichtigen Zeit (Orts-Sternzeit, wahre oder mittlere Ortszeit) kommt es auf eine Ermittelung des Stundenwinkels der Himmelskörper vom Beobachtungsorte aus an. Man muß deshalb die Angaben von Chronometern, welche sehr häufig nach Zonenzeit gehen, zur Berechnung von t erst auf die Ortszeit des Beobachtungspunktes reduzieren, was mit Hilfe des Längenabstandes desselben vom Normalmeridian geschieht. Hat man z. B. in Berlin mit einem nach M. E. Z. gehenden Chronometer beobachtet, so findet man mittlere Berliner Zeit durch Anbringung der Reduktion $-6^m\,25{,}2^s$ an die richtige M. E. Z. des Chronometers. Im folgenden ist für die verschiedenen deutschen Sternwarten die Reduktion der M. E. Z. auf mittlere Ortszeit zusammengestellt:

	Reduktion der M. E. Z. auf Ortszeit		Reduktion der M. E. Z. auf Ortszeit
1. Berlin	$-\ 6^m\ 25{,}2^s$	10. Heidelberg	$-25^m\ 6{,}1^s$
2. Bamberg	$-16\ \ 26{,}4$	11. Jena	$-13\ \ 39{,}3$
3. Bonn	$-31\ \ 36{,}8$	12. Kiel	$-19\ \ 24{,}4$
4. Breslau	$+\ 8\ \ 8{,}7$	13. Königsberg	$+21\ \ 59{,}0$
5. Danzig	$+14\ \ 39{,}5$	14. Leipzig	$-10\ \ 26{,}1$
6. Düsseldorf	$-32\ \ 55{,}1$	15. München	$-13\ \ 34{,}0$
7. Gotha	$-17\ \ 9{,}6$	16. Potsdam	$-\ 7\ \ 44{,}2$
8. Göttingen	$-20\ \ 13{,}7$	17. Straßburg	$-28\ \ 55{,}4$
9. Hamburg	$-20\ \ 6{,}3$	18. Wilhelmshaven	$-27\ \ 24{,}9$

Figur der Erde.

Bei Ableitung der Koordinaten φ (Breite) und λ (Länge) für die Erdorte, welche als Deklinationen und Rektaszensionen der zugehörigen Scheitelpunkte definiert werden konnten, ist die Erdgestalt als kugelförmig vorausgesetzt worden. Bei dieser ersten Annäherung, welche auch für fast alle Aufgaben der geographischen Ortsbestimmung genügt, beträgt der mittlere Erdhalbmesser rund 6370 km, der mittlere Umfang eines größten Kreises der Erdkugel rund 40 030 km. Drückt man nach diesen mittleren, für eine Kugel von gleicher Oberfläche mit der Erde angenommenen Zahlen die im Bogen größten Kreises gemessenen Grade, Minuten und Sekunden in linearem Maße auf der Erdoberfläche aus, so findet sich abgerundet: $1^0 = 111{,}2$ km, $1' = 1853$ m und $1'' = 31$ m.

Die allgemein festgesetzten, der wirklichen, sphäroidischen Erdfigur (s. S. 32) entsprechenden und in Teilen des Äquatorumfanges (rund 40 070 km = 5400 geogr. Meilen) ausgedrückten Zahlen sind: $1^0 = 111{,}31$ km (15 geogr. Meilen zu je 7420,44 m), $1' = 1855{,}11$ m (1 Seemeile), $1'' = 30{,}92$ m. Die entsprechenden Werte in den nach den Polen hin abnehmenden Parallelkreisen, auf der Erdkugel gemessen, ergeben sich durch Multiplikation der obigen Zahlen mit $\cos\varphi$, wie unmittelbar aus Fig. 3 (s. S. 5) folgt, wo der Radius des Parallelkreises $P_1 P_2$ gleich dem Äquatorradius multipliziert mit dem Kosinus von Winkel $P_1 C A$ (im Falle der Erdkugel Breite φ des Parallelkreises) ist. Für den Meridianumfang der sphäroidischen Erde (rund 40000 km) beträgt die Länge eines Meridiangrades am Äquator 110,56 km, am Pol 111,68 km.

Aus nebenstehender kleiner Tabelle werden die Ausdehnungen der Längengrade auf verschiedenen Breitenkreisen ersichtlich.

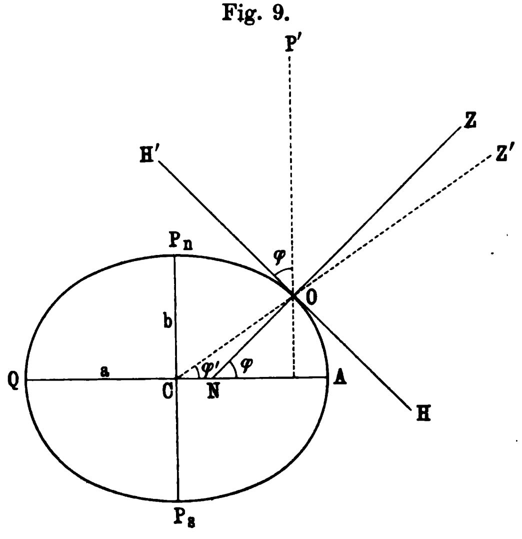
Man erkennt aus der Zusammenstellung S. 31, daß z. B. in Deutschland ($\varphi = 50^0$) bei ost-westlicher Verschiebung um rund 300^m die Länge sich um 1^s (20^m pro $1'' = 0{,}07^s$) ändert, während einer Breitenänderung um $1''$ ($\varDelta\varphi = 1''$) fast auf der ganzen Erde eine nord-südliche Verschiebung von etwa 31^m (genauer 30,7 m für $\varphi = 0^0$, 30,8 m für $\varphi = 30^0$, 30,9 m für $\varphi = 50^0$ und 31,0 m für $\varphi = 70^0$; s. Anm. S. 33) entspricht. Bei Beurteilung der Genauig-

keiten von Orientierungen in Länge und Breite auf der Erde werden diese Zahlenverhältnisse weiter unten noch eine Rolle spielen.

φ	Länge von 1° im Parallel	Länge von 1′ im Parallel	Länge von 1″ im Parallel
0°	111,3 km	1855 m	30,9 m
10	109,6	1824	30,4
20	104,6	1746	29,1
30	96,5	1608	26,8
40	85,4	1422	23,7
50	71,7	1194	19,9
60	55,8	930	15,5
70	38,2	640	10,6
80	19,4	324	5,4
90	—	—	—

In Wirklichkeit ist aber die Erde keine Kugel, sondern sehr nahe ein an den Polen abgeplattetes Sphäroid, also ein Körper, der durch die Umdrehung einer Ellipse um ihre kleine Achse entstanden ist. Bei einem solchen Rotationskörper bleiben die dem Äquator parallelen, also senkrecht zur Erdachse gelegten Schnittebenen Kreise, während alle durch die Endpunkte der Erdachse selbst, also senkrecht zu den Breitenkreisen gelegten Schnittfiguren Ellipsen darstellen, in denen die Krümmung mit wachsender Breite abnimmt. Daher beeinflußt die sphäroidische Gestalt des Erdkörpers nur die Größe des Erdradius ϱ und die Definition der geographischen Breiten φ, aber nicht die Längen λ. Dies folgt unmittelbar auch aus Fig. 9, welche einen meridionalen Schnitt der Erdfigur darstellt, durch die Polpunkte

Fig. 9.



P_n, P_s und die Äquatorpunkte A, Q gehend. $CP_n = CP_s = b$ ist der kleinste, $CQ = CA = a$ der größte Erdradius; die im Beobachtungsorte O gezogene Tangente HH' gibt den scheinbaren Horizont, die dazu senkrechte Linie ON die Richtung der Lotlinie an, welche bei kugelförmiger Gestalt unseres Planeten und ohne Berücksichtigung seiner Rotation durch den Mittelpunkt C gehen würde.

Bei der sphäroidischen Erde ist nun die zum geographischen Zenit Z gehörige geographische Breite $\varphi = ONA$ stets größer als die dem geozentrischen Zenit Z' entsprechende geozentrische Breite $\varphi' = OCA$. Nur an den Endpunkten der großen und kleinen Achse des Ellipsoids verschwindet jener Unterschied zwischen geographischer und geozentrischer Breite, der sich aus der Ellipsengleichung folgendermaßen berechnen läßt:

$$tg\,\varphi' = tg\,\varphi\,\frac{CP_n^2}{CA^2} = tg\,\varphi\,\frac{b^2}{a^2}. \tag{12}$$

Seinen Maximalwert von ungefähr 11,5′ erreicht der Unterschied $\varphi - \varphi'$ unter der geographischen Breite von 45° auf der Erde. Der zum Beobachtungsorte O mit der Breite φ gehörende Erdradius $OC = \varrho_\varphi$ läßt sich im Anschluß an die Gleichung der Ellipse aus folgender Relation berechnen:

$$\varrho_\varphi = a\sqrt{\frac{\cos\varphi}{\cos\varphi'\,\cos(\varphi - \varphi')}}. \tag{12a}$$

Für die Dimensionen des sphäroidischen Erdkörpers oder des sogenannten Referenzsphäroids mögen die folgenden Werte nach Helmert, mit Berücksichtigung der Zahlen aus Bessels und Clarkes Bestimmungen abgerundet angenommen werden:

Halbe große Achse der Meridianellipse a . . . . = 6378 km,
Halbe kleine Achse der Meridianellipse b . . . . = 6356 „
Abplattung $\alpha = \frac{a-b}{a}$ . . . . $= \frac{1}{299}$

Alsdann ergibt sich folgende Übersichtstabelle[1]) für die mit der Breite eines Erdortes veränderlichen Differenzen $\varphi - \varphi'$,

[1]) Genaue Tafeln der geozentrischen oder verbesserten Breiten φ' und der Erdradien ϱ finden sich bis $\varphi = 65°$ in den Hilfstafeln zur geographischen Ortsbestimmung von Th. Albrecht (dritte Auflage, S. 264 bis

geographische weniger geozentrische Breite, und für die Erdradien ϱ:

φ	$\varphi - \varphi'$	ϱ	φ	$\varphi - \varphi'$	ϱ
0°	0′ 0″	6378 km	50°	11′ 20″	6365 km
10	3 55	6377	60	9 59	6362
20	7 23	6375	70	7 30	6359
30	9 57	6373	80	3 59	6357
40	11 20	6369	90	0 0	6356
45	11 31	6367			

Für die Zwecke der geographischen Ortsbestimmung kommt die soeben skizzierte sphäroidische Gestalt des Erdkörpers nur bei Beobachtungen des uns relativ sehr nahen Mondes (mittlere Entfernung 380 000 km) in Betracht, wenn es sich darum handelt, die von der Erdoberfläche nach dem Monde ausgeführten Richtungsmessungen auf das Erdzentrum zu reduzieren (s. S. 61). Liegen den geographischen Orientierungen Richtungsbestimmungen nach der Sonne oder gelegentlich nach den großen Planeten Venus, Mars, Jupiter und Saturn zugrunde, so kann die Erde stets als kugelförmig angenommen werden. Sind endlich die Richtungsmessungen an Fixsternen angestellt worden, so darf unser Planet, dessen mittlerer Radius (6370 km) im Verhältnis zur nächsten Fixstern-Entfernung (α Centauri, 40 Billionen Kilometer) verschwindend klein ist, sogar als Punkt betrachtet werden.

Schließlich sei der Vollständigkeit halber an dieser Stelle noch erwähnt, daß die faktische Gestalt der Erde, das sog. Geoid, auch von der einfachen, mathematisch definierbaren Form eines Rotationsellipsoids abweicht, da letzteres überhaupt nur für einen allseitig mit tiefen Ozeanen bedeckten Planeten von konzentrisch homogener Masse gelten kann. Auf dem wirklichen Erdkörper wird die das Zenit eines Ortes ergebende Lotrichtung, welche durch die Schwere oder durch die dazu senkrechte, mittels Nivellierung erhaltene Horizontale sich bestimmt, im allgemeinen nicht genau mit der zum Ellipsoid im Beobachtungspunkte normalen Richtung zusammenfallen.

---

267). Daselbst sind auch (S. 272 u. 273) die Bogenlängen für 1″ im Meridian und für 1″ bzw. 1^s im Parallel auf der sphäroidischen Erde genau tabuliert.

In der Tat haben genaue geodätische Messungen gezeigt, daß fast überall infolge unregelmäßiger Figur und Dichte der Erde Lotabweichungen in nord-südlicher wie in ost-westlicher Richtung auftreten, die von Bruchteilen der Bogensekunde bis zu etwas über ein und eine halbe Bogenminute gehen können. So beträgt z. B. die Lotablenkung für die Station Wladikawkas durch das Kaukasusgebirge etwa 36″, und in der Tiefebene bei Moskau ist eine durch unterirdische Massendefekte hervorgerufene Lotabweichung von ungefähr 10″ beobachtet worden. Auf Hawaii endlich, wo u. a. der Riesenvulkan Mauna Loa bis zur Höhe von 8000 m vom Meeresboden aus sich erhebt, kommt die bisher größte Lotstörung auf der Erde von 97″ vor. Solche in meridionaler Richtung und im Sinne der Parallelkreise auftretenden Lotablenkungen bewirken, daß die astronomisch bestimmten Breiten- und Längenunterschiede der Erdorte nicht genau mit den entsprechenden geodätischen, auf trigonometrischem Wege ermittelten Entfernungen übereinstimmen.

Für die vorliegenden astronomischen Zwecke der geographischen Ortsbestimmung, die hier allein in Betracht kommen, genügt es jedoch, wenn φ und λ einfach auf die Lage des zum Beobachtungsorte gehörigen astronomisch-geographischen Zenits an der Himmelskugel bezogen werden, welche durch die Verlängerung der im Beobachtungspunkte stattfindenden Lotlinie gegeben ist.

Veränderungen der Gestirnskoordinaten und der Koordinaten der Erdorte; Verbesserungen der Beobachtungen.

Bisher wurde angenommen, daß die Fundamentalebene des Äquators und ihre Pole, auf welche die sphärischen Koordinaten der Gestirne (δ, α) und diejenigen der Erdorte (φ, λ) bezogen sind, sowohl im Raume unter den Sternen als auch auf dem Erdkörper gegen die Ebene des jeweiligen Beobachtungshorizontes unveränderlich liegen. Das ist aber nur näherungsweise der Fall, denn man hat es bei Berechnung der Koordinaten für die Gestirne und bei Auswertung der Richtungsmessungen an den Himmelskörpern im großen und ganzen mit sieben Korrektionen

zu tun, welche als Präzession, Nutation, Polschwankung, Aberration, Eigenbewegung, Refraktion und Parallaxe in der sphärischen Astronomie eine wichtige Rolle spielen. Das Wesen derselben soll nunmehr ganz kurz erörtert werden, soweit jene Korrektionen für die vorliegenden Zwecke der geographischen Ortsbestimmung in Betracht kommen. Hierbei muß neben der bisher allein berücksichtigten Einwirkung der Erdrotation auch der Einfluß der jährlichen Bewegung unseres Planeten in der Ebene der Ekliptik auf die vom Erdmittelpunkte aus festgelegten sphärischen Gestirnskoordinaten in Betracht gezogen werden.

Präzession. Wäre die Erde eine vollkommene Kugel, oder stände die Rotationsachse der sphäroidischen Erde senkrecht zur Bahnebene, so könnte trotz wechselnder Anziehungswirkungen von Sonne und Mond, falls noch Mondbahn und Ekliptik zusammenfielen, die Erdachse während der jährlichen Bewegung unseres Planeten ihre Richtung im Weltenraume nicht ändern. Bei dem wirklichen Erdellipsoid mit einer um $23{,}5^0$ gegen die Ekliptik und etwa 18^0 bis 28^0 (s. S. 38, Anm.) gegen die Mondbahn geneigten Äquatorebene erzeugt aber die Anziehungswirkung von Sonne und Mond in Verbindung mit der Rotation der Erde eine langsame Drehung des Äquatorpols um den Pol der zunächst als fest angenommenen Ekliptik. Dadurch entsteht eine rückgängige Bewegung der Durchschnittslinie beider, um die Schiefe der Ekliptik (ε) gegeneinander geneigter Ebenen, also auch der Äquinoktialpunkte auf der Ekliptik, um jährlich etwa $50{,}3''$, welche als Präzession bereits im zweiten vorchristlichen Jahrhundert dem griechischen Astronomen Hipparch bekannt war. Infolge dieser sog. Lunisolar-Präzession wachsen die vom Frühlingspunkte (♈) auf der Ekliptik nach Osten gezählten Längen der Sterne[1]), und entsprechend ändern sich auch die Rektaszensionen und Deklinationen, indem erstere (α) im all-

[1]) Den sphärischen Koordinaten (δ, α) im System des Äquators entsprechen in der Fundamentalebene der Ekliptik die Breiten (b) und die Längen (l). Unter Breite des Gestirnes, gezählt von 0^0 bis $\pm 90^0$ (Ekliptik bis Pol der Ekliptik), versteht man den auf seinem Breitenkreise gezählten Bogenabstand des Gestirnes von der Ekliptik; die Länge eines Gestirnes ist der auf der Ekliptik von 0^0 bis 360^0 (im Sinne der Rektaszension) gezählte Bogenabstand seines Breitenkreises vom Frühlingspunkte.

gemeinen zunehmen[1]) und letztere (δ) wie die Sonnendeklinationen zwischen den Rektaszensionsstunden 6^h und 18^h (absteigende Hälfte der Sonnenbahn) abnehmen, zwischen $\alpha > 18^h$ und $< 6^h$ (aufsteigende Sonnenbahn) aber zunehmen.

Außer dieser durch Mond und Sonne verursachten Lunisolar-Präzession, welche Deklinationen und Rektaszensionen der Gestirne ändert, rufen auch die gegenseitigen Anziehungen zwischen den größen, außerhalb der Erdbahnebene befindlichen Planeten[2]) und der Erde langsame und kleine Bewegungen der Ekliptik gegen eine als fest anzunehmende Anfangslage hervor. Durch diese sog. planetarische Präzession, welche die Verbindungslinie der Äquinoktialpunkte im Zählungssinne der Rektaszensionen auf dem Äquator jährlich um etwas über 0,1″ verschiebt, verkleinern sich nur die Rektaszensionen, nicht die Deklinationen der Sterne.

Endlich bewirken die gegenseitigen Anziehungen der Planeten auch noch kleine und allmählich vor sich gehende Änderungen in der Neigung zwischen Ekliptik und Äquator. Durch diese sog. Säkularänderung der Schiefe der Ekliptik, welche gegenwärtig das mittlere ε jährlich um etwa 0,5″ verringert, werden gleichfalls Rektaszensionen und Deklinationen der Sterne um kleine Beträge geändert.

Die Gesamtwirkung der drei soeben kurz erörterten Präzessionsbewegungen bildet die sog. allgemeine Präzession, für welche nach Newcomb an Stelle der älteren Werte von Bessel und Struve der folgende Ausdruck zu setzen ist:

$$\text{13)} \qquad \text{Allgemeine Präzession für} \begin{cases} 1900 & 50{,}2564'' \\ 1925 & 50{,}2619''. \end{cases}$$

Nach den Beschlüssen der Internationalen astronomischen Konferenz zu Paris vom Jahre 1896 sind diese Präzessionswerte nach S. Newcomb auch in allen astronomischen Jahrbüchern einheitlich eingeführt worden.

Einer jährlichen Bewegung der Äquinoktialpunkte auf der

---

[1]) Nur für die wenigen Sterne, bei denen $\alpha > 12^h$ und zugleich $\cot g\,\delta < tg\,\varepsilon\,\cos(270^0 - \alpha)$ ist, nimmt α ab, also für die Hauptsterne von Ursa minor, mit Ausnahme des Polarsternes, sowie für einige Sterne im Drachen und im Sternbilde des Cepheus.

[2]) So beträgt z. B. beim Jupiter die Neigung seiner Bahn gegen die Ekliptik 1,3″, beim Saturn 2,5°, beim Mars 1,9° und bei der Venus 3,4°.

Ekliptik um den Betrag der allgemeinen Präzession (50,26″ für 1905) entspricht in etwa 25 700 Jahren ein ganzer Umlauf derselben (360° = 1 296 000″). In dieser Zeit vollzieht sich daher auch an der scheinbaren Himmelskugel die Bewegung des Äquatorpols um den Pol der Ekliptik nahezu in einem Kreise, dessen Halbmesser der Schiefe der Ekliptik gleich ist. Im Laufe der Jahrhunderte kommen deshalb verschiedene Sterne dem nördlichen und südlichen Pole der bis zur Himmelskugel verlängerten Erdachse mehr oder weniger nahe. Gegenwärtig ist der nördliche helle Polarstern α Ursae minoris (zweiter Größe) etwa 72′ vom Nordende der Weltachse entfernt, und dieser Polabstand verkleinert sich allmählich noch, bis er im Jahre 2100 sein Minimum von 28′ erreicht haben wird. Dem südlichen Weltpole steht gegenwärtig kein heller Fixstern, sondern nur σ Oktantis (5,5. Größe) bis auf 45′ nahe, während der dem Südende der Weltachse nächste helle Fixtern β Hydri (dritter Größe) jetzt noch etwa 12,2° Polabstand hat.

Eine andere Wirkung derselben Präzessionsbewegung zeigt sich in der astronomischen und bürgerlichen Zeitrechnung bei dem siderischen und tropischen Sonnenjahre. Das siderische Jahr ist der Zeitraum, in welchem scheinbar die Sonne ihren Umlauf in der Ekliptik mit Bezug auf denselben Punkt unter den nahezu unbewegt erscheinenden Fixsternen vollendet. Die Länge dieses, nur in der Astronomie benutzten Jahres ist gleich $365^d\ 6^h\ 9^m\ 9{,}34^s$ (365,25636 mittleren Tagen). Das tropische Jahr bezeichnet einen scheinbaren Umlauf der Sonne, gerechnet von Frühlingspunkt zu Frühlingspunkt, der jährlich um den Betrag der allgemeinen Präzession (50,26″) auf der Ekliptik der Sonne entgegengeht. Daher muß das tropische Jahr kürzer sein als das siderische; die Länge dieses, für die bürgerliche Zeitrechnung ausschließlich in Betracht kommenden und zugleich etwas veränderlichen[1]) Jahres ist jetzt gleich $365^d\ 5^h\ 48^m\ 45{,}9^s$ (365,2422 mittleren oder 366,2422 Sterntagen).

Soviel über die Wirkungen der Präzession. Die Beträge, um welche die Sternkoordinaten (δ, α) jährlich durch die ungleich-

[1]) Da der Betrag der Präzession nicht konstant, sondern mit der Zeit veränderlich ist, variiert die Länge des tropischen Jahres, allerdings in so kleinen Grenzen, daß sie erst in je 100 Jahren um $0{,}59^s$ abnimmt.

förmige Präzessionsbewegung geändert werden, finden sich in den astronomischen Jahrbüchern und in den Sternverzeichnissen, deren Erläuterung weiter unten im zweiten Teil erfolgt.

Da die Erde im Verlaufe des soeben definierten tropischen Jahres mit Bezug auf die Sterne eine volle Umdrehung mehr macht (365,2422 mittlere = 366,2422 Sterntage), folgt auf einfache Weise, was an dieser Stelle noch erwähnt sei, der früher (s. S. 9) bereits genähert angegebene Unterschied zwischen der Länge eines mittleren und eines Sterntages. Drückt man nämlich den mittleren Tag M_t und den Sterntag S_t in derselben Einheit mit Bezug auf das tropische Jahr aus, so erhält man:

$$S_t = \frac{365{,}2422}{366{,}2422} M_t = 0{,}9972696\, M_t$$
$$= M_t - 3^m\, 55{,}91^s \text{ mittlere Zeit.}$$

13 a)
$$M_t = \frac{366{,}2422}{365{,}2422} S_t = 1{,}0027379\, S_t$$
$$= S_t + 3^m\, 56{,}55^s \text{ Sternzeit.}$$

Nutation. Die soeben erörterten Präzessionsbewegungen in den Sternkoordinaten δ, α, welche auf langsamen und stetigen Verschiebungen der Lage von Äquator und Ekliptik beruhen, sind sog. säkulare Änderungen, welche nahezu proportional der Zeit in demselben Sinne für Jahrhunderte vor sich gehen. Infolge derselben beschreibt, wie oben gezeigt wurde, der mittlere Pol des Äquators eine nahezu kreisförmige Bewegung um den Ekliptikpol in etwa 25 700 Jahren. Während dieses sog. großen Platonischen Jahres, welches beinahe 260 Jahrhunderte umfaßt, führt aber die Erdachse außerdem zahlreiche periodische, in kürzeren Zeiträumen um eine mittlere Lage hin und her schwankende Bewegungen aus, welche im Gegensatz zur Präzession nicht als der Zeit proportionale angesehen werden können. Diese periodische Bewegung der wahren Erdachse um eine mittlere Lage des Äquatorpols im Raume unter den Sternen, welche Nutation heißt, kommt außer durch die Sonnenattraktion insbesondere durch die auf die Lage der Erdachse vom Monde ausgeübte Anziehung zustande, dessen Bahnebenenneigung zum Erdäquator und Entfernung von demselben stark variieren [1]. Infolge dieser

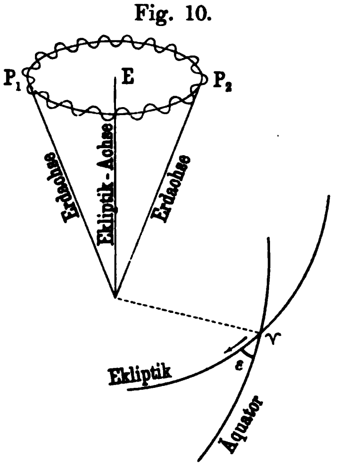
[1] Die Neigung der Mondbahn gegen die Ekliptik beträgt etwa 5° (s. S. 35 Präzession).

1748 von dem englischen Astronomen Bradley entdeckten Nutation beschreibt der wahre Pol des Äquators um den mittleren in etwa 18,7 Jahren eine Ellipse, deren große nach dem Ekliptikpol gerichtete Achse 18,4″ und deren kleine Achse etwa 13,7″ beträgt. Nach Dauer und Größe ist jene als periodische Änderung der säkularen Präzession aufzufassende Nutationsbewegung in erster Linie abhängig von der ebenfalls in 18,7 Jahren sich vollziehenden Umdrehung der Mondknoten (Durchschnittslinien von Mond- und Erdbahn) auf der Ekliptik.

In Fig. 10 wird schematisch veranschaulicht, wie durch das Zusammenwirken der Präzessions- und Nutationsbewegungen der Pol der Erdachse um den Pol der Ekliptik sich in einer wellenförmigen Kurve bewegt.

Die Nutation beeinflußt ebenso wie die Präzession die Lage der Äquinoktialpunkte auf der Ekliptik und die Schiefe der Ekliptik. Man unterscheidet daher zwischen einer Nutation in Länge und einer Nutation in Schiefe, deren Gesamtwirkung die Deklinationen und Rektaszensionen der Sterne um kleine Beträge periodisch ändert.

Fig. 10.



Zusammenwirken der Präzession und Nutation auf die Bewegung der Erdachse im Raume.

Die Berechnung dieser Nutationsglieder ist gleichfalls in den astronomischen Jahrbüchern ausgeführt, so daß die daselbst angegebenen Gestirnskoordinaten (δ, α), wie im zweiten Teil gezeigt wird, als behaftet mit den Lagenänderungen der Fundamentalebenen im Raume anzusehen sind.

Polschwankung. Die in den Polen der Äquatorebene endigende Rotationsachse der Erde erfährt außer den besprochenen Präzessionen und Nutationsbewegungen im Raume noch kleine periodische Schwankungen innerhalb des Erdkörpers, welche nunmehr ganz kurz erörtert werden sollen. Durch solche, erst in den letzten Jahrzehnten entdeckte Lagenänderungen der Erd-

achse im Erdkörper selbst werden Breiten und Längen (φ, λ) der Beobachtungsorte[1]), also die Deklinationen und Rektaszensionen der jeweiligen Scheitelpunkte innerhalb enger Grenzen, bis zu Beträgen von 0,6″ periodisch verändert.

Die Rotation unseres Planeten vollzieht sich um eine Umdrehungsachse, welche im allgemeinen mit der Hauptachse größter Trägheitsmomente zusammenfällt. Denkt man sich diese durch den Schwerpunkt des Erdkörpers gehende Linie über die Erdoberfläche bis zur Himmelssphäre verlängert und für einen beliebigen Ort die durch ein Niveau im Meridian gegebene Horizontale tangential am Beobachtungsorte gezogen (s. Fig. 9, S. 31), so ist der Winkel zwischen diesen beiden Richtungen, wie wir wissen, identisch mit der Ortsbreite φ, welche bekanntlich auch als Deklination des Ortsscheitelpunktes definiert werden kann.

Man bestimmt nun, um einen speziellen einfachen Fall zu nehmen, die Polhöhe φ eines Ortes z. B. so, daß die Richtung nach dem Zenit (Vertikale) festgelegt und der Abstand geeigneter, in Deklination (oder Poldistanz) genau bestimmter Gestirne vom Zenit aus gemessen wird. Daher setzt sich die Kenntnis der geographischen Breite aus drei Elementen zusammen: Richtung der Lotlinie am Beobachtungsorte, Position der zur Messung benutzten Sterne in Deklination und Lage der Umdrehungsachse im Erdkörper.

Schon Euler zeigte Mitte des 18. Jahrhunderts in seiner „Theorie der Drehung fester Körper um eine bewegliche Achse", daß Verschiebungen der geographischen Pole auf der Erdoberfläche eintreten müssen, wenn die Rotationsachse nicht immer genau mit einer der Hauptträgheitsachsen unseres Planeten zusammenfällt. Alsdann beschreibt nämlich der Pol der Rotationsachse um denjenigen der Trägheitsachse eine nach Euler in 10 Monaten, oder, wie wir jetzt aus umfassenderen Untersuchungen insbesondere von Chandler wissen, in ungefähr 14 Monaten ablaufende kreisförmige Bewegung, die sog. Eulersche Periode mit minimalem Ausschlage. Auch Bessel hielt vor etwa siebzig

[1]) Auch die Azimute der Beobachtungsorte oder ihre horizontalen Abstände von der Mittagslinie erfahren entsprechende kleine Änderungen, da infolge der Polbewegung auf der Erde die Lage der Meridiane sich ebenfalls, wenn auch ganz minimal, verschiebt.

Jahren, im Anschluß an seine klassischen astronomisch-geodätischen Arbeiten, Schwankungen der Erdachse im Erdkörper für äußerst wahrscheinlich, ohne indes beim damaligen Stande astronomischer Technik diese wissenschaftliche Ahnung zahlenmäßig begründen zu können Erst vor etwa 30 Jahren gelang es auf der russischen Sternwarte Pulkowa dem Astronomen Nyrén, aus genauen fortlaufenden Höhenmessungen des Polarsternes mehr oder weniger deutliche Spuren dieser Eulerschen Polbewegung zu finden. Kurz darauf wies der englische Physiker W. Thomson (jetzt Lord Kelvin) theoretisch nach, daß neben jener nach Euler 10monatlichen (in Wirklichkeit 14monatlichen) Bewegung des Rotationspols um den Trägheitspol letzterer selbst durch Veränderungen in der Atmosphäre, Hydrosphäre und Lithosphäre der Erde jährliche Bewegungen erfahren müsse, welche im Verein mit den 10- oder richtiger 14monatlichen ziemlich komplizierte Gesamtschwankungen der Erdachse, mit fast zehnmal so großen Ausschlägen wie die Eulersche Periode, hervorrufen dürften.

Die verfeinerte astronomische Beobachtungskunst hat diese theoretische Annahme glänzend bestätigt, denn schon 1888 konnte Küstner auf der Berliner Sternwarte eine Polhöhenänderung von mehreren Zehntel Bogensekunden erweisen. Alsdann erfolgte durch die von der Internationalen Erdmessung von 1889 bis 1891 eingesetzte Kooperation der Sternwarten in Berlin, Potsdam, Prag und Straßburg der sichere Nachweis von periodischen, damals etwa jahreszeitlichen Veränderungen der Polhöhen genannter Orte. Der Ausschlag dieser Periode, deren Maxima damals etwa im Herbst, deren Minima ungefähr im Frühling stattfanden, betrug auf allen Stationen rund eine halbe Bogensekunde, oder in linearem Maße auf der Erdoberfläche etwa 16 m [1]).

Für eine derartige periodische Veränderlichkeit der Polhöhen konnten, entsprechend den oben genannten, bei Breitenbestimmungen maßgebenden Faktoren, drei verschiedene Ursachen a priori geltend gemacht werden. Es waren dies Schwerkraftsänderungen, welche die Lotrichtung beeinflußt hätten, unbekannte Nutations-

[1]) So ergab sich z. B. für Berlin im Mittel aus des Verfassers Breitenbeobachtungen der Jahre 1889/91 die momentane Polhöhe folgendermaßen:

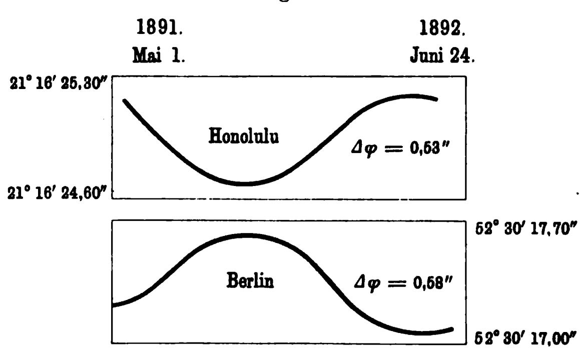
September-Oktober, $\varphi = +52^0\ 30'\ 17{,}27''$
Februar, $\varphi = +52\ \ 30\ \ 16{,}83$ $\quad \Delta\varphi = 0{,}44''$.

bewegungen der Erdachse im Raume, welche die Deklinationen der beobachteten Sterne geändert haben würden, und endlich Schwankungen der Umdrehungsachse im Erdkörper selbst, wodurch die geographischen Positionen von Nord- und Südpol auf unserem Planeten veränderlich werden. Die zuletzt erwähnte Ursache war schon aus theoretischen Betrachtungen die wahrscheinlichste; außerdem gelang der wichtige mathematische Nachweis, daß, bei geringer, aber periodischer Bewegung des Trägheitspols durch Massenverschiebungen auf der Erde, der Rotationspol um den ersteren eine spiralförmige Kurve beschreiben muß, die sich allmählich bis zum siebenfachen des Anfangsausschlages erweitern und darauf entsprechend verengen kann.

Um aber auch auf experimentellem Wege die Frage nach der wahren Ursache jener für die gesamten astronomisch-geodätischen Messungen so bedeutsamen Polhöhenänderungen zu entscheiden, wurde von der Internationalen Erdmessung und der nordamerikanischen Vermessungsbehörde im April 1891 eine Expedition nach dem ungefähr auf dem Gegenmeridian von Berlin ($\Delta\lambda_{\text{Berlin}} = 11{,}4^{\text{h}}$) gelegenen Honolulu (Hawaiische Inseln) ausgesandt. Die zu Honolulu in Kooperation mit Berlin, Prag und Straßburg 1891 bis 1892 ausgeführten Polhöhenmessungen ergaben, daß die Breitenänderungen der Südseestation genau entgegengesetzt den gleichzeitig auf den deutschen Sternwarten wahrgenommenen verliefen [1]). Dadurch wurde evident, daß die Erdachse selbst

[1]) Zur Veranschaulichung dieses gleichzeitig entgegengesetzten Verhaltens der Breitenänderung auf dem Meridian und Gegenmeridian mögen die folgenden Kurven dienen:

Fig. 11.



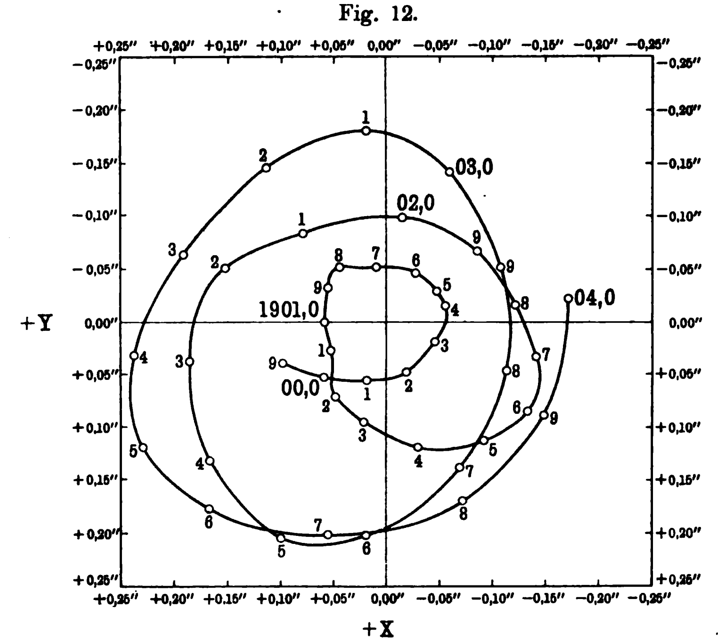
Breitenänderungen zu Honolulu (Marcuse) und Berlin (Battermann) 1891/92.

ihre Lage innerhalb des Erdkörpers ändert. Infolge dieser inzwischen auf zahlreichen anderen Stationen konstatierten Erdachsenschwankungen bewegen sich die geographischen Pole auf der Erdoberfläche nach jeglicher Richtung in unregelmäßigen Kurven, deren Perioden und Amplituden sich nicht vorausberechnen, sondern nur aus fortlaufenden Messungen an verschiedenen, zweckmäßig über die Erde verteilten Stationen ermitteln lassen.

Fig. 12 veranschaulicht die Bewegung des Nordpols der Erdachse in den Jahren 1900 bis 1904 auf Grund eines großen Materiales von internationalen korrespondierenden Breitenbeobachtungen.

Seit etwa fünf Jahren ist nämlich von der Internationalen Erdmessung ein permanenter Polhöhendienst auf vier Stationen

Fig. 12.



Bahn des Nordpoles der Erdachse.

Bewegung des Nordpoles von 1900 bis 1904 nach Th. Albrecht: Resultate des Internationalen Breitendienstes, Bd. I, Berlin 1903; Astr. Nachr. 1904.

unter gleicher Breite ($\varphi = +39^\circ\ 8'$) und in Länge möglichst gleichmäßig über die Erde verteilt (Sardinien, Ostküste, Westküste von Nordamerika und Japan) eingerichtet worden, welche fortlaufend Beobachtungsmaterial zur Ableitung der Erdachsen-

schwankungen liefern und durch zwei auf nationalem Wege erhaltene, auf demselben Parallelkreise liegende Kontrollstationen, Cincinnati in Nordamerika und Tschardjui im asiatischen Rußland, verstärkt werden. Ohne an dieser Stelle näher auf Einzelheiten jener rechnerisch nur für schärfste, bis auf zehntel Bogensekunden genaue astronomisch-geodätische Messungen in Frage kommenden, im übrigen aber auch allgemein wichtigen Erscheinung einzugehen, soll nur noch hervorgehoben werden, in welcher Weise die geographischen Koordinaten der Erdorte von der Polschwankung beeinflußt werden.

Sind φ_0, λ_0 mittlere, für eine bestimmte Epoche gültige Werte von Breite und Länge eines Ortes, dessen momentan beobachtete Koordinaten φ, λ seien, und bezeichnen x, y unbekannte, mit der Polbewegung zusammenhängende Reduktionsgrößen, so gelten die folgenden Beziehungen:

$$14)\quad \begin{aligned} \varphi - \varphi_0 &= x \cos\lambda + y \sin\lambda \\ \lambda - \lambda_0 &= (x \sin\lambda - y \cos\lambda)\, tg\, \varphi \end{aligned}$$ [1].

Für die Reduktionsgrößen x, y gibt das Zentralbureau der Internationalen Erdmessung auf Grund der oben genannten fortlaufenden Stationsbeobachtungen tabellarische Übersichten [2]) heraus, welche die Verbesserungen in Breite und Länge für die Polbewegung unmittelbar verwendbar machen.

Aberration. Die Koordinaten der Gestirne an der scheinbaren Himmelskugel werden nicht nur durch die säkularen Prä-

---

[1]) Zur Reduktion der momentanen Azimute auf mittlere gilt die Gleichung:

$$14a)\quad A - A_0 = (y \cos\lambda - x \sin\lambda) \sec\varphi.$$

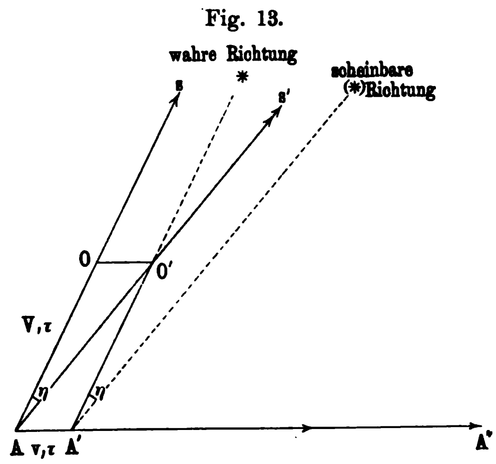
[2]) Vgl. Resultate des internationalen Breitendienstes, Bd. I, Zentralbureau der Internationalen Erdmessung, Neue Folge der Veröffentlichungen Nr. 8, 1903.

Aus den fortlaufenden Messungen auf den internationalen Breitenstationen hat sich ergeben, daß zur erschöpfenden Darstellung der Polbewegung außer den obigen Reduktionsgrößen x, y noch ein kleines, von der Lage des Beobachtungsortes völlig unabhängiges, jährliches und veränderliches Glied z notwendig ist, also daß die strengere Form der obigen Gleichung 14) lauten muß: $\varphi - \varphi_0 = x \cos\lambda + y \sin\lambda + z$. Die Beträge der Reduktionsgrößen x, y, z haben in den Jahren 1900 bis 1902 zwischen folgenden Werten geschwankt: $x \begin{array}{c} +0{,}12'' \\ -0{,}11 \end{array}$, $y \begin{array}{c} +0{,}10'' \\ -0{,}14 \end{array}$, $z \begin{array}{c} +0{,}06'' \\ -0{,}04 \end{array}$. Während die x- und y-Glieder der Polbewegung, wie schon erwähnt, hauptsächlich durch meteorologische, hydrologische und geologische Belastungsänderungen auf dem Erdkörper hervorgerufen werden, kann das viel kleinere und von den Komponenten der Polbewegung unabhängige, durch den japanischen Astronomen Kimura

zessionen und die periodischen Nutationen der Fundamentalebenen von Äquator und Ekliptik verändert, sondern sie erfahren auch infolge der Erdbewegung im Raume noch andere merkliche Änderungen, die nunmehr kurz erörtert werden sollen.

Die Geschwindigkeit der Erde in ihrer jährlichen Bahn um die Sonne beträgt durchschnittlich etwa 30 km in einer Zeitsekunde, während die Lichtgeschwindigkeit ungefähr 10000 Mal so groß ist, also immer noch in einem angebbaren, endlichen Verhältnis zur Erdbewegung steht. Daher muß die Richtung des vom Gestirn zum Beobachter gelangenden Lichtstrahles im allgemeinen von derjenigen abweichen, die für eine unendlich schnelle Fortpflanzung des Lichtes oder für einen in Ruhe befindlichen Beobachter gelten würde. Die hierdurch veranlaßte Koordinatenänderung der Gestirne, welche letztere in Richtung der Erdbewegung um einen kleinen Winkelbetrag (etwas über 20″) vorrückt, heißt Aberration und ist 20 Jahre vor der Nutation im Jahre 1728 von Bradley entdeckt worden.

Fig. 13.



Wirkung der Aberration des Lichtes auf die Richtung nach den Fixsternen.

Man denke sich in Fig. 13 eine Ebene durch die Richtung nach dem Stern s und die Bewegungsrichtung des irdischen Beobachters A, A', A'' gelegt, und man bezeichne mit AO die Richtung der optischen Achse eines Fernrohres, in welchem der von s kommende Lichtstrahl mit der Geschwindigkeit V und in der Zeit τ die Strecke

entdeckte z-Glied bisher noch nicht mit Sicherheit erklärt werden. Erst die auf der Südhalbkugel geplante Ergänzung des internationalen Breitendienstes wird Aufschluß geben, ob jenes Glied durch Refraktionsanomalien, gewisse Verschiebungen des Gravitationszentrums der Erde in meridionaler Richtung, oder durch sonstige, noch unbekannte Ursachen, zum geringen Teil auch durch etwaige, bisher vernachlässigte Fixsternparallaxen hervorgerufen wird.

OA zurücklegt. Einem in Ruhe befindlichen Beobachter würde der Stern in seiner wahren Richtung As erscheinen; nun bewegt sich aber der Beobachter mit der Geschwindigkeit v nach rechts und gelangt in derselben Zeit τ bis A'. Wäre die Lichtgeschwindigkeit V im Verhältnis zu v unendlich groß, so müßte der Stern auch für die zweite Lage A' des Beobachters in der wahren Richtung $A'O'$ parallel AO erscheinen. Bei dem endlichen Verhältnis von V zu v kann aber der Lichtstrahl, welcher das punktförmig gedachte Objektiv eben in O erreicht, nicht ohne weiteres in A', dem punktförmig angenommenen Okulare, das Auge des Beobachters treffen. Damit der nach A' gerückte Beobachter den Stern sieht, muß vielmehr das Fernrohr in A' eine der Diagonale AO' parallele Richtung erhalten, d. h. der Stern s wird nicht in der wahren Richtung AO oder $A'O'$, sondern in der scheinbaren Richtung AO' oder $A'(*)$, also um den Aberrationswinkel η in der Bewegungsebene des Beobachters nach vorwärts verschoben erscheinen.

Da aus Fig. 13 unmittelbar die vereinfachte Beziehung folgt:

15) $$\sin \eta = \frac{v}{V} \sin s' A A'' \quad \text{oder auch} \quad \eta = \frac{v}{V \sin 1''} \sin s A A'',$$

ergibt sich, daß der Aberrationswinkel nur vom Verhältnis der Erd- zur Lichtgeschwindigkeit und von der Richtung der Lichtstrahlen gegen die Bewegungslinie des Beobachters abhängt.

Physikalisch läßt sich die Aberration des Lichtes sehr einfach veranschaulichen, wenn man auf einen geradlinig und schnell fortbewegten Eisenbahnwagen eine Kanonenkugel senkrecht zur Geleisrichtung abgefeuert sich denkt. Bei einem endlichen Verhältnis der Geschoß- zur Fahrtgeschwindigkeit werden Eintritts- und Austrittsloch der Kugel nicht genau gegenüber an den Wagenwänden, sondern so zueinander liegen, daß ein Beobachter im Wagen die Schußrichtung gegen die wahre Kanonenstellung im Sinne der Fahrtrichtung nach vorwärts verschoben sieht. Setzt man statt des Wagens das mit der Erde bewegte Fernrohr, an Stelle der Kugel den vom Stern kommenden Lichtstrahl, so hat man die Aberrationswirkung in ihrer einfachsten Form.

Ein Beobachter auf der Erde erfährt infolge der Erdrotation, der Erdrevolution und der säkularen Bewegung unseres ganzen Sonnensystems drei verschiedene Bewegungen im Raume. Dem-

entsprechend unterscheidet man auch drei Arten von Lichtaberration: eine tägliche, eine jährliche und eine säkulare.

Die letzte kann für die Zwecke der geographischen Ortsbestimmung ganz außer Acht gelassen werden; einmal, weil sie für jeden Stern fast konstant auftritt, und zweitens, weil ihr Betrag bei der noch immer über Geschwindigkeit und Richtung unserer Sonnenbewegung [1]) herrschenden Unsicherheit nicht genau bekannt ist.

Auch die tägliche Aberration, welche von dem Verhältnis der Umdrehungsgeschwindigkeit der Erde (Maximum am Äquator 0,465 km in 1^s, Minimum an den Polen gleich Null) zur Lichtgeschwindigkeit abhängt, und deren Konstante nur 0,32″ beträgt, kann bei den geographischen Orientierungsaufgaben im allgemeinen, außer bei Polsternmessungen in niederen und mittleren Breiten, vernachlässigt werden. Der Einfluß der täglichen Aberration wird, wenn δ, α die wahren, δ', α' die scheinbaren, mit der Aberration behafteten Sternkoordinaten bezeichnen, durch die folgenden Formeln ausgedrückt:

$$16)\quad \begin{aligned} \delta' - \delta &= 0{,}32'' \sin t \cos \varphi \sin \delta, \\ \alpha' - \alpha &= 0{,}32 \quad \cos t \cos \varphi \sec \delta. \end{aligned}$$

Zur Zeit der Kulmination (t gleich Null), für welche die Koordinaten der Sterne in den astronomischen Ephemeriden gelten, verschwindet die tägliche Aberration in Deklination, während sie ihren Maximalwert $0{,}02^s \cos \varphi \,.\, \sec \delta$ in Rektaszension erreicht. Derselbe ist aber auch nur für Polsterne ($\delta > 80^0$), außer wenn sie in hohen nördlichen oder südlichen Breiten ($\varphi > 80^0$) beobachtet werden, in Rechnung zu ziehen, und der Betrag der zugehörigen täglichen Aberration findet sich in den Jahrbüchern bei den Rektaszensionen der Polsterne angegeben [2]).

---

[1]) Man nimmt an, daß unser ganzes Sonnensystem sich im Raume etwa mit planetarischer Geschwindigkeit (rund 20 km in der Zeitsekunde) ungefähr nach einem Punkte im Sternbilde des Herkules ($\alpha = 277^0$, $\delta = +35^0$) bewegt.

[2]) So gelten z. B. folgende Beträge der täglichen Aberration für die Rektaszensionen der bekanntesten nördlichen Polsterne:

ε Ursae min. (4,3),	$\delta + 82^0\ 12'$,	tägl. Aberr. $= \pm\ 0{,}16^s \cos \varphi$	O. K. U. K.
δ Ursae min. (4,3),	$\delta + 86\ \ 37$,	tägl. Aberr. $= \pm\ 0{,}36 \cos \varphi$	O. K. U. K.
α Ursae min. (2,0),	$\delta + 88\ \ 48$,	tägl. Aberr. $= \pm\ 1{,}03 \cos \varphi$	O. K. U. K.
λ Ursae min. (6,4),	$\delta + 89\ \ \ 0$,	tägl. Aberr. $= \pm\ 1{,}23 \cos \varphi$	O. K. U. K.

Bedeutend und stets in Rechnung zu ziehen ist dagegen der Einfluß der jährlichen Aberration auf die Deklinationen und Rektaszensionen der Sterne. Die Konstante derselben beträgt etwa 20,5″, und die zugehörigen Formeln lauten, wenn mit ⊙ die Länge der Sonne und mit ε die Schiefe der Ekliptik bezeichnet wird, folgendermaßen:

$$\begin{aligned} \delta' - \delta &= -20{,}47'' \cos\odot\,(\sin\varepsilon \cos\delta - \cos\varepsilon \sin\delta \sin\alpha) \\ &\quad -20{,}47'' \sin\odot \sin\delta \cos\alpha, \\ \alpha' - \alpha &= -20{,}47''\,(\cos\odot \cos\varepsilon \cos\alpha + \sin\odot \sin\alpha)\sec\delta. \end{aligned} \tag{17}$$

Die hierin enthaltenen Aberrationsglieder erster Ordnung, welche für die vorliegenden Aufgaben völlig genügen, finden sich in den astronomischen Ephemeriden tabuliert vor. Die Sterne beschreiben infolge der jährlichen Aberration kleine Ellipsen am Himmel, deren große Achsen im Betrage von rund 41″ parallel der Ekliptik liegen, und deren dazu senkrechte kleine Achsen gleich 41″ $\sin b$ sind, wenn b den Breitenabstand der Sterne von der Ekliptik bezeichnet. Ein am Pol der Ekliptik stehender Stern ($b = 90^0$) beschreibt daher infolge der jährlichen Aberration einen Kreis, während für einen Stern in der Ekliptik ($b = 0^0$) die Aberrationsellipse zu einer Geraden von 41″ Länge sich gestaltet. Bewegt sich die Erde auf einen in der Ekliptik liegenden Stern zu oder von ihm fort, so verschwindet die jährliche Aberration; der betreffende Stern erscheint an seinem wahren Ort.

Für die Konstante der jährlichen Aberration, welche mit der Lichtgeschwindigkeit in einer einfachen Beziehung nach der Theorie der elliptischen Erdbewegung steht, sind seit Bradley zahlreiche und umfassende astronomische Bestimmungen ausgeführt worden. Während früher der Struvesche Wert 20,445″ dafür maßgebend war, kann jetzt der Nyrénsche Wert 20,492″ für zutreffender gelten, da u. a. auch das Mittel aller neueren genauen und fortlaufenden Polhöhenmessungen zu einer Aberrationskonstante von etwa 20,50″ führt. In den astronomischen Jahrbüchern ist nach den Beschlüssen der Internationalen astronomischen Konferenz zu Paris vom Mai 1896 als einheitliche Aberrationskonstante der Wert 20,47″ vorläufig eingeführt worden.

Eigenbewegung der Fixsterne. In der bisher erörterten Präzession, Nutation und Aberration haben wir die fort-

schreitenden und periodischen Veränderungen kennen gelernt, welche die von der bewegten Erde aus orientierten Koordinaten der Gestirne durch Verschiebungen der Fundamentalebenen infolge der Gravitation und durch Abirrung der Lichtstrahlen wegen endlicher Geschwindigkeit des Lichtes erfahren. Hierzu kommt noch eine vierte reelle Veränderung der Sternkoordinaten, die Eigenbewegung der Fixsterne, welche im Gegensatz zur Präzession die relativen Stellungen der Sterne zueinander, also auch die Konfiguration der Sternbilder im Laufe der Zeiten zu ändern vermag.

Im allgemeinen sind diese Eigenbewegungen allerdings sehr gering und betragen im Bogen größten Kreises jährlich weit unter 1″; nur für etwa 70 Sterne kennt man jährliche Eigenbewegungen über 1″, unter denen die zweitgrößte von etwa 7″ je einem Stern am nördlichen und südlichen Himmel, 1830 Groombridge (α $11^h 47^m$, δ + 38,4°; Gr. 6,6) und Lacaille 9352 (α $22^h 59^m$, δ — 36,4°; Gr. 7,1), zukommt. Die größte, erst neuerdings gefundene Eigenbewegung von fast 9″ besitzt ein schwacher Stern am südlichen Himmel, Cordoba Zone V. 243 (α $5^h 7^m$, δ — 45°; Gr. 8,5).

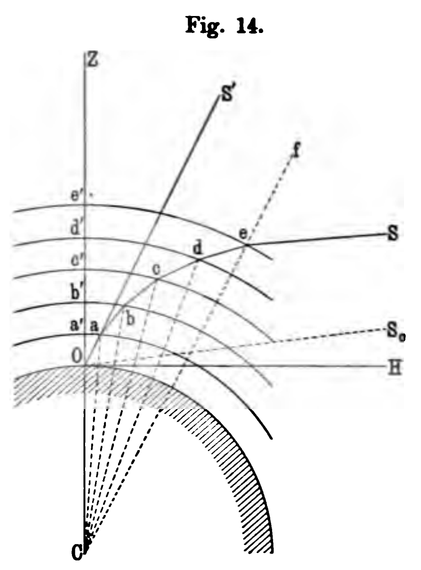
Alle diese wirklichen Änderungen der Sternkoordinaten (Präzession, Nutation, Aberration und Eigenbewegung) werden in den astronomischen Jahrbüchern berücksichtigt, deren Einrichtung im zweiten Teil des vorliegenden Handbuches zur Besprechung gelangt. Es sind daselbst die mittleren Örter der Fixsterne für den Jahresanfang (unter Berücksichtigung von Präzession und Eigenbewegung) gegeben und die scheinbaren, für den Beobachtungstag geltenden Örter einer Anzahl von Fixsternen (unter Anbringung von Präzession, Nutation, Aberration und Eigenbewegung) tabuliert, worauf bei Erklärung der astronomischen Ephemeriden noch näher eingegangen werden soll.

Außer den von der Bewegung der Erde und der anderen Himmelskörper herrührenden Änderungen erfahren aber die Gestirnörter noch einige scheinbare Veränderungen, welche von der Beschaffenheit und Form unserer Erde abhängen und unmittelbar an die Beobachtungen der Himmelskörper angebracht werden. Es sind dies die durch die Lufthülle unseres Planeten bedingte Refraktion und die eine Folge der Erdgestalt bildende Parallaxe, welche nunmehr kurz besprochen werden sollen.

Refraktion. Den Erdkörper umgibt eine dichte Atmosphäre, deren Luftschichten bis zu mindestens 82 km [1]) Höhe Lichtstrahlen der Himmelskörper zu brechen vermögen. Daher sieht man die Gestirne nicht an ihrem wahren Orte, sondern in einer Richtung, in welcher der durch Refraktion gebrochene Lichtstrahl der Himmelskörper das Auge des Beobachters trifft. Dieser astronomischen Strahlenbrechung, welche zwar schon im Altertum erkannt, aber zuerst von Tycho Brahe (im 16. Jahrhundert) genähert berechnet worden ist, liegt folgender Vorgang zu Grunde.

Die vom Gestirn zum Beobachter gelangenden Lichtstrahlen gehen zunächst geradlinig durch den in dieser optischen Hinsicht als Vakuum geltenden Himmelsraum. Beim Eindringen in die Erdatmosphäre werden sie jedoch abgelenkt, indem der Winkel zwischen jenen aus dünneren in dichtere Medien übergehenden Lichtstrahlen und dem Einfallslot (s. Fig. 14) nach bekannten Brechungsgesetzen kleiner wird als der zu den auffallenden Strahlen gehörige Winkel. Außerdem nimmt aber die Dichtigkeit der Luftschichten nach dem Erdboden stetig zu, da der Luftdruck z. B. in 30 km Höhe noch unter 10 mm, in 10 km schon etwa 217 mm und am Meeresniveau durchschnittlich 760 mm beträgt. Daher wird ein aus dem Himmelsraume

Fig. 14.



Astronomische Strahlenbrechung.
$\measuredangle ZOS_0 = z$ wahre Zenitdistanz;
$\measuredangle ZOS' = z'$ scheinbare Zenitdistanz.

[1]) Aus neueren photographischen Höhenmessungen der sog. leuchtenden Nachtwolken folgt eine vertikale Erhebung von durchschnittlich 82 km für jene eigenartigen Gebilde, welche wohl an der Grenze der optisch wirksamen Luftschichten zu liegen scheinen. Mechanisch wirksame atmosphärische Gemenge dagegen dürften den Erdkörper, nach Beobachtungen von Sternschnuppenhöhen zu schließen, bis zu vertikalen Ausdehnungen von etwa 250 km umgeben.

kommender Lichtstrahl in Form einer nach der Erdlithosphäre hin konkaven Kurve gebrochen, deren Tangente im Endpunkte die scheinbare Richtung des Lichtstrahles bezeichnet.

In Fig. 14 sei ein vertikaler Schnitt im Beobachtungsorte O durch die Lithosphäre und Atmosphäre der Erde gelegt und die letztere schematisch in verschieden dichte, konzentrisch liegende Luftschichten von a' bis e' geteilt. ZC ist die Vertikale im Beobachtungsorte O, fe das zum auffallenden Sternstrahl Se gehörige Einfallslot und $S'O$ die Richtung desselben Strahles nach den in e, d, c, b und a erfolgten Brechungen. Der in obiger Figur übertrieben groß gezeichnete Unterschied zwischen der Richtung Se oder der dazu parallelen $S_0 O$ des zuerst einfallenden und der Richtung $S'O$ des zuletzt gebrochenen Lichtstrahles heißt die astronomische Refraktion r, durch welche die Zenitdistanz eines Gestirnes verkleinert, seine Höhe vergrößert wird. Der Winkel zwischen der Vertikalen und der wahren Richtung zum Stern, also $\measuredangle ZOS_0$, stellt die wahre Zenitdistanz z, der $\measuredangle ZOS'$ die scheinbare Zenitdistanz z' dar. Es ist daher stets

18) $$z = z' + r, \text{ oder entsprechend}$$
$$h = h' - r.$$

Im Zenit ist die Refraktion Null, weil die Lichtstrahlen alsdann ungebrochen in Richtung des Einfallotes durch die Atmosphäre gehen, im Horizont aber erreicht r sein Maximum von etwa $35'$, weil in diesem Falle der Einfallswinkel, also auch die Ablenkung der Lichtstrahlen am größten ist. Die Azimute der Gestirne werden durch die astronomische Refraktion im allgemeinen nicht geändert, da nach bekannten optischen Gesetzen einfallender und gebrochener Strahl stets in derselben Ebene mit dem Einfallslot liegen.

Man erkennt sofort, daß die nur eine Hebung in Zenitdistanz bewirkende Refraktion den Aufgang der Gestirne beschleunigt, ihren Untergang verzögert. Der zeitliche Betrag dieser Refraktionserscheinung im Horizont ergibt sich aus der früher abgeleiteten Differentialgleichung 10), wenn man $z = 90^0$, $t = t_0$ und $dz = 35' = 140^s$ setzt. Alsdann erhält man für dt die folgende Beziehung:

18a) $$dt = \frac{140^s}{\cos\varphi \cos\delta \sin t_0}.$$

Vom Äquator nach den Polen wächst also die Zeitdauer, welche ein Gestirn infolge der Strahlenbrechung länger über dem Horizont zubringt, als dies beim Fehlen der Atmosphäre geschehen würde.

Besonders wichtig ist jene Erscheinung bei der Sonne, deren Scheibe von etwa 32′ Durchmesser infolge von Refraktion noch gänzlich über dem Horizont erscheint, wenn ihr oberer Rand denselben gerade von unten berührt. So entsteht eine mit wachsender geographischer Breite erheblich sich steigernde Verlängerung des Tages durch Refraktionslicht, welche z. B. unter einer Polhöhe von 52° bis zu 10 Zeitminuten betragen kann. Außerdem nehmen infolge der Refraktion die scheinbar fast gleich großen Scheiben von Sonne und Vollmond am Horizont eine elliptische Gestalt an, da ihr unterer Rand um 35′, ihr oberer nur um 29′ gehoben wird, also der vertikale Durchmesser gegen den unveränderten horizontalen ungefähr um ein Fünftel verkürzt erscheint.

Die Größe der astronomischen Strahlenbrechung hängt außer von dem Einfallswinkel der Lichtstrahlen, welcher, wie wir oben sahen, aus der Zenitdistanz des Gestirnes folgt, noch von der Dichtigkeit der Luft ab, die ihrerseits eine Funktion von Druck und Temperatur ist. Bei steigendem Barometer und fallendem Thermometer werden bekanntlich die atmosphärischen Schichten dichter, ihr Brechungsindex nimmt zu, und umgekehrt.

Nach den noch heute hierfür maßgebenden Untersuchungen von Bessel läßt sich die wahre Refraktion r in Bogensekunden durch folgenden logarithmischen Ausdruck darstellen:

$$lg\, r = lg\,(\alpha\, tg\, z) + A\,(lg\, B + lg\, T) + \lambda\, lg\, \gamma. \tag{19}$$

Hierin bezeichnet α den nur wenig mit der Zenitdistanz z variierenden Refraktionskoeffizienten, gültig für einen bestimmten Luftdruck B von 752,7 mm, für eine Temperatur T am Barometer (inneres Thermometer) von $+10{,}0^0$ C und für eine Lufttemperatur γ (äußeres Thermometer) von $+9{,}3^0$ C. Die Faktoren A und λ hängen von der Zenitdistanz ab, unterscheiden sich jedoch erst für große Werte von z merklich von der Einheit[1]).

Das für den soeben bezeichneten Normalzustand[2]) der Atmo-

[1]) $lg\,\alpha$ variiert von $z = 0^0$ bis $z = 85^0$ nur zwischen 1,762 und 1,710; für $z = 85^0$ beträgt ferner A erst 1,013, λ 1,123.

[2]) In den Refraktionstafeln von Th. Albrecht (Formeln und Hilfstafeln für geographische Ortsbestimmung) ist der oben bezeichnete Bessel-

sphäre nach Bessel geltende erste Glied in Formel 19) wird die mittlere Refraktion genannt. Für dieselbe gilt, unabhängig von den wechselnden Barometer- und Thermometerständen, der einfache Ausdruck:

19a) $$r_0 = \alpha \, tg \, z.$$

Für die vorliegenden Zwecke geographischer Ortsbestimmungen kann man in der Gleichung 19) die Faktoren A und $\lambda = 1$ setzen, falls die berechtigte Forderung erfüllt wird, Zenitdistanzen nicht über 80° zu beobachten. Alsdann erhält man für die wahre Refraktion den einfachen Ausdruck:

19b) $$lg\, r = lg\, r_0 + lg\, B + lg\, T + lg\, \gamma.$$

Auf Grund der Formeln 19), 19a) und 19b) sind die gebräuchlichen Refraktionstafeln konstruiert. Dieselben ergeben den Betrag der Strahlenbrechung für jede beobachtete Zenitdistanz und den jeweiligen Luftzustand[1]) entweder mit möglichster Schärfe, wie z. B. in den Hilfstafeln für geographische Ortsbestimmung von Th. Albrecht, oder genähert, aber für die meisten astronomisch-geographischen Zwecke ausreichend, wie z. B. in der Tafelsammlung des Nautischen Jahrbuches.

An dieser Stelle sei lediglich zur Orientierung eine kleine Tabelle (s. umstehend) für die mittlere Refraktion nach Bessel (vgl. Formel 19a) gegeben, aus welcher für die scheinbare Zenitdistanz z' bzw. für die scheinbare Höhe h' die mittlere Strahlenbrechung r_0 näherungsweise entnommen werden kann.

Vergleichungen zwischen den wirklich beobachteten und den aus Refraktionstafeln berechneten Werten der Strahlenbrechung lassen stets Unterschiede erkennen, welche bei Zenitdistanzen bis zu 45° unter 0,25″, bei größeren bis zu 70° unter 0,5″ und bis zu

---

sche Normalzustand zu Grunde gelegt. In den Strahlenbrechungstafeln des Nautischen Jahrbuches und der Astron.-Nautischen Ephemeriden dagegen gelten die Werte der mittleren Refraktion für den auf 0° reduzierten Barometerstand von 760 bzw. 762 mm und für eine Lufttemperatur von + 10° C. Besondere Zusatztafeln gestatten die Berichtigung der mittleren Strahlenbrechung für den jeweiligen Zustand von Luftdruck und Temperatur.

[1]) Zur Angabe von Luftdruck und Temperatur müssen naturgemäß Barometer und Thermometer vorher genau geprüft sein. Auf Reisen empfiehlt es sich, ein korrigiertes Aneroid zum Messen des Luftdruckes und ein Assmannsches Aspirationsthermometer zur Feststellung der Lufttemperatur zu verwenden.

z'	h'	r_0	z'	h'	r_0	z'	h'	r_0
0°	90°	0′ 0,0″	45°	45°	0′ 57,7″	81°	9°	5′ 49,3″
5	85	5,1	50	40	1 8,7	82	8	6 29,6
10	80	10,2	55	35	1 22,3	83	7	7 19,7
15	75	15,5	60	30	1 39,7	84	6	8 23,3
20	70	21,0	65	25	2 3,2	85	5	9 46,5
25	65	26,9	70	20	2 37,3	86	4	11 38,9
30	60	33,3	72,5	17,5	3 1,0	87	3	14 14,6
35	55	40,4	75	15	3 32,1	88	2	18 8,6
40	50	48,4	77,5	12,5	4 19,6	89	1	24 24,6
45	45	57,7	80	10	5 16,2	90	0	34 54,1

80° unter 1″ betragen. In sehr großen, auch zu Messungen astronomisch-geographischer Art nicht mehr geeigneten Zenitdistanzen über 80° wachsen jene Differenzen zwischen wirklich stattfindenden und nach der Refraktionstafel berechneten Werten sogar bis zu Bruchteilen der Bogenminute an[1]. Diese Unterschiede zwischen Theorie und Praxis, welche bei sehr genauen, selbst in mäßigen Abständen vom Zenit angestellten astronomischen Beobachtungen immer noch eine starke Fehlerquelle bilden können, hängen sowohl mit den Annahmen über die Konstitution der Atmosphäre als auch mit dem Auftreten sog. anomaler Refraktionen zusammen. In dieser Hinsicht sei hier nur das Wesentlichste ganz kurz erwähnt, dessen Kenntnis zur richtigen und sachgemäßen Anordnung der Beobachtungen notwendig ist.

Die von einer Reihe bedeutender Forscher, wie Laplace, Bessel, Ivory, Gyldén und Oppolzer entwickelte Theorie der Strahlenbrechung beruht auf der Annahme konzentrisch gelagerter Luftschichten, deren Dichte und Temperatur in vertikaler Richtung vom Erdboden aufwärts nach bestimmten Gesetzen stetig abnimmt. In Wirklichkeit wird aber diese konzentrische Lagerung durch Schichtenneigungen mehr oder weniger gestört sein, da fortwährend Änderungen des Gleichgewichtes in der Erdatmosphäre vor sich gehen.

Ferner kennt man von den in der Refraktionstheorie angenommenen Gesetzen für die Beziehungen zwischen Höhe und Dichte, sowie zwischen Höhe und Temperatur der Luftschichten bisher

[1]) Vgl. unter anderem auch die anomalen Hebungen der Kimmlinie, welche später auf S. 58 kurz besprochen werden.

eigentlich nur das erstere einigermaßen genau, welches sich nach der etwas abgeänderten Mariotte-Gay-Lussacschen Formel richtet. Das Gesetz der Temperaturabnahme der Luft mit der Höhe dagegen dürfte erst auf Grund der neuerdings immer weiter sich ausdehnenden Ballonfahrten in hohe atmosphärische Regionen allmählich erschlossen werden [1]). Glücklicherweise beeinflußt unsere noch immer mangelhafte Kenntnis der Beziehungen zwischen Höhe und Temperatur der Luftschichten nur die Refraktionswerte in Zenitdistanzen über 75°, wo also überhaupt die Grenze zur Anstellung genauer Messungen am Himmel zu suchen ist.

Was nun die anomalen Strahlenbrechungen betrifft, so sind dieselben rein lokaler Art und entweder durch die topographische Lage des Beobachtungsortes (Lokalrefraktion) oder durch Anordnung des zur Aufstellung der astronomischen Instrumente dienenden Beobachtungsraumes (Saalrefraktion) bedingt.

In Gebirgsgegenden oder an Küstenstationen können in den tieferen Luftschichten anomale Druck- und Temperaturverteilungen für mehrere Beobachtungstage konstant auftreten. Dieselben vermögen die Lage des wahren Zenits um Bruchteile der Bogensekunde zu stören und die Messungen in großen Zenitdistanzen sogar um mehrere Bogensekunden zu fälschen. Derartige Fehlerquellen sind in der Nähe solcher Stationen besonders zu befürchten, wo die Lichtstrahlen der Gestirne in verschiedenen Azimuten über sehr verschieden temperierte Oberflächenschichten hinwegstreichen, wie z. B. über heiße Sandflächen im Süden, dicht bewachsene Bergabhänge im Norden oder über kahle Felsen im Osten und weite Meeresflächen im Westen. Falls die Wahl einer solchen Beobachtungsstation nicht zu vermeiden ist, kann eine Wiederholung der astronomischen Messungen bei möglichst verschiedenen Witterungszuständen am zweckmäßigsten derartige Refraktionsstörungen eliminieren.

Eine andere, ebenfalls ziemlich starke Anomalie der Strahlenbrechung tritt häufig innerhalb der Beobachtungsräume als sog.

---

[1]) Im Mittel aus etwa 700 Beobachtungen auf wissenschaftlichen Luftfahrten ergibt sich nach Hann folgende Zahlenreihe für die Abnahme der Jahrestemperaturen mit der Höhe:

Höhe:	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10 km
Temp.:	8,3	6,0	1,7	—3,3	—9,0	—15,3	—22,1	—29,1	—36,2	—43,2	—49,0° C.

Saalrefraktion auf, wenn größere Temperaturdifferenzen zwischen innerer und äußerer Luft, enge Klappenöffnungen oder exzentrische Aufstellungen der Instrumente im Beobachtungshäuschen vorhanden sind. Im allgemeinen empfiehlt es sich, astronomische Messungen zur geographischen Ortsbestimmung ganz in freier Luft auszuführen und bei etwaigem längeren Aufenthalt an einer Station den Beobachtungspfeiler zum Schutze des fest aufgestellten Instrumentes gegen Witterungs- und Staubeinflüsse mit einem transportabeln Schutzkasten zu versehen[1]; auf diese Weise fällt natürlich jede Saalrefraktion fort. Unter Umständen ist es aber nicht nur auf permanenten Stationen, sondern gelegentlich auch auf Reisen geboten, die Beobachtungen in Verbindung mit vorhandenen astronomischen oder geodätischen Einrichtungen an den betreffenden Stellen auszuführen. Alsdann muß für gründliche Ventilation des Beobachtungshäuschens, für durchgehende und weite Öffnung der Klappen und für eine möglichst zentrische Aufstellung des Instrumentes innerhalb des Gebäudes gesorgt werden, um von Wirkungen unregelmäßiger Luftschichtungen, welche die Zenitdistanzmessungen bis zu mehreren Bogensekunden stören können, möglichst frei zu werden. Entnimmt man außerdem noch die zur Verbesserung der mittleren Refraktionswerte dienenden Lufttemperaturen einem vor dem Objektiv des Beobachtungsinstrumentes angebrachten Aspirationsthermometer, so dürften selbst bis 75° Zenitdistanz die Messungsergebnisse fast vollkommen unabhängig von der Saalrefraktion sein.

Nach Abschluß der für den vorliegenden Zweck erforderlichen Betrachtungen über die astronomische Strahlenbrechung sei ganz kurz noch die sog. terrestrische Refraktion erwähnt, soweit dieselbe für geographische Orientierungen in Frage kommt. Nicht nur die Himmelskörper, sondern auch alle irdischen Objekte, wie Bergspitzen, Kirchtürme usw., erscheinen um kleine Beträge gehoben, weil die von ihnen zum Auge des Beobachters gelangenden Lichtstrahlen in den unteren Schichten der Atmosphäre gebrochen werden. In den meisten Fällen ist jene terrestrische

[1]) Die Beschreibung nebst Abbildung eines solchen, nach des Verfassers Angaben konstruierten transportabeln Schutzkastens für fest aufgestellte Universalinstrumente findet sich im dritten Teil des vorliegenden Handbuches, wo von den Instrumenten die Rede ist.

Refraktion, außer bei geodätischen Vermessungen, wo für ganz genaue Ermittelungen manchmal auch eine laterale oder seitliche Strahlenbrechung[1]) beachtet wird, zu vernachlässigen; handelt es sich doch bei ihr nur um ganz geringe Teile der Atmosphäre im Vergleich zu der bei der astronomischen Refraktion in ihrer ganzen Ausdehnung wirksamen Lufthülle unserer Erde. Will man z. B. bei Höhenbestimmungen entfernter Objekte zu kartographischen Zwecken die terrestrische Strahlenbrechung genähert in Rechnung stellen, so genügt es erfahrungsgemäß, bei geringen Distanzen nach der einfachen Formel $2{,}5'' \times D\,\text{km}$ die Entfernung D des Objekts mit $2{,}5''$ zu multiplizieren und die beobachteten Höhen um den resultierenden Winkelbetrag zu verkleinern.

In einem Falle dagegen spielt die terrestrische Refraktion mit ihren Anomalien eine bedeutsame Rolle, nämlich wenn es sich um Zenitdistanzmessungen mit Reflexionsinstrumenten auf See oder von der Meeresküste aus handelt, wo die Reduktion des natürlichen Meereshorizontes auf den scheinbaren astronomischen Sehkreis, d. h. die Kimmtiefe (s. S. 2), berücksichtigt werden muß.

Die Erörterung dieser, eigentlich in das Gebiet der nautischen Astronomie fallenden Frage würde in dem vorliegenden geographisch-astronomischen Handbuche zu weit führen[2]). Hier soll nur ganz kurz der Einfluß terrestrischer Refraktionen auf die Kimmtiefenkorrektion besprochen werden, weil derselbe unter Umständen auch für Einstellungen terrestrischer Objekte dicht am Horizont von Interesse sein dürfte und in diesem Zusammenhange noch nicht erörtert worden ist. Bekanntlich werden die auf See vom natürlichen Horizont aus mit einem Spiegelinstrument gemessenen Höhen durch Subtraktion der früher näher bezeichneten Depression auf den scheinbaren Horizont reduziert. Der Betrag dieser Kimmtiefe d ist von der Augenhöhe des Beobachters $OO' = e$ in Metern und zugleich von der terrestrischen Refraktion auf der Strecke $O'M$ (s. Fig. 1, S. 2) abhängig.

[1]) Durch laterale Refraktion wird die Richtung nach dem anvisierten Objekt auch im azimutalen Sinne geändert.

[2]) Für nähere Einzelheiten dieser Art, sowie für alle nautisch-astronomischen Instrumente und Methoden sei auf das Handbuch der Schiffahrtskunde von F. Bolte (Hamburg 1899) und auf das Lehrbuch der Navigation, herausgegeben vom Reichs-Marineamt (Berlin 1901) verwiesen.

Letztere vermag, je nach den im natürlichen Horizont herrschenden Temperaturverhältnissen, die Kimmlinie verschieden zu heben und noch unterhalb von M gelegene Punkte in O' sichtbar zu machen. Beiden Einflüssen suchen die gewöhnlichen Kimmtiefentafeln [1]) durch Tabulierung von $d = 106{,}4'' \sqrt{e}$ schematisch Rechnung zu tragen, woraus z. B. für $e = 1$ m Augenhöhe eine Depression von rund 1′ 46″, für $e = 2$ m 2′ 30″, für 4 m 3′ 33″ und für 6 m Augenhöhe 4′ 21″ Kimmtiefe folgt.

Neuere Untersuchungen [2]) über anomale terrestrische Refraktionen am Meereshorizont haben jedoch gezeigt, daß bei erheblichen Unterschieden zwischen Luft- und Wassertemperaturen und besonders bei windstillem Wetter unregelmäßige Erhebungen der Kimmlinie bis zu mehreren Bogenminuten auftreten, welche eine rechnerische Berücksichtigung jener Temperaturunterschiede notwendig machen [3]). Da dies seltener möglich, auch nicht immer ausreichend ist, haben auch auf See Instrumente mit künstlichen horizontalen Absehmarken, wie der Fleuriaissche Gyroskopkollimator oder auch der Libellenquadrant, zum Ersatz des Meereshorizontes große Bedeutung. Eins derselben, sogar für die Landbeobachtungen mit geringerer Genauigkeit, besonders im Luftballon sehr geeignet, der Libellenquadrant von Butenschön, soll in dem Abschnitt über die instrumentalen Einrichtungen zur geographischen Ortsbestimmung (Teil III) näher beschrieben werden.

An dieser Stelle möge zum Schluß nur noch eine mit der Refraktion in der Atmosphäre zusammenhängende Erscheinung, die Szintillation (Sternfunkeln), kurz besprochen werden, soweit

---

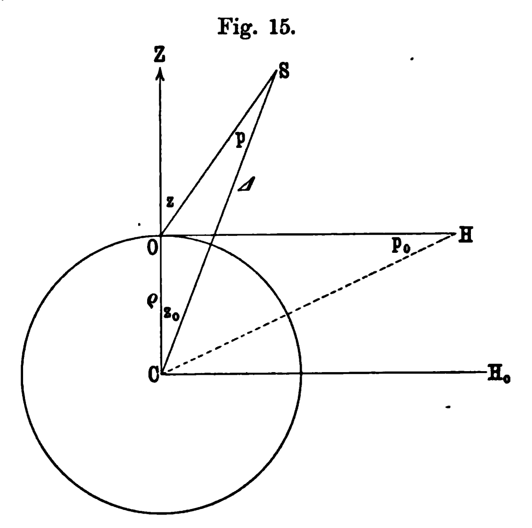
[1]) Eine solche Tabelle findet sich z. B. in den Triester astronom.-nautischen Ephemeriden, Taf. Vb und im Berliner Nautischen Jahrbuche Taf. VI.

[2]) Vgl. Koss, Kimmtiefen-Beobachtungen, Pola. Neuerdings sind auch kleine sog. Kimmprismen und andere prismatische Vorrichtungen am Sextanten angebracht worden, um die Kimmtiefe direkt messen zu können.

[3]) In den Triester astronom.-nautischen Ephemeriden, Jahrgang XVIII (1905) ist bereits in Tafel Va eine Kimmtiefen-Tabelle nach Koss gegeben. Dieselbe gestattet das Eingehen mit der Augenhöhe, der Windstärke sowie der Differenz zwischen Luft- und Wassertemperatur. Vergleicht man die aus der gewöhnlichen Kimmtiefentafel, z. B. für 4 m Augenhöhe entnommene Depression von 3′ 33″ mit der aus der Kossschen für Windstärke $\gtreqless 2$, Luft- minus Wassertemperatur $= +5^{\circ}$ zu 2′ 0″ gefundenen, so ergibt sich ein Unterschied von 1,6′. Derselbe wächst bei gleicher Augenhöhe und Windstärke für eine Temperaturdifferenz von $+8^{\circ}$ sogar auf 3′ an. — Im Nautischen Jahrbuche ist von 1907 ab eine abgekürzte Tafel dieser Art gegeben.

jenes Phänomen bei der Ausführung astronomisch-geographischer Ortsbestimmungen eine Rolle spielt. Ungleichförmige Brechungen der Lichtstrahlen an den durch die Erdrotation in Verbindung mit atmosphärischen Störungen durcheinander flutenden Luftschichten können einen anhaltenden Wechsel in Helligkeit und Farbe der Sterne bewirken. Hierdurch entsteht das Glitzern oder Szintillieren der Gestirne, welches im allgemeinen mit der Zenitdistanz des Sternes zunimmt, mit der geographischen Breite des Beobachtungsortes erfahrungsgemäß wächst, in Winternächten stärker auftritt als im Sommer und endlich für Himmelskörper mit meßbaren Durchmessern, wie die Planeten, sich erheblich vermindert. Dieses Phänomen der Szintillation zeigt sich für das unbewaffnete Auge am stärksten, im Fernrohr dagegen wesentlich schwächer, immerhin noch so merklich, daß häufig verschwommene und unruhige Sternbilder entstehen, durch welche die Einstellungsgenauigkeit beeinträchtigt wird. Es ist deshalb für die im nächsten Abschnitt (Teil II) besonders zu behandelnde Kritik der Messungen von Wichtigkeit, auch bei astronomischen Beobachtungen zur geographischen Ortsbestimmung den jeweiligen Zustand von Bild und Luft im Fernrohr (Bildgüte $= B$, Luftruhe $= L$) fortlaufend zu notieren[1]). Auf die für astronomische Beobachter längst bekannte Erfahrungstatsache, aus plötzlich und stark zunehmender Verschlechterung von Bild und Luft sogar Wetteränderungen, insbesondere zu-

Fig. 15.



Parallaxe bei kugelförmig angenommener Erde.

[1]) $B = 1$ bedeutet Bild ausgezeichnet, $B = 2$, Bild gut, $B = 3$, Bild befriedigend, $B = 4$, Bild schlecht; $L = 1$ bedeutet Luft äußerst ruhig, $L = 2$, Luft ruhig, $L = 3$, Luft mittelmäßig, $L = 4$, Luft ganz unruhig. Die Zwischenstufen sind durch Kombinationen wie B 1—2, L 2—3 usw. auszudrücken.

nehmende Bewölkungen, prognostizieren zu können, sei an dieser Stelle nur beiläufig hingewiesen.

Parallaxe. Astronomische Messungen liefern die Gestirnörter, wie sie der Beobachter von der Erdoberfläche aus, also vom scheinbaren Horizont erblickt, während die gleichsam für die gesamte Erde geltenden astronomischen Jahrbücher und Tafeln die Positionen der Gestirne naturgemäß vom Erdzentrum aus, also vom wahren Horizont (siehe Fig. 15 a. v. S.) gesehen, angeben. Für die Fixsterne sind beide Richtungen als parallel zu betrachten; für sie fallen die scheinbaren und die wahren oder geozentrischen Zenitdistanzen zusammen. Ist aber die Entfernung des Gestirnes nicht unendlich groß im Verhältnis zum Erdradius, wie z. B. bei Mond, Sonne und den Planeten, so bilden die vom Beobachtungsort und dem Erdzentrum nach jenen Himmelskörpern gehenden Richtungslinien einen kleinen Winkel miteinander, welcher als Parallaxe oder astronomischer Richtungsunterschied schon dem im zweiten vorchristlichen Jahrhundert lebenden Astronomen Hipparch bekannt war.

Die Parallaxe eines Gestirnes in dem hier[1]) maßgebenden besonderen Sinne ist der Winkel, unter welchem der Erdhalbmesser von dem betreffenden Himmelskörper erscheint. Denkt man sich auf der zunächst kugelförmig angenommenen Erde einen Meridianschnitt durch den Beobachtungsort O und das Erdzentrum C gelegt (siehe Fig. 15), so stellt COZ die Vertikale, die Tangente OH in O den scheinbaren und die zu OH durch C parallele Linie CH_0 den wahren Horizont dar.

Für ein beliebig an der Himmelskugel liegendes Gestirn S bezeichnet der Winkel $OSC = p$ die Parallaxe in Zenitdistanz oder die Höhenparallaxe, Winkel ZOS seine scheinbare Zenitdistanz z und Winkel ZCS die wahre Zenitdistanz z_0. Aus Fig. 15 folgt nun unmittelbar:

---

[1]) Es ist dies eigentlich eine tägliche Parallaxe der Gestirne, welche durch den Standpunkt des Beobachters auf der Erdoberfläche bedingt wird, während die sog. jährliche Parallaxe durch die Bewegung der Erde in ihrer Bahn um die Sonne hervorgerufen wird. Unter dem Einfluß der ersteren, hier allein zu erörternden, stehen nur die Körper unseres Planetensystems, während für Fixsterne lediglich eine jährliche Parallaxe in Frage kommt, deren Basis der Halbmesser der Erdbahn von 150 Mill. Kilometer Länge ist. Gegenwärtig kennt man erst für etwa 30 Fixsterne jährliche Parallaxen, welche zwischen 0,1″ und 0,8″ liegen.

$$20)\qquad \begin{aligned} p &= z - z_0, \quad \text{oder} \quad p = h_0 - h, \\ z_0 &= z - p, \quad \text{oder} \quad h_0 = h + p. \end{aligned}$$

Durch die Parallaxe wird die Zenitdistanz vergrößert und die Höhe eines Gestirnes verkleinert; sie wirkt also umgekehrt wie die Refraktion.

Bezeichnet ferner in Fig. 15 ϱ den Erdradius und $\varDelta$ die Entfernung des Gestirnes vom Erdzentrum, so folgt aus dem Dreieck OSC die Beziehung:

$$20\text{a})\qquad \sin p = \frac{\varrho}{\varDelta} \sin z; \quad p = \frac{\varrho}{\varDelta \sin 1''} \sin z,$$

wo der zweite, genäherte Ausdruck, abgesehen vom Monde, bei der Kleinheit[1]) von p für Sonne und Planeten gilt.

Die Höhenparallaxe ist daher dem Sinus der scheinbaren Zenitdistanz proportional; sie verschwindet, wenn das Gestirn im Zenit steht, und wird ein Maximum für Gestirne im Horizont. Bezeichnet man diesen Maximalwert, die sog. Horizontalparallaxe oder den $\sphericalangle\, OHC$ mit p_0, so folgt aus dem rechtwinkeligen Dreieck COH (s. Fig. 15) die Relation:

$$20\text{b})\qquad \sin p_0 = \frac{\varrho}{\varDelta}; \quad p_0 = \frac{\varrho}{\varDelta \sin 1''},$$

und für die Höhenparallaxe ergibt sich der Ausdruck:

$$20\text{c})\qquad \sin p = \sin p_0 \sin z; \quad p = p_0 \sin z.$$

In Wirklichkeit ist aber die Erde keine Kugel, sondern sehr nahe ein an den Polen abgeplattetes Sphäroid, bei welchem zwischen geographischem und geozentrischem Zenit (s. S. 31, Fig. 9) unterschieden werden muß. Für ein beliebig, z. B. außerhalb der Ebene des Ortsmeridians stehendes Gestirn fällt daher die durch Erdzentrum, Beobachtungsort und Gestirn gehende Ebene nicht mit der durch das geographische Zenit gehenden Vertikalebene des Gestirnes zusammen. Folglich ändert die für das Erdsphäroid geltende Parallaxe auch das Azimut der Gestirne, und der unter 20c) abgeleitete Ausdruck für die Höhenparallaxe stellt nur einen Näherungswert dar. Die etwas strengeren Ausdrücke für die Parallaxe in Höhe p_z und in Azimut p_A, welche

[1]) Für den Mond beträgt die Horizontalparallaxe durchschnittlich 3422″, dagegen für die Sonne nur 8,8″, für die Planeten Venus 13″, Mars 8″, Jupiter 2″ und Saturn nur 1″, nach mittleren Entfernungen von der Erde angenommen.

mit Rücksicht auf den jeweiligen Erdradius ϱ und den wechselnden Unterschied zwischen geographischer und geozentrischer Breite $\varphi - \varphi'$ herzuleiten, aber nur gelegentlich bei Mondbeobachtungen anzuwenden sind, haben die folgende Form:

$$\text{20d)} \quad \begin{aligned} p_z &= \frac{\varrho \,.\, \sin p_0'}{\sin 1''} \sin \{z_0 - (\varphi - \varphi') \cos A\}, \\ p_A &= \frac{\varrho \sin p_0' \sin (\varphi - \varphi')}{\sin z_0 \sin 1''} \sin A. \end{aligned}$$

Für Beobachtungen im Meridian (A gleich Null) verschwindet daher die Seitenparallaxe p_A, und die Höhenparallaxe p_z vereinfacht sich entsprechend, da alsdann $\cos A = 1$ wird. In Gleichung 20d) bezeichnet p_0' den durch die sphäroidische Erdgestalt bedingten Maximalwert der Horizontalparallaxe, welcher für $\varrho = a$ (halbe große Achse des Erdellipsoids) in der Form $p_0' = \frac{a}{\varDelta}$ für die zu geographisch-astronomischen Beobachtungen verwendbaren Himmelskörper als Äquatorial-Horizontal-Parallaxe in den Ephemeriden zugleich mit Tafeln zur näheren Berechnung der Parallaxe angegeben ist.

Bei Beobachtungen von Himmelskörpern mit größeren sichtbaren Scheiben werden, außer im Libellenquadranten, nicht die Mittelpunkte, sondern die Ränder eingestellt. Daher ergeben sich die Reduktionen auf das Zentrum der kreisförmig angenommenen Scheiben entweder aus dem Mittel je zweier Ränderbeobachtungen oder, falls nur eine solche vorliegt, mit Hilfe der in den Ephemeriden tabulierten geozentrischen Halbmesser der Gestirne. Nur beim Monde tritt infolge seiner großen Nähe zur Erde eine merkliche, im Maximum bis zu 18″ reichende Vergrößerung des scheinbaren Halbmessers R' gegen den geozentrischen R auf, welche folgenden Ausdruck hat:

$$\text{20e)} \quad R' = R \, \frac{\sin \{z - (\varphi - \varphi') \cos A\}}{\sin \{z_0 - (\varphi - \varphi') \cos A\}}.$$

Für eine derartige Vergrößerung des Mondhalbmessers durch Parallaxenwirkung sind besondere Tafeln, z. B. im Berliner Nautischen Jahrbuche 1905, Tafel 12 oder in den Triester astronom.-nautischen Ephemeriden, Tafel XVII, vorhanden.

Zweiter Teil.

Rechnerische Hilfsmittel zur geographischen Ortsbestimmung.

Nachdem im ersten Teil die für die Zwecke des vorliegenden Handbuches in Betracht kommenden astronomisch-geographischen Grundbegriffe erörtert worden sind, sollen nunmehr im zweiten Teil die rechnerischen und im dritten die instrumentellen Hilfsmittel beschrieben werden, deren Kenntnis zur Anwendung der für die geographische Ortsbestimmung maßgebenden und im vierten Teil dargestellten Methoden notwendig ist.

Die rechnerischen Hilfsmittel, welche der vorliegende zweite Abschnitt dem Geographen und Forschungsreisenden darbieten soll, beziehen sich zunächst auf die wichtigsten astronomischen Jahrbücher oder Ephemeriden, die Hilfstafeln, Rechentabellen und Sternkarten. Ferner gehört hierher eine gewisse Kenntnis der einfacheren Methoden zur Interpolationsrechnung, welche aus den nach bestimmten Argumenten (Zeit- oder Winkelgrößen) in gleichen Intervallen fortschreitenden Werten einer Ephemeride oder Tafel die für die jeweilige Beobachtungszeit oder den jeweiligen Ortsmeridian geltenden Werte zu berechnen gestatten. Endlich erfordert jenes sozusagen geistige Rüstzeug des Geographen und Forschungsreisenden noch die Bekanntschaft mit den Grundzügen der sogenannten Ausgleichungsrechnung, welche den sehr wichtigen Zweck erfüllt, nicht nur aus einer überschüssigen Reihe von Beobachtungen die günstigsten Werte der Unbekannten abzuleiten, sondern zugleich eine Kritik für die Genauigkeit der einzelnen Messungen und des Endresultats festzulegen. Gerade dieses letztere, bei allen exakteren

Naturbeobachtungen bedeutungsvolle Moment, auf welches die astronomische Meßkunst stets großes Gewicht legt, ist bei Ausführung und Berechnung der Beobachtungen zur geographischen Ortsbestimmung bisher nicht immer in genügender Weise beachtet worden.

Ephemeriden, Hilfstafeln, Rechentabellen und Sternkarten.

Zur Auswertung der Beobachtungen am Himmel und zur Ableitung der verschiedenen Zeitarten (wahre, mittlere und Sternzeit) auseinander bedarf es bestimmter Angaben über die jeweiligen Stellungen und Bewegungen der Sonne, des Mondes, der Planeten und Fixsterne, über die Zeitgleichung, Sternzeit im mittleren Mittage, über Parallaxen, Halbmesser der Gestirne usw. Alle diese zur Berechnung astronomischer Beobachtungen notwendigen Quantitäten nebst ihren Veränderungen werden von bestimmten Instituten, bezogen auf die Meridiane gewisser Hauptsternwarten wie Greenwich, Berlin, Paris und Washington, fortlaufend berechnet und mehrere Jahre im voraus in besonderen, jährlich erscheinenden astronomischen Ephemeriden veröffentlicht.

Diese astronomischen oder auch astronomisch-nautischen Jahrbücher oder Almanache, welche in der Regel zwei Jahre vor dem Gültigkeitstermin erscheinen und daher auch vor Antritt längerer Expeditionen rechtzeitig mitgenommen werden können, geben gewissermaßen ziffernmäßigen Anhalt über den jeweiligen Stand der Himmelskörper, indem sie von Tag zu Tag oder auch für kürzere und längere Zeitintervalle die Koordinaten der hauptsächlichsten Gestirne zumeist in Deklination und Rektaszension, gelegentlich auch in Breite und Länge bringen, also bezogen auf die von der täglichen Bewegung unabhängigen Fundamentalebenen des Äquators und der Ekliptik. Außerdem enthalten die Ephemeriden alle notwendigen Daten über die wichtigen Lagenänderungen dieser Fundamentalebenen und ihren Einfluß auf die Örter der Gestirne, ferner über solche Variationen der Gestirnskoordinaten, die mit der Veränderung der Stellung des Beobachters auf der Erdoberfläche zusammenhängen oder auch eine Funktion der Zeit sind.

Die Zeitangaben und die von der Zeit abhängigen Koordinaten der Gestirne müssen auf einen bestimmten Anfangsmeridian

bezogen werden, für dessen mittleren oder wahren Mittag sie mit Bezeichnung ihrer stündlichen Änderungen anzugeben sind. Für den Meridian eines beliebigen Beobachtungspunktes, an dem geographische Ortsbestimmungen angestellt worden sind, muß man die Zeitangaben und die Koordinaten der Himmelskörper vor ihrer Verwendung zur Berechnung der Beobachtungen zunächst von der Epoche des Ephemeriden-Meridians mittels der Längendifferenz für die Epoche des Beobachtungsortes interpolieren (siehe S. 75). Diese Verwandlungen könnten einheitlicher und sicherer sich gestalten, wenn allen Ephemeriden und sämtlichen Kartennetzen der gleiche Anfangsmeridian, also nach internationaler Festsetzung (siehe S. 20) Greenwich zugrunde gelegt würde. Bei den unmittelbar für geographische und nautische Zwecke bestimmten Almanachen und Karten ist dies auch fast durchgehends der Fall, obwohl bei letzteren gelegentlich noch andere Anfangsmeridiane, wie Ferro, Paris usw. (siehe S. 22), vorkommen. Dagegen beziehen sich die Angaben von drei großen, allerdings mehr zur Reduktion astronomischer Messungen bestimmten Jahrbüchern, wie oben erwähnt, auf Berlin, Paris und Washington.

Für die Zwecke des vorliegenden Handbuches kann als grundlegende Ephemeridensammlung der von der englischen Admiralität herausgegebene und auf den Greenwicher Meridian bezogene Nautical Almanac bezeichnet werden, von dem der in besonderer Ausgabe erscheinende erste Teil (Part I) speziell nautischen und geographischen Zwecken dient. Die beiden auf den Nautical Almanac vorwiegend sich gründenden abgekürzten und in deutscher Sprache erscheinenden Ephemeriden sind die vom Triester Observatorium herausgegebenen Astronomisch-Nautischen Ephemeriden und das vom Reichsamt des Innern veranlaßte, in Berlin erscheinende Nautische Jahrbuch, die beide gleichfalls für die Zwecke des vorliegenden Handbuches in Betracht kommen. Der Vollständigkeit halber sollen dann auch noch das Berliner Astronomische Jahrbuch, die Pariser Connaissance des Temps und die Washingtoner American Ephemeris kurz besprochen werden, von denen besonders die beiden ersten astronomischen Jahrbücher für spezielle Forderungen der geographischen Orientierung (s. S. 70) sogar unter Umständen wichtige Dienste leisten können.

1. The **Nautical Almanac** and astronomical ephemeris for the year 19.., for the meridian of the royal observatory at Greenwich. Published by order of the lords commissioners of the admirality. Edinburgh: price $2^1/_2$ shillings. — Die Angaben des englischen Jahrbuches sind, da sie zugleich strengen astronomischen Untersuchungen und geographisch-astronomischen Ortsbestimmungen genauester Art dienen sollen, auf Hundertstel Zeitsekunden sowie auf Zehntel, stellenweise sogar auf Hundertstel Bogensekunden veröffentlicht, und die Ephemeriden haben einen Umfang von etwa 650 Seiten. Für Geographen und Forschungsreisende ist daher der Nautical Almanac (abgekürzt N. A.) in qualitativer und quantitativer Hinsicht zunächst etwas zu weitgehend. Wenn dennoch sein Gebrauch nicht nur nach Beendigung der Expeditionsbeobachtungen zur definitiven Reduktion der Messungen, sondern auch unterwegs für die Ausführung der Ortsbestimmungen sogar im Rahmen des vorliegenden Handbuches dringend empfohlen werden muß, so hat das, abgesehen von dem geringen Anschaffungspreise, drei sehr wichtige Gründe. Erstens bringt der N. A. ein reichhaltiges und nahezu gleichförmig auf die nördliche wie südliche Hemisphäre des Himmels verteiltes Fixstern-Verzeichnis. Von 486 Sternen sind, für den jeweiligen Jahresanfang gültig und nach Rektaszensionen geordnet, die mittleren Örter nebst den zugehörigen Beträgen der jährlichen Präzession und Eigenbewegung tabuliert, welche zur Anordnung der Beobachtungen dienen. Außerdem enthält der N. A. (1907) zur unmittelbaren Reduktion der Sternbeobachtungen die scheinbaren Örter von sämtlichen 486 Sternen, gültig für die Greenwicher obere Kulmination, nach Anbringung der Korrektionen für Präzession, Nutation, Eigenbewegung und Aberration an die entsprechenden mittleren Örter. Diese Ephemeriden der scheinbaren Örter sind so angeordnet, daß für 22 Polsterne (δ zwischen 80° und 90°) die Örter von Tag zu Tag, für die übrigen 464 Sterne von 10 zu 10 Tagen angegeben werden. Unter den 22 Polsternen liegen 13 nahe dem südlichen Weltpole, und von den übrigen 466 Fixsternen gehören 253 zur südlichen Hemisphäre. Hiergegen enthalten die astronomisch-nautischen Ephemeriden (abgekürzt N. E.) mittlere Örter von nur 163 und scheinbare von nur 149 Sternen; das Nautische Jahrbuch (abgekürzt N. J.) gibt für 180 Sterne die genäherten mittleren und nur für 132 die genäherten scheinbaren Örter.

Zweitens bringt der N. A. mit besonderer Vollständigkeit die zur Längenbestimmung aus Mondkulminationen (siehe Teil IV) notwendigen Mondsterne von Tag zu Tag unter der Rubrik „Moon-Culminating Stars“. Diese Daten sind weder in den N. E. noch im N. J. enthalten, da sie für die Schiffahrt keine Bedeutung haben.

Drittens endlich enthält der N. A. für die besonders auf Reisen sehr wichtige Methode der Längenbestimmung aus Sternbedeckungen durch den Mond (siehe Teil IV) die wichtigsten Daten zur Berechnung derartiger Beobachtungen in vollständiger Form und reicher Auswahl unter den Rubriken: „Mean places of occultation-stars“ und „Elements of occultations“. In den N. E. und im N. J. sind die entsprechenden Angaben, worauf weiter unten noch besonders eingegangen wird, wenigstens für die Zwecke der Längenbestimmung an Land, teils nicht vollständig, teils nicht genau genug.

Im übrigen muß, was die Einrichtung und den Gebrauch des Nautical Almanac betrifft, auf die ausführliche Beschreibung verwiesen werden, welche am Schluß des Jahrbuches unter dem Titel „Explanation of the articles“ enthalten ist. Das Fehlen einiger wichtiger Hilfstafeln, welche die in deutscher Ausgabe erscheinenden Jahrbücher N. E. und N. J. bringen, macht sich beim Gebrauch des N. A. für Ortsbestimmungen auf Reisen allerdings bemerkbar; außerdem muß hervorgehoben werden, daß die kleine, separat erscheinende, sonst sehr handliche Ausgabe des Nautical Almanac: „Part I, containing such portions as are essential for navigation, price 1 shilling“ für die Zwecke des vorliegenden Handbuches nicht ganz ausreicht, da die Ephemeriden der scheinbaren Örter nur für 21 helle Sterne gegeben sind und die Daten zur Berechnung der Länge aus Beobachtungen von Mondkulminationen oder Sternbedeckungen gänzlich darin fehlen. Immerhin sei auch auf diese kleine Ausgabe des N. A. wenigstens aufmerksam gemacht. Die seit dem kürzlich erschienenen Jahrgange 1907 für die Zwecke der astronomischen Navigation vielleicht fühlbare Fortlassung der sonst im N. A. berechneten Monddistanzen zur Längenbestimmung (siehe Teil IV) kann für die geographisch-astronomischen Aufgaben des vorliegenden Handbuches nicht als ein Mangel empfunden werden. Diese Angaben werden überdies in den N. E. und im N. J. unverändert weiter veröffentlicht.

2. **Astronomisch - Nautische Ephemeriden** für das Jahr 19... Deutsche Ausgabe, auf Veranlassung der Marine-Sektion des k. k. Reichskriegsministeriums, herausgegeben von dem astronomisch-meteorologischen Observatorium in Triest unter Redaktion von Dr. F. Bidschof. Triest, Buchdruckerei des österreichischen Lloyd. Neuer Preis: 4 M. — Dieses Jahrbuch (N. E.) gründet sich vorwiegend auf den Nautical Almanac und bringt auf etwa 280 Seiten den größten Teil der Daten des englischen Almanachs mit etwas geringerer, aber für die Zwecke der Ortsbestimmung auf Reisen meist völlig genügender Genauigkeit. Die Angaben der Ephemeriden und Tafeln sind auf Zehntel Zeitsekunden und auf ganze Bogensekunden genau. Für nähere Einzelheiten und zum Verständnis des Gebrauchs der N. E. sei auf die in der Einleitung jenes Jahrbuches gegebenen Definitionen und Erklärungen verwiesen, welche sich durch Klarheit der Darstellung und Vielseitigkeit der Beispiele auszeichnen. Hier mögen nur folgende Angaben gemacht werden: Das Verzeichnis der mittleren Sternörter für den Jahresanfang umfaßt 163 Sterne, von denen 73 dem südlichen Himmel angehören. Scheinbare Örter sind für 5 polnahe Sterne (darunter der dem Südpol nahe σ Octantis) für obere Kulmination im Greenwicher Meridian in zehntägigen Intervallen und für weitere 144 Sterne (62 südliche, 82 nördliche) in zwanzigtägigen Intervallen gegeben. Mondkulminations-Sterne, allerdings ausschließlich zu Längenbestimmungen auf Landreisen geeignet, fehlen im Gegensatz zum Nautical Almanac ganz, und die Elemente der Sternbedeckungen, zu Längenbestimmungen auf Landreisen besonders brauchbar, sind auf zwei Seiten zusammengedrängt, während dieselben im Nautical Almanac auf 38 Seiten in sehr reicher Auswahl vorliegen. Dagegen ist eine größere Zahl bequemer Hilfstafeln und übersichtlicher Tabellen im Anhang gegeben, welche in Verbindung mit dem geringen Umfange des Buches die N. E. besonders geeignet zur Mitnahme auf Landreisen machen.

3. **Nautisches Jahrbuch** oder Ephemeriden und Tafeln für das Jahr 19.. zur Bestimmung der Zeit, Länge und Breite zur See nach astronomischen Beobachtungen. Herausgegeben vom Reichsamt des Innern unter Leitung von Dr. C. Schrader. Berlin, C. Heymanns Verlag. Preis: 1 M. 50 Pf. — Das Nautische

Jahrbuch (N. J.), welches seit dem Jahrgang 1903 im Interesse der Navigation fast sämtliche Angaben auf ganze Zeitsekunden und Zehntel Bogenminuten abgerundet hat, kann infolge dieser erheblichen Abkürzungen nur noch für genäherte Ortsbestimmungen an Land in Frage kommen, während dasselbe für die Reduktion von nautischen und aeronautischen Ortsbestimmungen, also vom Schiffe und vom Luftballon aus, ganz besonders geeignet ist. Auf etwa 340 Seiten bringt das N. J. die astronomischen Ephemeriden im Anschluß an den Nautical Almanac, die Monddistanzen, Elemente der Sternbedeckungen, mittlere Örter von 180 Fixsternen (darunter 98 südliche), scheinbare Örter für zwei Polsterne (α Ursae minoris, σ Octantis) von 2 zu 2 Tagen und für 130 andere (darunter 64 südliche) Sterne von 20 zu 20 Tagen, endlich eine besonders vollständige Zusammenstellung von 25 Hilfstafeln. Für alle näheren Einzelheiten und den Gebrauch des Nautischen Jahrbuches sei auf die Einleitung und Erklärung der Ephemeriden selbst verwiesen, welche in den ersten 24 Seiten des N. J. gegeben sind.

Hiermit sei die Besprechung der drei für geographische Ortsbestimmungen genauerer oder genäherter Art in Betracht kommenden und auf den Greenwicher Meridian bezogenen Jahrbücher (N. A., N. E. und N. J.) zunächst abgeschlossen. Der Vollständigkeit und gelegentlich vielleicht auch notwendigen Ergänzung wegen mögen nun noch die drei, zumeist rein astronomischen Zwecken dienenden Ephemeriden: das Berliner astronomische Jahrbuch, die Pariser Connaissance des Temps und die Washingtoner American Ephemeris ganz kurz erwähnt werden.

4. **Berliner astronomisches Jahrbuch** für 19.. mit Ephemeriden der Planeten (1) — (5..). Herausgegeben von dem Königlichen Rechen-Institute zu Berlin unter Leitung von F. Bauschinger. Berlin, Ferd. Dümmlers Verlag. Preis: 12 M. — Dieses in allen Angaben wohl genaueste unter den astronomischen Jahrbüchern dient fast ausschließlich astronomischen Zwecken. Auch für feinste geographische Ortsbestimmungen, z. B. zur Festlegung astronomischer Hauptpunkte mittels großer, fest aufgestellter Instrumente käme dieses Jahrbuch mit seinen genauen, für den Berliner Meridian geltenden Ephemeriden in Betracht. Für die Zwecke des vorliegenden Handbuches liegt die Verwendung des Berliner Jahrbuches insofern im Bereiche der Möglich-

keit, als unter Umständen die im Nautical Almanac gegebenen 486 Fixsterne vielleicht nicht ausreichen könnten. Das Berliner Jahrbuch gibt für 1905, 1906 und 1907 die mittleren, für den Jahresanfang gültigen Örter von 622 Fixsternen (davon 132 südliche), die scheinbaren Örter für 9 Polsterne (kein südlicher darunter) und für 450 (107 südliche) andere Sterne. Diese Erweiterung des Fixsternmaterials gegenüber dem N. A., wenigstens hinsichtlich der mittleren Örter, reicht allerdings für Beobachtungen auf der südlichen Halbkugel vorläufig noch nicht aus, da die Südsterne des Berliner Jahrbuches bis jetzt nur bis — 30° Deklination gehen, während diejenigen des Nautical Almanac über den ganzen südlichen Himmel verteilt sind. Vom Jahrgang 1908 aber wird das Berliner Jahrbuch noch wesentlich vollständiger an Fixsternen werden, da es die mittleren Örter von 925 Sternen (426 südliche), die scheinbaren Örter von 18 Polsternen (9 südliche) und von 571 anderen Sternen (228 südliche) bringen wird.

5. Die **Connaissance des Temps** ou des mouvements célestes, à l'usage des astronomes et des navigateurs pour l'an 19.., publié par le bureau des longitudes. Paris, Gauthier-Villars et fils. Preis: 4 Frcs. — Dieses auf den Pariser Meridian bezogene Jahrbuch enthält, wenn es auch in erster Linie astronomischen Zwecken dient, dennoch die für geographische Ortsbestimmungen notwendigen Angaben und Tafeln. Da es jedoch viel umfangreicher, etwas teurer und an Fixsternen nicht so reichhaltig wie der außerdem auf den Weltmeridian bezogene Nautical Almanac ist, kommt es für die Zwecke des vorliegenden Handbuches unmittelbar nicht in Betracht. Nur ein unter Umständen sehr wichtiger Vorzug vor allen anderen Ephemeriden verdient bei der Connaissance des Temps hier hervorgehoben zu werden. Daselbst findet sich das vollständigste Verzeichnis geographischer Positionen von Orten (fast 5000), deren Breiten und Längen genauer bekannt sind und die über alle Kontinente und Inseln verteilt liegen. Durch Benutzung desselben vor Antritt einer Expedition wird der Forschungsreisende eine größere Zahl astronomisch festgelegter Punkte fast in jeder Erdregion aussuchen können, an die er im weiteren Verlaufe der Reise seine eigenen Ortsbestimmungen anschließen kann. Dieser Umstand ist besonders für Längenermittelungen von großer Wichtigkeit, um z. B. durch die Methode der

Zeitübertragung mittels Chronometer (Teil IV) die geographischen Längen unbekannter Stationen an diejenigen bekannter Punkte anzuschließen.

6. Die **American Ephemeris** and nautical almanac for the year 19... Published by authority of the secretary of the navy. Bureau of navigation, Washington. — In diesem Werke, welches ungefähr vom Umfange des Nautical Almanac ist, sind zwei getrennte Teile zu unterscheiden. Im ersten, der sich auf den Meridian von Greenwich bezieht, sind die zum Zwecke der geographischen Ortsbestimmung notwendigen Daten tabuliert, und im zweiten befinden sich unter Zugrundelegung des Meridians von Washington die zur Berechnung astronomischer Beobachtungen bestimmten Größen.

Wenn das im Vorangehenden über die verschiedenen astronomischen Ephemeriden kurz Mitgeteilte nunmehr ausschließlich für die Zwecke des vorliegenden Handbuches mit wenigen Worten zusammengefaßt wird, so läßt sich folgendes feststellen. Für den mit Ortsbestimmungen betrauten Geographen und Forschungsreisenden kommt in erster Linie die Gesamtausgabe des Nautical Almanac in Betracht. Zur Mitnahme auf Reisen ist das Triester Jahrbuch (Astronomisch-nautische Ephemeriden) und auch Part I des Nautical Almanac geeignet. Für ganz genäherte Ortsbestimmungen am Lande und für astronomische Orientierungen im Luftballon kann mit Vorteil das in erster Linie für nautische Zwecke eingerichtete Nautische Jahrbuch verwendet werden. Zur etwaigen Erweiterung des Fixsternmaterials für Zeit- und Ortsbestimmungen dient das Berliner astronomische Jahrbuch, und zur Kenntnis möglichst vieler, astronomisch festgelegter Erdorte ist die Connaissance des Temps besonders zweckmäßig.

Die in den astronomischen Jahrbüchern gegebenen Hilfstafeln, auf welche bei Erörterung der einzelnen Methoden zur geographischen Ortsbestimmung (siehe Teil IV) noch näher eingegangen wird, reichen nicht für alle Aufgaben aus, deren Lösung durch Benutzung von Tafeln erleichtert werden kann. Der Geograph und Forschungsreisende muß deshalb zum Zweck geographischer Ortsbestimmungen noch andere Tafelwerke kennen und anwenden, von denen die wichtigsten nunmehr ganz kurz besprochen werden sollen.

7. **Formeln und Hilfstafeln für geographische Ortsbestimmungen** von Prof. Dr. Th. Albrecht. Leipzig 1894. Verlag von W. Engelmann. Dritte umgearbeitete und vermehrte Auflage. Preis: 18 Mark. — Dieses grundlegende Werk, welches nicht nur die wichtigsten Formeln und Methoden nebst Anleitungen zur geographischen Ortsbestimmung enthält, sondern auch 48 wertvolle Hilfstafeln zur Erleichterung der Rechnungen auf 344 Seiten groß Quart bringt, ist in erster Linie für genaue astronomisch-geodätische Messungen mit großen und stabilen Instrumenten bestimmt. Für die genäherte Ortsbestimmung auf Reisen mittels transportabeler Instrumente ist diese Tafelsammlung daher etwas zu umfangreich und detailliert. Da jedoch bis jetzt eine knappe und doch ausreichende Zusammenstellung von Hilfstafeln für genäherte Ortsbestimmungen fehlt, können die Albrechtschen Tafeln auch für diese Zwecke in erster Linie empfohlen werden. Dies gilt besonders zur Zeit-, Breiten- und Azimutbestimmung, während bei der Längenbestimmung eine Beschränkung auf die zwar genaueste, aber auf Reisen am seltensten anwendbare Methode der telegraphischen Längenermittelung (siehe Teil IV) stattfindet. Außerdem sind einige sehr wichtige Tafeln für die genaue Zeit- und Ortsbestimmung auf die mittleren Breitenzonen zwischen $\pm 30^0$ und $\pm 60^0$ beschränkt, während bedeutsame Expeditionen gerade nach den äquatorialen und zirkumpolaren Regionen der Erde entsandt werden. Diesen Einschränkungen stehen jedoch außerordentlich wertvolle Erweiterungen astronomischer, geodätischer und mathematischer Art gegenüber, welche die Benutzung der Albrechtschen Tafeln für Ortsbestimmungen geradezu unentbehrlich machen und bei manchen Rechnungen sogar die Hinzuziehung von Logarithmentafeln ersparen. Für alle näheren Einzelheiten sei auf die Anleitungen und Erklärungen in den Tafeln selbst verwiesen, die sich durch mustergültige Klarheit auszeichnen.

8. **Astronomische Tafeln und Formeln.** Herausgegeben von Dr. C. F. Peters. Hamburg 1871. Verlag von W. Mauke. Preis: 9 Mark. — Diese Tafelsammlung, von kleinerem Format und geringerem Umfange (217 Seiten groß Oktav) als die unter Nr. 7 genannte, enthält neben rein astronomischen und meteorologischen Tabellen auch viele für die Zwecke der geographischen

Ortsbestimmung wichtige Zusammenstellungen. Die Benutzung derselben steht jedoch, was Klarheit und Präzision betrifft, nicht unerheblich gegen diejenige der Albrechtschen Tafeln zurück.

9. **Azimut- und Höhentafeln.** Bei genäherten Ortsbestimmungen auf Landreisen und im Luftballon zur kartographischen Orientierung, Kompaßkontrolle usw. sind die in erster Linie allerdings nautischen Zwecken dienenden Azimuttabellen zur unmittelbaren Entnahme des wahren Azimuts eines Himmelskörpers aus bekannter Ortsbreite, Deklination und beobachteter Zeit (siehe Teil IV) mitunter von Wichtigkeit. Aus der großen Zahl englischer, französischer und deutscher Azimuttafeln sei an dieser Stelle nur die folgende genannt: Ebsen, Azimuttabellen, enthaltend die wahren Richtungen der Sonne usw. für Intervalle von 10 Zeitminuten zwischen den Breitenparallelen von 70° Nord bis 70° Süd. Hamburg 1899. Preis: 7 Mark.

Auch Höhentafeln (Thomson, Döllen, Souillagouet) zur unmittelbaren Entnahme der Gestirnshöhen mit bekannten Werten der Zeit, Breite und Deklination können gelegentlich bei geographischen Orientierungen zur Erleichterung der Rechnungen Verwendung finden. Als besonders zweckmäßig sind die bis auf 0,3′ genauen Tafeln von Fuss, Direktor des Marine-Observatoriums von Kronstadt, zu bezeichnen, welche mit den Werten von Breite, Deklination und Stundenwinkel sowohl die Höhen als auch die Azimute der Gestirne zu entnehmen gestatten (bisher nur in russischer Ausgabe, St. Petersburg 1901, erschienen).

Zur Ausführung von numerischen Rechnungen dienen **Logarithmentafeln** und **Rechentabellen.** Für die Zwecke des vorliegenden Handbuches genügt es fast immer, die Beobachtungen zur geographischen Ortsbestimmung mit fünfstelligen Logarithmentafeln zu reduzieren, sehr oft reichen auch vierstellige und manchmal sogar dreistellige Logarithmentafeln aus. Unter der großen Anzahl von Tafeln dieser Art, bei deren Auswahl übrigens auch die Gewohnheit eine große Rolle spielt, dürften folgende in der Praxis sich am besten bewährt haben:

10. Logarithmisch-trigonometrische Tafeln mit fünf Dezimalen von Th. Albrecht. — Im Anhange zu dieser Logarithmentafel befindet sich u. a. eine sehr praktische Zusammenstellung goniometrischer und auch sonstiger Formeln. Bei

dieser Gelegenheit sei für ein etwa notwendiges gründlicheres Studium der Trigonometrie und der einfachsten Differentialformeln noch auf folgendes Werk verwiesen: Lehrbuch der ebenen und sphärischen Trigonometrie. Zum Gebrauch beim Selbstunterricht und in Schulen, besonders als Vorbereitung auf Geodäsie und sphärische Astronomie bearbeitet von Prof. Dr. E. Hammer. Zweite Auflage. Stuttgart 1897. J. B. Metzlerscher Verlag. Preis: 8 Mark.

11. Vierstellige Logarithmentafeln von Th. Albrecht, die auch in den Albrechtschen Hilfstafeln unter Nr. 43 bis 47 enthalten sind.

12. Dreistellige Logarithmentafeln von C. Stechert. Hamburg, Archiv der Deutschen Seewarte. — Neben den Logarithmentafeln leisten bei der Berechnung von Beobachtungen, besonders wenn es sich um schnelle Ausführung von Multiplikationen, Divisionen, Quadrieren usw. handelt, auch die handlichen **Rechentafeln** von Zimmermann, ja für Näherungsrechnungen sogar die einfachen, in Form eines besonderen Lineals konstruierten **Rechenschieber** gute Dienste. An letzteren lassen sich auch einfache trigonometrische Überschlagsrechnungen ausführen.

Am Schlusse dieses Abschnittes, der von den Jahrbüchern, Hilfstafeln und Rechentabellen handelt, sei noch auf die Bedeutung der **Sternkarten** und **Himmelsgloben** für die Zwecke der geographischen Ortsbestimmung hingewiesen. Eine ausreichende Kenntnis der wichtigeren Sternbilder und der helleren Fixsterne, welche zu Zeit- oder Breitenbestimmungen auf Reisen benutzt werden können, ist für den Geographen und Forschungsreisenden unbedingt notwendig. Außerdem kann es vorkommen, daß Höhen nahe dem Meridian oder beim ersten Vertikal schwächerer Sterne gemessen worden sind, die dem Beobachter nicht sofort bekannt sind und erst durch Verbindung mit anderen Sternen bekannter Konstellationen identifiziert werden müssen. Allen diesen Zwecken der sogenannten Astrognosie dienen Sternkarten und Himmelsgloben. Für die Zwecke des vorliegenden Handbuches sind auf Tafel I und II zwei Übersichtskarten des Fixsternhimmels der nördlichen und südlichen Hemisphäre gegeben, welche die wichtigsten Sterne bis zur vierten Größenklasse, einige Sternhaufen und Nebelflecke enthalten. Von Himmelsgloben sei als be-

sonders handlich und übersichtlich der folgende genannt, der sich bequem auch auf Reisen mitnehmen läßt: Kleiner Himmelsglobus von C. Rohrbach. Berlin, D. Reimers Verlag. Preis: 1 M. 60 Pfg.

Interpolationsrechnung.

In den astronomischen Ephemeriden und Tafeln, deren Einrichtungen soeben besprochen wurden, sind die tabulierten Werte nur für ganz bestimmte Zeitmomente (z. B. Mittag, Mitternacht usw.) und stets für den betreffenden Anfangsmeridian (z. B. Greenwich, Berlin usw.) gültig angegeben. Will man die an einem beliebigen Orte und zu beliebiger Zeit angestellten Beobachtungen berechnen, so werden die zu ihrer Auswertung erforderlichen numerischen Größen irgendwo zwischen zwei in den astronomischen Ephemeriden tabulierten Funktionen liegen. Man muß daher, um die gesuchte Größe zu finden, zwischen jene beiden Tafelwerte richtig einschalten, d. h. interpolieren können. An dieser Stelle soll nicht eine mathematische Theorie der Interpolation [1]) gegeben werden, sondern es mögen nur einige ganz spezielle Anwendungen jener Methode beschrieben werden, die in der Praxis geographischer Ortsbestimmungen zur Verwendung kommen können.

Die Größen a, b, c, d, e mögen fünf Werte von Argumenten bezeichnen (z. B. mittlere Greenwicher Mittage), nach welchen die zugehörigen Funktionswerte A, B, C, D, E (z. B. Rektaszensionen des Mondes) in einer astronomischen Ephemeride tabuliert sind. Will man für ein zwischen a und b liegendes Argument x den numerischen Wert der zugehörigen Funktion X bestimmen, so entwirft man das folgende, leicht definierbare Schema:

Argument	Funktion	Erste Differenzen	Zweite Differenzen	Dritte Differenzen
a	A			
		ΔA		
b	B		$\Delta^2 A$	
		ΔB		$\Delta^3 A$
c	C		$\Delta^2 B$	
		ΔC		$\Delta^3 B$
d	D		$\Delta^2 C$	
		ΔD		
e	E			

[1]) Hierfür sei auf das Buch von Rice, Theory and practice of interpolation, Lynn (Mass. U. S. A.) 1899 und vor allen Dingen auf die Encyklopädie der mathematischen Wissenschaften, Leipzig 1901, Bd. I, D, 3: Interpolation von J. Bauschinger, Berlin, verwiesen.

Bei den hier allein interessierenden astronomischen Interpolationen bilden die Argumente stets eine arithmetische Reihe, so daß die Intervalle $b-a$, $c-b$ und $d-c$ usw. gleich sind und als Einheiten angesehen werden können. Daher sind die ersten Differenzen

$$\varDelta A = \frac{B-A}{b-a} = \frac{B-A}{1}, \quad \varDelta B = \frac{C-B}{c-b} = \frac{C-B}{1},$$
$$\varDelta C = \frac{D-C}{d-c} = \frac{D-C}{1},$$

die zweiten Differenzen

$$\varDelta^2 A = \frac{\varDelta B - \varDelta A}{c-a} = \frac{\varDelta B - \varDelta A}{1.2},$$
$$\varDelta^2 B = \frac{\varDelta C - \varDelta B}{d-b} = \frac{\varDelta C - \varDelta B}{1.2},$$

und die dritten Differenzen, bei denen man für alle Aufgaben der geographischen Ortsbestimmung stehen bleiben kann, nehmen die folgende Form an:

$$\varDelta^3 A = \frac{\varDelta^2 B - \varDelta^2 A}{d-a} = \frac{\varDelta^2 B - \varDelta^2 A}{1.2.3} \text{ usw.}$$

Die zwischen A und B liegende Funktion X, gehörig zu dem zwischen a und b liegenden Argumente x, läßt sich nun nach dem aus der Algebra bekannten Taylorschen Lehrsatze in die folgende Reihe entwickeln:

$$X = A + (x-a)\frac{\varDelta A}{1} + (x-a)(x-b)\frac{\varDelta^2 A}{1.2}$$
$$+ (x-a)(x-b)(x-c)\frac{\varDelta^3 A}{1.2.3} + \cdots$$

Setzt man hierin das zumeist zeitliche Intervall $x-a=t$ und bedenkt, daß

$$x-b = x-b-a+a = (x-a)-(b-a) = t-1$$

ist, ferner entsprechend $x-c=t-2$, so ergibt sich die fundamentale astronomische Interpolationsformel nach Newton in folgender Gestalt:

$$21)\quad X = A + t\varDelta A + \frac{t(t-1)}{1.2}\varDelta^2 A + \frac{t(t-1)(t-2)}{1.2.3}\varDelta^3 A + \cdots$$

Die Anwendung der Newtonschen Interpolationsformel in dieser Form ist im allgemeinen für die Rechnung unzweckmäßig, da bei

ihr lediglich die absteigenden Differenzen im obigen Schema (S. 75) verwendet werden. Nur für den Fall, daß Funktionen nahe dem Anfange oder Ende einer gegebenen Reihe von Werten zu interpolieren sind, läßt sich die Gleichung 21) mit Vorteil gebrauchen. Die Newtonsche Formel kann jedoch sehr leicht so umgeformt werden, daß nicht nur absteigende, sondern auch aufsteigende Differenzen benutzt werden; hierbei ist zu bedenken, daß die Differenzen gerader Ordnung (II., IV., ...) auf dieselbe Linie mit Argument und Funktion, diejenigen ungerader Ordnung (I., III., ...) aber auf die Linie zwischen zwei aufeinander folgenden Argumenten und Funktionen fallen (siehe Schema S. 75). Liegt das Argument der gesuchten Funktion nach dem obigen Interpolationsschema z. B. in der Nähe von c zwischen c und d, so wird man zweckmäßig die folgende Formel zur Interpolation „nach vorwärts“ anwenden:

$$22)\quad X = C + t.\Delta C + \frac{t(t-1)}{1.2}\Delta^2 B + \frac{t(t-1)(t+1)}{1.2.3}\Delta^3 B + \cdots$$

Liegt x in der Nähe von c, aber zwischen b und c, so benutzt man behufs Interpolation „nach rückwärts“ die Formel

$$23)\quad X = C - t\Delta B + \frac{t(t-1)}{1.2}\Delta^2 B - \frac{t(t-1)(t+1)}{1.2.3}\Delta^3 A + \cdots$$

Liegt endlich das Argument der gesuchten Funktion genau in der Mitte zwischen zwei Tafelargumenten, z. B. b und d, so erhält man aus dem arithmetischen Mittel der Interpolation nach vorwärts von b und derjenigen nach rückwärts von d aus folgende bequeme Formel für die Interpolation „in die Mitte“:

$$24)\quad X = \frac{C+D}{2} - \frac{1}{8}\,\frac{\Delta^2 B + \Delta^2 C}{2} + \left[\frac{1}{43}\,\frac{\Delta^4 A + \Delta^4 B}{2}\right] - \cdots$$

Hierbei treten nur noch die arithmetischen Mittel solcher geraden Differenzen auf, die oberhalb und unterhalb des im obigen Interpolationsschema in der Mitte zwischen c und d gezogenen Horizontalstriches liegen. Ferner kann man es in den meisten Fällen,

wenigstens für die im vorliegenden Handbuche in Frage kommenden Zwecke der geographischen Ortsbestimmung, sogar bei den zweiten Differenzen bewenden lassen.

Schließlich sei noch die in der Praxis vielfach gebräuchliche und besonders genaue Besselsche Transformation der Newtonschen Interpolationsformel erwähnt, welche folgende Form für eine Einschaltung zwischen die Argumente c und d hat:

$$25) \quad X = C + t\varDelta C + \frac{t(t-1)}{1.2}\,\frac{\varDelta^2 B + \varDelta^2 C}{2} + \frac{t(t-1)(t-\tfrac{1}{2})}{1.2.3}\,\varDelta^3 B + \cdots$$

Diese Formel enthält die ungeraden Differenzen ($\varDelta C$, $\varDelta^3 B\ldots$), welche im obigen Interpolationsschema (siehe S. 75) auf die Horizontallinie zwischen den Argumenten c und d fallen, und die Mittel aus denjenigen geraden Differenzen, welche oberhalb und unterhalb dieser Linie liegen.

Zur besseren Veranschaulichung der vier oben mitgeteilten Interpolationsformeln (22, 23, 24 und 25) mögen dieselben auf ein Beispiel angewendet werden, welches der Übersicht halber gleich so gewählt ist, daß sämtliche Formeln dafür benutzt werden können.

Es sei für einen Beobachtungsort, der 1^h östlich von Greenwich liegt, die Deklination des Mondes für 1905, Mai 12, $3^h\,30^m$ Ortszeit gesucht. Dieser Ortszeit entspricht die Greenwicher Zeit $3^h\,30^m - 1^h = 2^h\,30^m$. In den Triester astronomisch-nautischen Ephemeriden (N. E.) für 1905 sind auf den Seiten III bis X jedes Monats die Rektaszensionen und Deklinationen des Mondes von Stunde zu Stunde mittlerer Greewicher Zeit gegeben.

1905, Mai 12.

	δ☽	I. Diff.	II. Diff.	III. Diff.
0^h	+ 12° 33′ 42″			
		— 8′ 34″		
1	+ 12 25 8		— 4″	
		— 8 38		— 1″
2	+ 12 16 30		— 5	
		— 8 43		+ 1
3	+ 12 7 47		— 4	
		— 8 47		
4	+ 11 59 0			

Formel 22) für die Interpolation nach vorwärts ergibt nun, da $t = \frac{1}{2}$, $t(t-1) = -\frac{1}{4}$ und $t(t-1)(t+1) = -\frac{3}{8}$ ist,

$$X = +\,12^0\,16'\,30'' + \frac{1}{2}\,(-\,523'') - \frac{1}{4}(-2{,}5'') - \frac{3}{8}\left(\frac{1''}{6}\right)$$

I.	$-$	4 21,5
II.	$+$	0,62
III.	$-$	0,06
X	$= +$	$12^0\,12'\;9{,}06''$

Formel 23) für die Interpolation nach rückwärts ergibt:

$$X = +\,12^0\,7'\,47'' - \frac{1}{2}\,(-\,523'') - \frac{1}{4}\,(-\,2'') + \frac{3}{8}\left(\frac{1''}{6}\right)$$

I.	$+$	4 21,5
II.	$+$	0,5
III.	$+$	0,06
X	$= +$	$12^0\,12'\,9{,}06''$

Formel 25) für die Besselsche Interpolation ergibt:

$$X = +\,12^0\,16'\,30'' + \frac{1}{2}\,(-\,523'') - \frac{1}{4}\left(-\,\frac{4{,}5''}{2}\right)$$

I.	$-$	4 21,5
II.	$+$	0,56
III.		0
X	$= +$	$12^0\,12'\;9{,}06''$

Endlich folgt aus der Formel 24) für die Interpolation in die Mitte:

$$X = +\,12^0\,12'\,8{,}5'' - \frac{1}{8}(-\,4{,}5'')$$

II. Diff. $+$	0,56
$X = +$	$12^0\,12'\,9{,}06''$

Die gesuchte Deklination des Mondes ist also $+\,12^0\,12'\,9''$, und aus den bei den obigen Rechnungen nur zur Demonstration mitgenommenen Dezimalstellen geht die Übereinstimmung der Resultate nach sämtlichen Interpolationsformeln hervor.

Aber in so strenger und immerhin auch ziemlich umständlicher Weise braucht man für die Zwecke der hier in Frage

kommenden geographischen Ortsbestimmung nur sehr selten zu interpolieren. Da die bei Lösung der vorliegenden Aufgaben in erster Linie in Betracht kommenden astronomischen Jahrbücher, wie der Nautical Almanac, die Triester Astronomisch-Nautischen Ephemeriden und das Berliner Nautische Jahrbuch die Rektaszensionen und Deklinationen des Mondes täglich von Stunde zu Stunde nebst ihren Änderungen in einer Zeitminute bringen und außerdem die äquatorialen Sonnenkoordinaten von Tag zu Tag mit ihren stündlichen Änderungen tabuliert enthalten, genügt zur Herleitung selbst der am raschesten sich ändernden Mondpositionen meist eine einfachere Interpolation mittels dieser minutlichen bzw. stündlichen Änderungen, unter Mitnahme eines für die zweiten Differenzen bereits verbesserten Proportionalteils.

Auch diese einfachere Interpolation mit Benutzung der tabulierten Änderungen sei zunächst an demselben obigen Beispiele der Herleitung einer Monddeklination für 1905, Mai 12, $2^h 30^m$ Greenwicher Zeit durchgeführt. Die Astronomisch-Nautischen Ephemeriden bringen folgende Zahlen der drei ersten Kolumnen:

1905, Mai 12, Freitag.

	$\delta_{☽}$	Änderung in 1^m	Differenz
0^h	$+ 12° 33' 42''$	$- 8{,}51''$	
			$- 0{,}09''$
1	$+ 12\ 25\ 8$	$- 8{,}60$	
			$- 0{,}08$
2	$+ 12\ 16\ 30$	$- 8{,}68$	
			$- 0{,}08$
3	$+ 12\ 7\ 47$	$- 8{,}76$	

Die Epoche $T = 2^h 30^m$ fällt zwischen die Ephemeridenepochen $T_0 = 2^h$ und $T_1 = 3^h$. Mittels einfacher Interpolation unter Benutzung der ersten Differenzen bildet man die Änderung in 1^m für die Zeit $\frac{T + T_0}{2}$ und multipliziert den so erhaltenen Wert der Änderung mit dem Zeitintervall $T - T_0$, um den für die zweiten Differenzen verbesserten Proportionalteil zu erhalten, der, an die Ausgangsfunktion angebracht, den gesuchten Wert ergibt. Im obigen Zahlenbeispiel findet man bei 2^h: $- 8{,}68''$, bei 3^h: $- 8{,}76''$, also innerhalb einer Stunde einen Zuwachs um $0{,}08''$ (Differenz

der Änderung). Der Zeit $\frac{T + T_0}{2} = 2^h\,15^m$ entspricht daher der Wert $-8{,}70''$ und die gesuchte Deklination wird

$$\begin{array}{rr} & +12^\circ\,16'\,30'' \\ -8{,}7'' \times 30^m = & -\quad 4\;\;21 \\ \hline & +12^\circ\,12'\;\;9'' \end{array}$$

In entsprechender Weise soll, im Anschluß an dieselben Astronomisch-nautischen Ephemeriden, noch ein Beispiel für die einfache Interpolierung einer Sonnendeklination gegeben werden.

Für einen Beobachtungsort $5^h\,8^m$ westlich von Greenwich sei die Sonnendeklination für 1905, Mai 28, $3^h\,16^m$ Ortszeit gesucht. Unter Berücksichtigung des Längenunterschiedes ist die Ortszeit zunächst in Greenwicher Zeit, für welche die Ephemeride gilt, zu verwandeln. Mai 28, $3^h\,16^m$ Ortszeit = Mai 28, $3^h\,16^m + 5^h\,8^m = 8^h\,24^m$ oder $8{,}4^h$ Greenwicher Zeit. In den N. E. sind folgende Zahlenangaben in 2. bis 4. Kolumne für den mittleren Greenwicher Mittag tabuliert:

	$\delta_\odot$	Stündliche Änderung	Differenz für 1 Tag
(T_0) 1905, Mai 28	$+21^\circ\,23'\,47''$	$+24{,}6''$	$-1{,}0''$
(T_1) 1905, Mai 29	$+21\;\;33\;\;25$	$+23{,}6$	

Da die Deklination für $T =$ Mai 28, $8{,}4^h$ gesucht wird, muß für $\frac{T_0 + T}{2} = 4{,}2^h$ der Betrag der stündlichen Änderung interpoliert werden nach der Formel:

$$+24{,}6'' + 4{,}2^h \times \frac{1}{24}(-1{,}0'') = +24{,}4''.$$

Die gesuchte Deklination wird also

$$\begin{array}{lr} \text{Mai 28, } 0^h \;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\; & +21^\circ\,23'\,47'' \\ 8{,}4^h \times (+24{,}4'') = +205{,}0'' \;.\;.\;.\; & +\qquad 3\;\;25 \\ \hline & +21^\circ\,27'\,12'' \end{array}$$

In vielen Fällen kann man die Interpolation, besonders für die vorliegenden Zwecke, noch einfacher gestalten, indem man annimmt, daß die tabulierten Größen in gleichen Zeiträumen nahezu gleich große Änderungen erfahren und stets den in der Tafel

der Ausgangsfunktion zunächst liegenden Wert der Änderung benutzt. Dies trifft z. B. bei der Zeitgleichung, der Sternzeit im mittleren Mittage, für den Halbmesser und die Horizontalparallaxe des Mondes usw. zu. Auch hierfür seien einige Beispiele gegeben.

Im mittleren Mittage von Colombo auf Ceylon ($\lambda = 5^h 19^m 23^s$ östl. Gr.) sei für 1905, Sept. 29 die Zeitgleichung nach den für Greenwich geltenden Angaben der Astronomisch-Nautischen Ephemeriden gesucht. Die Ephemeriden geben:

	Zeitgleichung	Stündliche Änderung
1905, Sept. 28	$-9^m 10{,}8^s$	$-0{,}83^s$
„ „ 29	$-9 \quad 30{,}6$	$-0{,}82$

Dem Colomboer mittleren Mittage am 29. Sept. entspricht die Greenwicher mittlere Zeit Sept. 28 ($24^h - 5^h 19^m 23^s$) oder Sept. 29 $- 5{,}32^h$. Folglich ist die gesuchte Zeitgleichung:

$$\begin{array}{rr} 1905,\ \text{Sept. } 29 & -9^m 30{,}6^s \\ -5{,}32^h \times (-0{,}82^s) & +\quad 4{,}4 \\ \hline & 9^m 26{,}2^s \end{array}$$

Für einen Ort auf den Tahiti-Inseln in Länge $10^h 10^m 6^s = 10{,}17^h$ westlich von Greenwich soll die Sternzeit im mittleren Mittage für 1905, Jan. 21 gesucht werden. Die Ephemeriden geben folgende Sternzeiten im mittleren Greenwicher Mittage:

$$\begin{array}{ll} 1905,\ \text{Jan. } 21 & 20^h 0^m 43{,}3^s \\ 1905,\ \text{Jan. } 22 & 20 \quad 4 \quad 39{,}9 \end{array}$$

Von Tag zu Tag wächst die Sternzeit im mittleren Mittage um $3^m 56{,}55^s$ (siehe S. 38); um also aus der Greenwicher Sternzeit diejenige eines anderen Meridians herzuleiten, muß erstere für jede Stunde Längendifferenz um $\pm 9{,}8565^s$ korrigiert werden, je nachdem der Beobachtungsort westlich (+) oder östlich (—) von Greenwich liegt. Die gesuchte Sternzeit im mittleren Mittage wird daher folgende sein:

$$\begin{array}{rr} 1905,\ \text{Jan. } 21 & 20^h 0^m 43{,}3^s \\ +10{,}17^h \times (9{,}8565^s) & +\ 1\quad 40{,}2 \\ \hline & 20^h 2^m 23{,}5^s \end{array}$$

Für 1905, Jan. 7, 5^h vormittags (a. m.) M. E. Z. seien Halbmesser und Horizontalparallaxe des Mondes nach den für

Greenwich geltenden Angaben der Astronomisch-Nautischen Ephemeriden gesucht. Zunächst ist zu bedenken, daß Jan. 7, 5^h a. m. bürgerlicher Zählung = Jan. 6, 17^h astronomisch ist (siehe S. 26); ferner, daß die Angabe in M. E. Z. (mitteleuropäische Zeit) einer Längendifferenz von 1^h östl. Greenwich (siehe S. 29) entspricht. Daher sind die obigen Größen $R_☽$ und $p_☽$ aus den Ephemeriden für 1905, Jan. 6, 16^h Greenwicher Zeit zu interpolieren. Es finden sich nun die folgenden Werte tabuliert vor:

Datum	$R_☽$	$p_☽$	Stündliche Änderung
1905, Jan. 6, Mitternacht = 12^h .	15′ 15″	55′ 51″	— 1,3″
1905, Jan. 7, Mittag = 0 .	15 10	55 35	— 1,3

Die stündliche Änderung für $R_☽$ beträgt $\frac{-5''}{12} = -0{,}4''$, diejenige für $p_☽$ $-1{,}3''$; daher werden die gesuchten Größen:

$$\begin{array}{lrl} 1905,\ \text{Jan. } 6 & R_☽ = & 15'\ 15'' \\ & -0{,}4'' \times 4 = & -\ 2 \\ \hline & & 15'\ 13'' \end{array} \quad ; \quad \begin{array}{rl} p_☽ = & 55'\ 51'' \\ -1{,}3'' \times 4 = & -\ 5 \\ \hline & 55'\ 46'' \end{array}$$

Damit können die Erörterungen über die Interpolationsrechnung abgeschlossen werden. Die oben angeführten Formeln und Beispiele werden für alle, im Rahmen des vorliegenden Handbuches vorkommenden Aufgaben zum Verständnis ihrer Lösungen genügen.

Ausgleichungsrechnung.

Wenn eine größere Anzahl von Beobachtungen für die Bestimmung einer oder mehrerer Unbekannten, z. B. der geographischen Breite oder der Uhrkorrektion vorliegen, und wenn diese Beobachtungen voneinander abweichende Resultate liefern, so gilt es, den wahrscheinlichsten Wert der Unbekannten zu finden. Ferner ist es, auch für die Zwecke geographischer Orientierung, sehr wichtig, aus einer größeren Reihe von Beobachtungsergebnissen ein mathematisches Maß für die Genauigkeit des Resultats sowie jeder einzelnen Beobachtung zu gewinnen.

Diese Aufgaben löst die sogenannte Ausgleichungsrechnung, welche auf den Grundsätzen der Wahrscheinlichkeitslehre

und der Fehlertheorie beruht. An dieser Stelle können nur die allgemeinen Umrisse[1]) jener Ausgleichungsrechnung skizziert werden, soweit sie auf die vorliegenden Aufgaben der geographischen Ortsbestimmung Anwendung finden.

Jeder auf Messungen beruhenden Beobachtung haften zwei Arten von Fehlern an, konstante oder regelmäßige und zufällige oder unregelmäßige. Konstante Fehler sind solche, die identische Messungen stets in gleicher Weise beeinflussen, für deren Wirkung und Größe sich ein bestimmtes Gesetz angeben läßt. Die Ursachen solcher konstanten Fehler müssen bei allen astronomischen Messungen sorgfältig untersucht werden, um ihren Einfluß von den Beobachtungen fern zu halten oder, falls dies nicht angeht, wenigstens ihre Einwirkung auf die Messungsergebnisse in Rechnung zu stellen. Ihrer Natur nach zerfallen die konstanten Fehler in instrumentale und persönliche. Erstere rühren von Besonderheiten der im nächsten Abschnitt (siehe Teil III) zu besprechenden Instrumente und von äußeren Einwirkungen auf dieselben her, wie z. B. Teilungsfehlern an Meßkreisen, Unvollkommenheiten von Linsen und Fehlern der Meßschrauben. Die persönlichen Fehler hängen dagegen mit den physiologischen Eigenarten des Beobachters zusammen, mit Auffassungsunterschieden bei verschiedenen Individuen und mit der Zeit, welche vom äußeren Eindruck bis zur Sinneswahrnehmung für eine bestimmte Person verfließt. Betrachtungen dieser Art gehören in das astronomisch wie physiologisch gleich interessante Gebiet der Fehler von den Sinneswahrnehmungen, welches auch bei genaueren geographischen Ortsbestimmungen, z. B. bei telegraphischen Längenbestimmungen (siehe Teil IV), in der Form „persönlicher Gleichungen“ eine wichtige Rolle spielt.

Alle solche konstanten Fehler, die in der Natur der Messung, im Instrument oder in der Person des Beobachters begründet sind, sollen, wie schon erwähnt, bei Ausführung der Messungen wo möglich eliminiert oder wenigstens sorgfältig berechnet werden.

---

[1]) Für nähere Einzelheiten sei auf die Bücher von Helmert, Die Ausgleichungsrechnung, von Hagen, Grundzüge der Wahrscheinlichkeitsrechnung und auf die Abhandlung von J. Bauschinger, Ausgleichungsrechnung (Encyklopädie der mathem. Wissenschaften, Bd. I, D. 2) verwiesen.

Hier bieten sich der modernen und verfeinerten astronomischen Meßkunst lockende Aufgaben dar, welche bei Erörterung der einzelnen Methoden zur geographischen Orientierung noch zur Erwähnung kommen sollen.

Aber selbst wenn in ausgiebigster Weise für Elimination und Diskussion der Fehlereinflüsse bei den Messungen gesorgt wird, bleibt erfahrungsgemäß bei allen Beobachtungen noch eine Klasse wichtiger Fehler übrig, die unregelmäßig auftreten und in ihrem Einfluß auf die Messungen ein bestimmtes Gesetz nicht erkennen lassen. Das sind die sogenannten zufälligen Fehler, welche in den mannigfachsten Formen sich darstellen; da gibt es kleine, unberechenbare Einflüsse thermischer wie mechanischer Art auf die verschiedenen Instrumententeile, zufällige Beobachtungsfehler, unregelmäßige Wirkungen der Strahlenbrechung in der Atmosphäre und innerhalb der Beobachtungsräume usw. Vor solchen unregelmäßig auftretenden Fehlern kann man die Messungsergebnisse trotz weitgehendster Vorsichtsmaßregeln nicht ganz schützen; höchstens läßt sich durch sorgfältige und umsichtige Anordnung der Beobachtungen der Einfluß zufälliger Fehler vermindern. Die Hauptsache bleibt immer eine kritische Bearbeitung der Messungen nach den Grundsätzen der Wahrscheinlichkeitslehre, damit die zufälligen Fehler auf das Ergebnis zahlreicher Beobachtungen den kleinstmöglichen Einfluß haben. Zu diesem Zwecke sollen die allgemeinen Prinzipien und die notwendigsten Formeln der Ausgleichungsrechnung ganz kurz hier erörtert werden.

Der einfachste Fall liegt vor, wenn für eine bestimmte zu ermittelnde Größe, z. B. die Polhöhe eines Beobachtungsortes, eine Reihe direkter Beobachtungen vorhanden ist, denen sämtlich die gleiche Genauigkeit zukommt. Alsdann ist, wie auch die Wahrscheinlichkeitsrechnung lehrt, das gesuchte Endresultat gleich dem arithmetischen Mittel der Einzelresultate. Bezeichnet man die Einzelwerte mit $w_1, w_2, w_3, \ldots w_n$, so wird das Resultat $W = \frac{1}{n}(w_1 + w_2 + w_3 + \ldots w_n) = \frac{\Sigma w}{n}$. Hierbei liegt es in der Natur des arithmetischen Mittels begründet, daß die Summe der einzelnen Abweichungen im Sinne Mittelwert minus Einzelwert $W - w_1 = v_1$, $W - w_2 = v_2$, $W - w_3 = v_3 \ldots W - w_n = v_n$, welche teils positiv, teils negativ ausfallen, schließlich verschwindet,

daß also $\Sigma v = 0$ wird. Dadurch ist für die Ableitung arithmetischer Mittel eine einfache Rechnungskontrolle gegeben.

Quadriert man die einzelnen Abweichungen oder Fehler v, so daß nur positive Größen auftreten, dann muß auch die Summe dieser Fehlerquadrate für das arithmetische Mittel, d. h. Σv^2, ein Minimum werden. Dies ist ein Hauptsatz der Ausgleichungsrechnung, der auch bei komplizierteren Beobachtungsreihen mit mehreren Unbekannten, bei sogenannten indirekten Beobachtungen, die später (siehe S. 91) erläutert werden, eine entscheidende Rolle spielt; man bezeichnet deshalb diesen Teil der Ausgleichungsrechnung auch als „Methode der kleinsten Quadrate".

Die Fehlerquadrate v^2 geben nun ein bequemes Mittel an die Hand, das Maß der Genauigkeit für die Einzelbeobachtung und für das Resultat zu finden. Nach einem bekannten, an dieser Stelle vorauszusetzenden Satze der Wahrscheinlichkeitstheorie bildet nämlich derjenige Fehler, dessen Quadrat dem Mittel der Quadrate aller Fehler gleichkommt, ein präzises Maß für die Genauigkeit. Bezeichnet man diesen sogenannten mittleren Fehler mit μ_I für die einzelne Messung und mit μ_R für das Endresultat aus n einzelnen Beobachtungen, so gelten die folgenden Ausdrücke:

$$26) \quad \ldots \quad \begin{cases} \mu_I^2 = \dfrac{\Sigma v^2}{n-1}, & \mu_I = \sqrt{\dfrac{\Sigma v^2}{n-1}}, \\[2ex] \mu_R^2 = \dfrac{\Sigma v^2}{n(n-1)}, & \mu_R = \sqrt{\dfrac{\Sigma v^2}{n(n-1)}}. \end{cases}$$

Bei schnellen Überschlagsrechnungen kann man mit ziemlicher Annäherung an die Wahrheit auch die ersten Potenzen der Fehler v zur Herleitung der mittleren Fehler benutzen. In diesem Falle sind die absoluten Beträge von v zu summieren und die Fehlerausdrücke folgendermaßen anzusetzen:

$$27) \quad . \; . \; \mu_I = 1{,}253 \, \frac{\overset{\text{absolut}}{\Sigma v}}{\sqrt{n\,(n-1)}}, \qquad \mu_R = 1{,}253 \, \frac{\overset{\text{absolut}}{\Sigma v}}{n\sqrt{n-1}}.$$

Zu den im vorangehenden behandelten Formeln sei das folgende Beispiel gegeben.

Mit einem Reiseuniversal (siehe Fig. 36) sind in Berlin folgende Werte der geographischen Breite aus Zenitdistanz-

einstellungen des Polarsterns erhalten worden, die auf Messungen in beiden Kreislagen des Instruments mit mikroskopischer Ablesung beruhen und sämtlich gleiche Genauigkeit besitzen.

Nr.	Breite φ	v	v^2
1	52° 30′ 18″	− 2″	4
2	30 16	0	0
3	30 17	− 1	1
4	30 13	+ 3	9
5	30 15	+ 1	1
6	30 19	− 3	9
7	30 14	+ 2	4
8	30 12	+ 4	16
9	30 16	0 − 9	0
10	30 19	− 3 + 10	9
		+ 1	
	W = 52° 30′ 16″	Σ 19 abs.	Σ 53

Nach Formel 26) ist der mittlere Fehler einer einzelnen Messung $\mu_I = \sqrt{\frac{53}{9}} = \pm\ 2{,}4''$ und der mittlere Fehler des arithmetischen Mittels der ganzen Reihe $\mu_R = \sqrt{\frac{53}{10 \cdot 9}} = \pm\ 0{,}8''$.

Rechnet man dieselben Werte nach Formel 27), genähert aus den ersten Potenzen der Abweichungen v, so erhält man

$$\mu_I = 1{,}253\ \frac{19}{\sqrt{90}} = \pm\ 2{,}5'' \quad \text{und} \quad \mu_R = 1{,}253\ \frac{19}{10\sqrt{9}} = \pm\ 0{,}8''.$$

Daß im obigen Zahlenbeispiel Σv, mit Rücksicht auf die Vorzeichen zur Kontrolle des arithmetischen Mittels gebildet, nicht 0, sondern + 1 ergibt, liegt daran, daß der Mittelwert W nicht streng zu 52° 30′ 15,9″, sondern, der Beobachtungsgenauigkeit entsprechend, abgerundet zu 52° 30′ 16″ angesetzt worden ist.

Wenn die für ein Messungsresultat vorliegenden Einzelbeobachtungen von ungleicher Genauigkeit sind, z. B. infolge meteorologischer, instrumentaler oder persönlicher Störungen bei der einen oder der anderen, so müssen die einzelnen Werte w_1, w_2, w_3, ... w_n, vor ihrer Vereinigung zum arithmetischen Mittel, erst noch mit den ihnen zukommenden Gewichtszahlen $p_1, p_2, p_3 \ldots p_n$ versehen werden. Der Begriff des Gewichtes läßt sich dabei so definieren, daß eine Beobachtung vom Gewichte p gleichwertig

mit p Beobachtungen vom Gewichte 1 ist. Die genaueste Messung erhält daher das größte, die ungenaueste das kleinste Gewicht, für deren Ansetzung natürlich besondere, durch die Art der Beobachtung motivierte Gründe (siehe z. B. S. 59) maßgebend sein müssen. Nach Multiplikation der einzelnen w mit den zugehörigen p erhält alsdann das Resultat aus Beobachtungen mit ungleicher Genauigkeit die folgende Form:

$$28) \quad \ldots\ldots \quad W_p = \frac{\Sigma p \cdot w}{\Sigma p}.$$

Nach der Wahrscheinlichkeitslehre sind nun die oben definierten Gewichte zweier Messungen umgekehrt proportional den Quadraten der zugehörigen mittleren Fehler; es verhält sich also $p_1 : p_2 = \frac{1}{\mu_1^2} : \frac{1}{\mu_2^2}$, oder es ist auch $\frac{\mu_1}{\mu_2} = \frac{\sqrt{p_2}}{\sqrt{p_1}}$. Das Gewicht des in Formel 28) gegebenen wahrscheinlichsten Wertes W_p ist Σp und sein mittlerer Fehler wird, wenn man mit μ den mittleren Fehler der Gewichtseinheit bezeichnet,

$$29) \quad \ldots\ldots \quad \mu_M = \frac{\mu}{\sqrt{\Sigma p}}.$$

Für μ, den mittleren Fehler der Gewichtseinheit, findet man im Anschluß an die Formeln 26), 27) folgenden Ausdruck:

$$29a) \quad \ldots \quad \mu = \sqrt{\frac{\Sigma(p \cdot v^2)}{n-1}} = 1{,}253 \, \frac{\Sigma(v \cdot \sqrt{p})}{\sqrt{n(n-1)}}.$$

Bei Herleitung dieser Formeln ist der folgende, in der Ausgleichungsrechnung allgemein gültige Satz benutzt worden: Multipliziert man die zur Ermittelung der Unbekannten dienenden einzelnen Werte von ungleicher Genauigkeit mit den Quadratwurzeln aus ihren zugehörigen Gewichten, so werden sie alle vom gleichen Gewicht 1 und lassen sich wie Beobachtungen von gleicher Genauigkeit behandeln.

Auch zur Verwertung von Messungen mit ungleicher Genauigkeit sei ein Zahlenbeispiel gegeben, welches sich unmittelbar an das vorangehende (siehe S. 87) anschließen möge, um den Unterschied in der Behandlung von Beobachtungen gleicher und ungleicher Genauigkeit möglichst deutlich zu zeigen. Aus den daselbst mitgeteilten Polhöhenbeobachtungen seien durch ge-

eignete Zusammenfassungen vier Gruppen gebildet, denen als Gewichte unmittelbar die Anzahl der zum Mittel vereinigten Werte zukommen.

Nr.	Breite φ	Gewicht p	$w \cdot p$ in Einern	v	v^2	$p \cdot v^2$
1	52° 30′ 16″	4	24	0	0	0
2	30 17	2	14	− 1	1	2
3	30 14	3	12	+ 2	4	12
4	30 19	1	9	− 3	9	9
		Σp 10	$\Sigma p w$ 59			$\Sigma p v^2$ 23

Wahrscheinlicher Wert nach Formel 28):

$$W_p = \frac{\Sigma p w}{\Sigma p} = \frac{59}{10} = 52^0\,30'\,15{,}9'',$$

oder abgerundet 52° 30′ 16″, in Übereinstimmung mit der früheren Herleitung. Der mittlere Fehler der Gewichtseinheit wird nach 29 a):

$$\mu = \sqrt{\frac{\Sigma(p \cdot v^2)}{n-1}} = \sqrt{\frac{23}{3}} = \pm\, 2{,}8'', \quad \text{oder} \quad = 1{,}253\, \frac{\Sigma(v \cdot \sqrt{p})}{\sqrt{n(n-1)}}$$

$$= 1{,}253 \cdot \frac{7{,}87}{\sqrt{12}} = \pm\, 2{,}8'',$$

und der mittlere Fehler des wahrscheinlichsten Resultats nach 29):

$$\mu_M = \frac{\mu}{\sqrt{\Sigma p}} = \frac{2{,}77}{3{,}16} = \pm\, 0{,}88''.$$

Diese Fehlerwerte stimmen mit den früher (siehe S. 87) bei Behandlung desselben Beispiels nach dem Prinzip gleich genauer Beobachtungen erhaltenen ± 2,4″ und ± 0,8″ deshalb nicht scharf überein, weil die Voraussetzung, daß die verschiedenen Fehler im Verhältnis zu ihrer Wahrscheinlichkeit gleichmäßig sich verteilen, nur bei einer sehr großen Zahl von Beobachtungen erfüllt wird.

Was nun im allgemeinen die Feststellung der Gewichte bei Auswertung der Beobachtungen zur geographischen Ortsbestimmung betrifft, so ist man, wenn ein mathematisches Maß der Präzision fehlt, mehr oder weniger auf Schätzungen angewiesen. Sobald die notwendige Voraussetzung erfüllt ist, daß beim Beobachten selbst die wichtigsten Begleitumstände der Messung angegeben sind, kann nur die Unbefangenheit, Erfahrung und Umsicht des Berechners zu einer zweckmäßigen Gewichtsverteilung

führen. In zweifelhaften Fällen ist es jedenfalls vorzuziehen, allen Beobachtungen gleiches Gewicht zu geben und nicht einfach widersprechende Messungen durch allzu große Verringerung ihres Gewichtes vom Endergebnis mehr oder weniger auszuschließen. Das gänzliche Fortlassen einer Messung bei den Berechnungen ist unzulässig, falls nicht etwa absolut triftige Gründe für den vollständigen Unwert derselben beigebracht werden können.

Bei den Methoden der geographischen Ortsbestimmung kommt es gelegentlich vor, daß man nicht nur für einzelne, direkt beobachtete Größen, sondern auch für gewisse algebraische Funktionen derselben, die besonders in Produkt-, Summen- oder Differenzform auftreten, die zugehörigen Gewichtszahlen und Fehlerausdrücke herleiten muß. Alsdann gelten die folgenden Relationen:

$$30)\quad \begin{cases} \text{für } F = a\,.\,x \text{ wird } \mu_F = a\,.\,\mu_x \\ \text{für } F = x \pm y \text{ wird } \mu_F = \sqrt{\mu_x^2 + \mu_y^2},\ p_F = \dfrac{p_x p_y}{p_x + p_y}. \end{cases}$$

Hat man z. B. die südliche Zenitdistanz eines Sternes im Meridian $z = 20^0\,10'\,4{,}5''$ mit einem mittleren Fehler von $\pm\,2{,}5''$ bestimmt und die zugehörige Deklination des Sternes $\delta = 32^0\,20'\,12{,}0''$, der ein mittlerer Fehler von $\pm\,0{,}6''$ zukommt, aus dem astronomischen Jahrbuche entnommen, so findet man nach Teil I, Formel 6), die geographische Breite des Beobachtungsortes einfach aus der Relation $\varphi = z + \delta = 52^0\,30'\,16{,}5''$. Der mittlere Fehler dieser Bestimmung wird nach Formel 30)

$$\mu = \sqrt{(2{,}5)^2 + (0{,}6)^2} = \pm\,2{,}57''.$$

Den bisherigen Betrachtungen liegt der spezielle einfache Fall zugrunde, daß man es mit direkten Beobachtungen der Unbekannten zu tun hat, z. B. mit Ermittelungen der Breite, der Zeit, des Azimuts usw. Jetzt soll der Vollständigkeit halber auch der allgemeinere Fall ins Auge gefaßt werden, nämlich die wahrscheinlichen Werte beliebig vieler unbekannter Größen abzuleiten, wenn die beobachteten Werte Funktionen der Unbekannten sind. Dies trifft für die vorliegenden Zwecke nur gelegentlich zu, z. B. bei der später (siehe Teil IV) zu behandelnden astronomisch-geographischen Aufgabe, Breite und Zeit zugleich aus Höhenmessungen von Gestirnen abzuleiten. Es handelt

sich dann um sogenannte indirekte oder vermittelnde Beobachtungen, welche zunächst nur Bedingungsgleichungen für die gesuchten Unbekannten ergeben, aus denen letztere durch Rechnung zu ermitteln sind.

Die Gleichungen zwischen den bekannten und unbekannten Größen seien für jede Beobachtung von der folgenden, ein ganzes System bildenden und stets linearen Form:

$$31)\quad \left\{\begin{array}{l} a^{\mathrm{I}}\,x + b^{\mathrm{I}}\,y + c^{\mathrm{I}}\,z + \cdots + l^{\mathrm{I}} \;= 0 \\ a^{\mathrm{II}}\,x + b^{\mathrm{II}}\,y + c^{\mathrm{II}}\,z + \cdots + l^{\mathrm{II}} \;= 0 \\ a^{\mathrm{III}}x + b^{\mathrm{III}}y + c^{\mathrm{III}}z + \cdots + l^{\mathrm{III}} = 0 \\ a^{\mathrm{IV}}x + b^{\mathrm{IV}}y + c^{\mathrm{IV}}z + \cdots + l^{\mathrm{IV}} = 0 \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \end{array}\right.$$

Hierbei muß die Zahl der Gleichungen größer sein als die der Unbekannten x, y, z, damit sogenannte überschüssige Bestimmungen sich ergeben. Nehmen wir zur Betrachtung eines konkreten Falles an, daß z. B. nach der schon oben erwähnten Beobachtungsmethode von Gauss nahezu gleiche Höhen von vier Sternen in verschiedenen Vertikalkreisen zu bestimmten Zeiten gemessen wurden. Dann bedeutet x die gesuchte Verbesserung der in erster Näherung angenommenen Breite, y diejenige für die genäherte Uhrkorrektion und z die Verbesserung der Ablesung des Höhenkreises, die sogenannte Zenitpunktskorrektion (siehe Teil III). Den vier Sternen entsprechend sind in diesem Falle vier Gleichungen zur Bestimmung von drei Unbekannten vorhanden, die in linearer Funktionsabhängigkeit voneinander stehen. Bei ganz fehlerfreien Beobachtungen müßte ein und dasselbe System von Werten x, y, z sämtlichen Gleichungen 31) genügen. Da die Messungen aber nicht fehlerfrei sind, so gibt es im allgemeinen kein System von Werten x, y, z, welches allen jenen Gleichungen genügt. Es bleibt daher nichts weiter übrig, als durch Rechnung dasjenige System von Unbekannten zu finden, welches nach den Beobachtungsergebnissen das wahrscheinlichste ist. Denkt man sich nun dieses letztere in die Gleichungsgruppe 31) eingesetzt, so mögen die rechten Seiten derselben v^{I}, v^{II}, v^{III}, $v^{\mathrm{IV}}\ldots$ lauten. Dann ergeben sich die folgenden sogenannten Fehlergleichungen:

sehr groß wird, wegen der Koeffizientenbildung mühsam und zeitraubend. Für die Aufgaben der geographischen Ortsbestimmung, bei welchen die Zahl der Unbekannten niemals mehr als drei beträgt, ist jedoch die etwaige Aufstellung der Normalgleichungen ziemlich einfach und durch Benutzung von Rechentafeln (siehe S. 74) für die vorkommenden Multiplikationen leicht auszuführen. Außerdem läßt sich folgende einfache Kontrolle für die Herleitung der Koeffizienten in den Normalgleichungen anwenden. Innerhalb jeder Bedingungsgleichung wird die Summe $a + b + c + l = s$ gebildet und beziehungsweise mit a, b, c multipliziert; alsdann ergeben sich für die Koeffizienten der Normalgleichungen folgende Rechnungsproben:

$$35) \quad \ldots \quad \begin{cases} [aa] + [ab] + [ac] + [al] = [as] \\ [ab] + [bb] + [bc] + [bl] = [bs] \\ [ac] + [bc] + [cc] + [cl] = [cs]. \end{cases}$$

Die Bestimmung der Unbekannten aus den Normalgleichungen 34) geschieht am zweckmäßigsten nach der Methode der sukzessiven Elimination von x, y, z. Hierbei stellt der Koeffizient der jedesmal zuletzt übrig bleibenden Unbekannten zugleich das Gewicht derselben dar; um die Gewichte der anderen Unbekannten zu finden, muß die Elimination in veränderter Reihenfolge vorgenommen werden.

Bezeichnet man mit v die übrig bleibenden Fehler der einzelnen Bedingungsgleichungen nach Einsetzung der aus den Normalgleichungen gefundenen Unbekannten, mit n die Anzahl der Bedingungsgleichungen und mit ν die Zahl der Unbekannten, so ergibt sich für den mittleren Fehler von der Gewichtseinheit der Ausdruck:

$$36) \quad \ldots\ldots\ldots \quad \mu = \sqrt{\frac{\Sigma v^2}{n - \nu}},$$

und für die mittleren Fehler der einzelnen Unbekannten folgen unter Berücksichtigung der zugehörigen Gewichte p_x, p_y, p_z die Relationen:

$$36\text{a}) \quad \ldots \quad \mu_x = \frac{\mu}{\sqrt{p_x}}, \; \mu_y = \frac{\mu}{\sqrt{p_y}}, \; \mu_z = \frac{\mu}{\sqrt{p_z}}.$$

Tritt der Fall ein, daß z. B. Erschütterungen des Instruments oder Wolkenschleier die Güte der Messungen beeinträchtigen und

den einzelnen Bestimmungen nicht immer das gleiche Gewicht zukommt, so sind nur die einzelnen Bedingungsgleichungen vor Bildung der Normalgleichungen mit den Quadratwurzeln aus ihren Gewichten p zu multiplizieren.

Als Beispiel für den allgemeineren Fall der Ausgleichung vermittelnder Beobachtungen seien die folgenden einfachen Bedingungsgleichungen gewählt[1]), in denen z. B. auf Grund von vier Beobachtungen gleicher Sternhöhen x hier die Verbesserung $d\varphi$ der genähert angenommenen Breite φ, y die Verbesserung $d\Delta u$ des Näherungswertes der Uhrkorrektion und $z = d\Delta Z$ diejenige des genähert bekannten Zenitpunktfehlers ΔZ (siehe Teil III) sämtlich in Bogenminuten ausgedrückt, bedeuten sollen:

Bedingungsgleichungen	I	II	III
$x - y + 2z - 3 = 0$	$\times\ 1$	$\times -1$	$\times\ 2$
$3x + 2y - 5z - 5 = 0$	$\times\ 3$	$\times\ 2$	$\times -5$
$4x + y + 4z - 21 = 0$	$\times\ 4$	$\times\ 1$	$\times\ 4$
$-x + 3y + 3z - 14 = 0$	$\times -1$	$\times\ 3$	$\times\ 3$

Um aus diesen Bedingungsgleichungen die Normalgleichungen und zugleich die wahrscheinlichsten Werte von x, y, z, welche letztere befriedigen, herzuleiten, werden obige Gleichungen der Reihe nach mit den Faktoren von x (in Gleichung 32: a^{I}, a^{II}, a^{III}, a^{IV}), von y (b^{I}, b^{II}, b^{III}, b^{IV}) und von z (c^{I}, c^{II}, c^{III}, c^{IV}) multipliziert. Bildet man alsdann die Formen der Produkte $a^{I}a^{I} + a^{II}a^{II} + a^{III}a^{III} + a^{IV}a^{IV} = [aa] = 27$, $a^{I}b^{I} + a^{II}b^{II} + a^{III}b^{III} + a^{IV}b^{IV} = [ab] = 6$, $a^{I}c^{I} + a^{II}c^{II} + a^{III}c^{III} + a^{IV}c^{IV} = [ac] = 0$, $a^{I}l^{I} + a^{II}l^{II} + a^{III}l^{III} + a^{IV}l^{IV} = [al] = -88$, $b^{I}b^{I} + b^{II}b^{II} + b^{III}b^{III} + b^{IV}b^{IV} = [bb] = 15$, $[bc] = 1$, $[bl] = -70$, $[bc] = 1$, $[cc] = 54$ und $[cl] = -107$, so erhält man folgende Normalgleichungen nach 34):

$$\begin{aligned} 27x + 6y \quad\quad & - 88 = 0 \\ 6x + 15y + z & - 70 = 0 \\ y + 54z & - 107 = 0. \end{aligned}$$

Die Auflösung derselben durch sukzessive Elimination (siehe S. 93) ergibt $x = 2{,}47$, $y = 3{,}55$, $z = 1{,}92$. Um nun die mittleren Fehler von x, y, z zu erhalten, setzt man die gefundenen wahr-

[1]) Die Zahlen selbst sind einem Anhange der Theoria motus von Gauss entnommen.

scheinlichsten Werte der Unbekannten in die Bedingungsgleichungen und findet folgende übrig bleibende Abweichungen v:

	v	v^2	
1	$-0{,}25$	0,062	
2	$-0{,}07$	0,005	$n = 4$
3	$+0{,}09$	0.008	$\nu = 3$
4	$-0{,}07$	0,005	
		Σv^2 0,080	

Es wird daher nach Formel 36) der mittlere Fehler von der Gewichtseinheit $\mu = \sqrt{\frac{\Sigma v^2}{n-\nu}} = \sqrt{0{,}08} = \pm 0{,}28$, und für die mittleren Fehler der einzelnen Unbekannten folgen nach 36a) die Werte $\mu_x = \pm \frac{0{,}28}{\sqrt{p_x}}$, $\mu_y = \pm \frac{0{,}28}{\sqrt{p_y}}$, $\mu_z = \pm \frac{0{,}28}{\sqrt{p_z}}$. Nun sind noch die Gewichte p_x, p_y und p_z zu finden. Hierzu verhilft die oben erwähnte Regel, daß der Koeffizient der bei der sukzessiven Elimination in den Normalgleichungen jedesmal zuletzt übrig bleibenden Unbekannten gleich dem Gewichte derselben ist. Die letzte der obigen Normalgleichungen ergibt nun

$$z = -\frac{1}{54} y + \frac{107}{54};$$

setzt man diesen Wert von z in die zweite Normalgleichung ein, so folgt $6x + \frac{809}{54} y - \frac{3673}{54} = 0$ und $y = -\frac{324}{809} x + \frac{3673}{809}$. Wird dieser Wert von y in die erste Normalgleichung eingeführt, so resultiert schließlich $\frac{19899}{809} x = \frac{49154}{809}$, wobei der Koeffizient von x, d. h. 24,60, das Gewicht p_x darstellt und die Unbekannte selbst den oben (siehe S. 94) bezeichneten Wert $x = 2{,}47$ annimmt. Durch Vertauschung der Eliminationen findet sich das Gewicht von y zu $\frac{737}{54} = 13{,}65$ und von z zu $\frac{6633}{123} = 53{,}93$. Die mittleren Fehler der einzelnen Unbekannten haben danach folgende Werte:

$$\mu_x = \pm\, 0{,}06, \quad \mu_y = \pm\, 0{,}08, \quad \mu_z = \pm\, 0{,}04.$$

* * *

Diese Betrachtungen dürften genügen, um die wichtigsten Grundbegriffe und Formeln der Ausgleichungsrechnung klar zu stellen, sowie ihre Anwendung zu erläutern. Es sei nur noch erwähnt, daß der zum Schluß erörterte Fall der Behandlung von indirekten oder vermittelnden Beobachtungen bei den im Rahmen dieses Handbuches vorkommenden Aufgaben der geographischen Ortsbestimmung ziemlich selten sein wird. Im allgemeinen hat man es hier fast nur mit den einfacheren Fällen direkter Beobachtungen von gleicher oder ungleicher Genauigkeit zu tun, deren kritische Behandlung nach den Prinzipien der Ausgleichungsrechnung allerdings von großer Wichtigkeit ist.

Dritter Teil.

Instrumentelle Hilfsmittel zur geographischen Ortsbestimmung.

Bei den Aufgaben der geographischen Ortsbestimmung hat man es, wie früher (s. S. 11) erwähnt und im vierten Teil ausführlich zu zeigen ist, im allgemeinen mit der Auflösung des fundamentalen astronomischen Dreiecks Pol-Zenit-Gestirn (siehe Fig. 5), sowie mit der dazu gehörigen Transformation (s. S. 11 bis 14) der entsprechenden horizontalen und äquatorialen Koordinaten (z, A, t, α, δ) zu tun. Hierbei werden die von der Lage (φ, λ) des Beobachtungsortes unabhängigen, auf Grund rein astronomischer Messungen und Theorien gefundenen Rektaszensionen und Deklinationen (α, δ) der Gestirne aus den Ephemeriden und Sternverzeichnissen (s. Teil II) entnommen. Die von der Zeit und Lage des jeweiligen Beobachtungspunktes abhängigen Zenitdistanzen, Azimute und Stundenwinkel (z, A, t) der Gestirne dagegen werden unmittelbar oder mittelbar durch astronomische Instrumente bestimmt, welche die Richtungslinien vom Beobachtungsorte nach den Himmelsobjekten innerhalb der jenem terrestrischen Standpunkte zugehörigen Koordinatenebenen festlegen. Derartige Koordinatenbestimmungen sind im Grunde genommen weiter nichts als Winkelmessungen, welche entweder direkt an geteilten Kreisen, an mikrometrischen Meßapparaten im Fernrohr und an feineren Libellen vorgenommen werden, oder aber indirekt durch Zeitschätzungen nach der Uhr sich ausführen lassen. Im ersteren Falle hat man es mit der Messung von Richtungswinkeln, im zweiten mit der Ermittelung von Drehungswinkeln zu tun. Man unterscheidet deshalb auch in der astronomischen Instru-

mentenkunde zwischen winkelmessenden Instrumenten und zeitmessenden Apparaten oder Uhren.

Für die vorliegenden geographisch-astronomischen Zwecke interessieren uns lediglich die transportabeln, also kleineren Instrumente dieser beiden Gattungen, welche als Theodolite oder besser Universalinstrumente, Sextanten oder allgemeiner Spiegelinstrumente nebst den zugehörigen Hilfsapparaten, wie Fernrohr, Meßkreis, Libelle, künstlicher Horizont, und als Chronometer in der astronomischen Meßkunst vorkommen.

Im vorliegenden Handbuche, welches in erster Linie für Geographen und Forschungsreisende bestimmt ist, sollen besonders eingehend die Universalinstrumente mit ihren wesentlichen Einrichtungen und in ihren wichtigsten neueren Formen visueller Art, ferner die Chronometer in Gestalt von Box- und Taschenuhren beschrieben werden. Dagegen sollen an dieser Stelle die Spiegelinstrumente, welche hauptsächlich nautischen Zwecken dienen, fast ganz beiseite gelassen und nur in einer speziellen Abart, dem sog. Libellenquadranten, herangezogen werden, welcher neuerdings auch für genäherte Ortsbestimmungen auf Landreisen, sowie für geographische Orientierungen im Luftballon eine besondere Bedeutung beansprucht.

Diese in Handbüchern der geographischen Ortsbestimmung bisher im allgemeinen nicht gebräuchliche Beschränkung der instrumentellen Hilfsmittel winkelmessender Art verdient noch eine kurze Begründung. Neue und vielseitige Erfahrungen haben ergeben, daß ein zweckmäßig konstruiertes Universal das eigentliche „Faktotum" des Forschers auf Landreisen bildet. Vermessungen, Triangulierungen, astronomisch-geographische Orientierungen, Orts- und Zeitbestimmungen, kurzum alles, was der Feldmesser, Geograph und Forschungsreisende gebraucht, liefert ein modernes und richtig verwendetes Universal, welches in Verbindung mit einer Bussole auch die magnetische Deklination zu bestimmen gestattet.

Die eigentlichen Spiegelinstrumente dagegen, wie Sextanten, Oktanten, Prismenkreise usw., bilden das astronomische Rüstzeug des Seefahrers, der an Bord schwankender Fahrzeuge im allgemeinen kein anderes Instrument verwenden kann. Theorie und Praxis solcher Reflexionsinstrumente sollen deshalb vorzugsweise

in nautischen Handbüchern erörtert werden, auf welche an dieser Stelle hierfür verwiesen sei[1]).

Chronometer.

Das unentbehrlichste Instrument für die Ausführung geographischer Ortsbestimmungen bildet die Uhr. Ohne Uhr lassen sich zwar mit dem Universalinstrument genäherte Breiten ermitteln, wobei alsdann, wie im vierten Teil gezeigt wird, zu den Zenitdistanzmessungen an Stelle der Uhrangaben Azimuteinstellungen der Sterne am Horizontalkreise treten; für genauere Breitenbeobachtungen und für alle übrigen geographischen Orientierungen ist jedoch eine Uhr unbedingt erforderlich. Dagegen kann man mit einer zuverlässigen Uhr, aber ohne winkelmessende astronomische Instrumente ziemlich vollständige, wenn auch nur genäherte geographische Ortsbestimmungen anstellen, welche Breite, Uhrkorrektion, Länge und Azimut umfassen; dies wird in einem besonderen Abschnitt im vierten Teil gezeigt werden, wobei ein künstliches, überall schnell herzurichtendes Gestell von Vertikalfäden Verwendung findet.

Die Uhr ist daher das wichtigste Instrument des Forschungsreisenden; bei dem ziemlich komplizierten und empfindlichen Mechanismus derselben bedarf sie besonderer Schonung auf der Reise, und, um der Gefahr des Versagens der Uhr vorzubeugen, müssen stets mehrere Zeitmesser auf Forschungsreisen mitgenommen werden. Vor allen Dingen ist aber eine genaue Kenntnis des Mechanismus und der Behandlung einer Uhr notwendig, zu deren Besprechung nunmehr übergegangen werden soll[2]).

[1]) Besonders möge auf das Handbuch der Schiffahrtskunde von Bolte (Hamburg 1899) nochmals (s. S. 57) hingewiesen werden, wo auf S. 250 bis 259 die Spiegelinstrumente zur Erörterung gelangen. Auch in dem vom Reichsmarineamt herausgegebenen Lehrbuche der Navigation (Berlin 1901, Bd. II, S. 59 bis 86) finden sich ausführliche Angaben über die winkelmessenden Instrumente des Seefahrers, wie Sextanten, Oktanten, Prismenkreis, Horizontmarken, sowie über künstliche Horizonte.

[2]) Für nähere Einzelheiten und zu einem noch eingehenderen Studium sei auf die wichtige Abhandlung von C. Stechert, Das Chronometer (Handwörterbuch der Astronomie von Valentiner, Bd. I, S. 625 bis 654) verwiesen, welche auch bei den folgenden Darstellungen benutzt worden ist. Auch in dem vom Reichsmarineamt herausgegebenen Lehrbuche der Navigation (Berlin 1901, Bd. II, S. 238 bis 306) findet sich eine ausführliche Behandlung aller auf das Chronometer bezüglichen Fragen.

Bei den Chronometern, die ausschließlich hier betrachtet werden und deren Gang, im Gegensatz zu den einer festen Aufstellung bedürfenden Pendeluhren, durch vorsichtige Ortsveränderung nur wenig beeinflußt wird, bildet eine spiralförmig aufgewundene Stahlfeder den Motor, während die Regulierung der



a. Fig. 16. b.





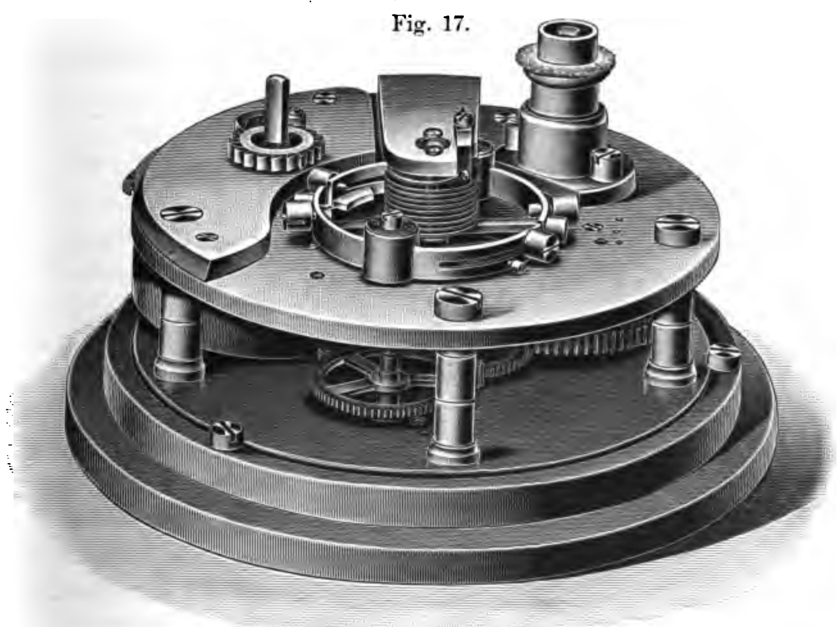
Boxchronometer im Kasten mit Cardanischer Aufhängung.
a) in der normalen Lage, b) in umgekehrter, zum Aufziehen geeigneter Lage, mit abgeschraubtem Schutzbehälter zum Erkennen des Mechanismus.

Zeitangaben durch die Schwingung einer Unruhe oder Balance geschieht, d. h. eines mit einer elastischen Stahlfeder verbundenen Reifens.

Die Herstellung tragbarer Präzisionsuhren, deren Bedeutung für Ortsbestimmungen spanische Astronomen schon zu Beginn des 16. Jahrhunderts erkannten, wurde zunächst durch nautische Bedürfnisse veranlaßt, als es darauf ankam, die Länge des Schiffsortes auf See zu ermitteln. Erst 1730 gelang es dem englischen

Mechaniker Harrison[1]), einigermaßen zuverlässige, wenn auch noch unvollkommen kompensierte Chronometer zu konstruieren, welche die Länge zur See bis auf ungefähr 20′ oder in mittleren Breiten bis auf etwa 26 km zu bestimmen erlaubten. Aus der Tatsache, daß die modernen Chronometer die Länge des Schiffsortes mittels Sextantenbeobachtungen bis auf mindestens 3′ oder linear in mittleren Breiten ungefähr auf 4 km (s. S. 31) genau zu ermitteln gestatten, erkennt man die gewaltigen Fortschritte, welche die

Fig. 17.



Der Regulator eines Chronometers, das Zifferblatt nach unten gestellt.

Uhrentechnik seit 175 Jahren gemacht hat. Kurz nach Harrison verfertigte Le Roy ein für Temperaturänderungen kompensiertes Chronometer, wobei ihm die wichtige Entdeckung gelang, daß Spiralfedern von gewisser, experimentell zu ermittelnder Länge, unabhängig von der Schwingungsweite, Schwingungen von gleicher Zeitdauer ausführen, also isochron schwingen. Bereits 1772 konstruierte Arnold, welcher die für den Isochronismus vorteil-

[1]) Die erste Taschenuhr, das sog. Nürnberger Ei, ist schon 1510 von Peter Hele (auch Henlein genannt) verfertigt worden. Die erste Pendeluhr dagegen wurde 1656 von Huyghens konstruiert und 1715 durch die von Graham erfundene ruhende Hemmung wesentlich verbessert.

hafte zylindrische Spiralfeder einführte, Marineuhren, die nach Beobachtungen des Erdumseglers Cook schon auf etwa 10′ genau die Länge ergaben.

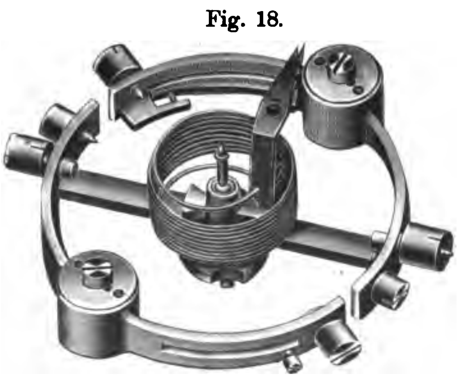
Im 19. Jahrhundert nahm dann die Chronometerfabrikation, unterstützt von den Marinen aller Staaten, einen immer regeren Aufschwung. Earnshaw erfand die für genaue Chronometer unerläßliche sogenannte freie Hemmung und Eiffe, sowie andere, vervollkommneten die Einrichtungen der Temperaturkompensation für transportabele Uhren. So entstand allmählich das moderne Präzisionschronometer, mit dessen Konstruktion und Gebrauch wir uns nunmehr etwas näher beschäftigen wollen.

Der Mechanismus eines Chronometers wird durch vier Systeme gebildet: 1. die Triebkraft, 2. das Räderwerk, 3. die Hemmung und 4. den Regulator.

Wir beginnen mit dem letzteren, dem eigentlichen Zeiteinteiler, welcher aus einem drehbaren Metallreifen, der Unruhe oder Balance, und aus einer zylindrischen, stahlharten Spiralfeder besteht. In Fig. 17, welche den von vorn gesehenen Regulator im Chronometermechanismus darstellt, erkennt man im Vordergrunde den Reifen der Unruhe und die damit verbundene Spiralfeder.

Die beiden Zapfenspitzen der senkrechten Unruhachse laufen in Pfannen aus Edelsteinen, welche fest mit horizontalen Metallarmen verbunden sind. Die Unruhe kann daher nur eine zur Richtung der letzteren parallele drehende Bewegung ausführen. Die Unruhe selbst hat, von oben gesehen, die folgende, in Figur 18 dargestellte Form.

Fig. 18.



Kompensierte Unruhe nebst zylindrischer Spiralfeder eines Chronometers.

Der Reifen der Unruhe besteht aus zwei zusammengeschweißten Metallstreifen von verschiedenen Ausdehnungskoeffizienten, innen Stahl und außen das stärker sich ausdehnende Messing. An zwei gegenüberliegenden Stellen ist der durch eine Speiche verbundene

Reifen durchschnitten; auf den so entstandenen Halbkreisen sind in Form kompensierender Massen und Regulierschrauben mehrere Gewichte angebracht, welche die schwingende Unruhe mit Bezug auf ihre durch den Mittelpunkt gehende senkrechte Achse äquilibrieren.

Wie verhält sich nun eine solche Unruhe gegen thermische Einflüsse? Bei steigender Temperatur biegen sich die freien Schenkel nach innen, weil das außen befindliche Messing stärker dilatiert; die kompensierenden Massen nähern sich daher der Achse, und die bei fehlender Kompensation durch Temperaturerhöhung sonst infolge abnehmender Elastizität der Spirale vergrößerte Schwingungsdauer, sowie die sonst wachsenden Trägheitsmomente des ganzen Systems werden verringert[1]). Bei fallender Tem-

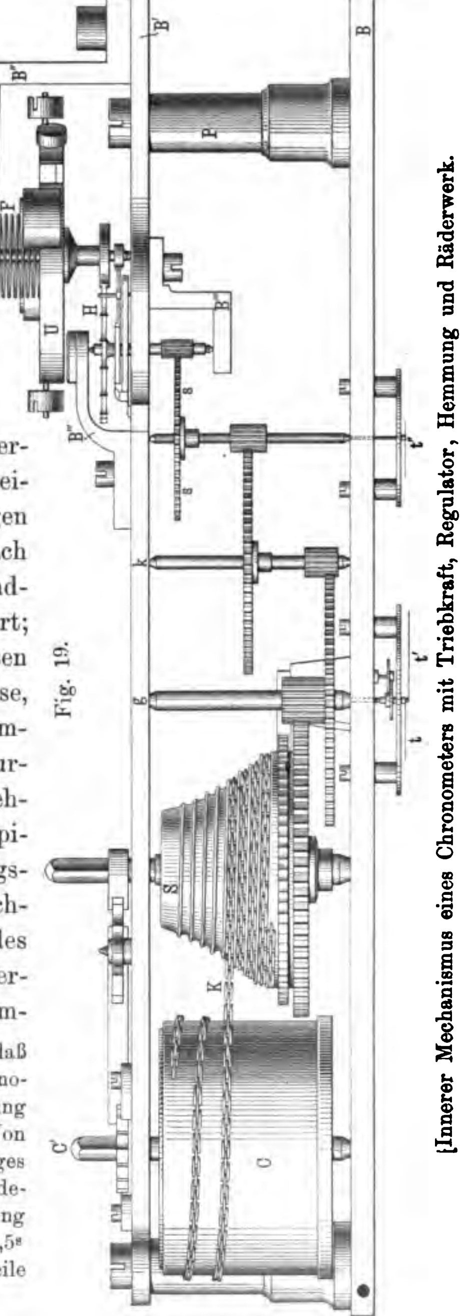


Fig. 19.

[Innerer Mechanismus eines Chronometers mit Triebkraft, Regulator, Hemmung und Räderwerk.

[1]) Aus Versuchen folgt z. B., daß ein nicht kompensiertes Chronometer für 1° C Temperaturerhöhung täglich um etwa 11ˢ nachgeht. Von dieser Verlangsamung des Ganges werden 9ˢ durch Elastizitätsänderungen, 1,5ˢ durch Vergrößerung der Trägheitsmomente und 0,5ˢ durch Ausdehnung der Metallteile bedingt.

peratur findet die entgegengesetzte Wirkung statt; außerdem läßt sich durch Verschieben der kompensierenden Massen auf den Schenkeln der Unruhe der soeben besprochene Effekt steigern oder vermindern. Das wäre, in großen Umrissen geschildert, das Wesen der Temperaturkompensation. Ferner läßt sich der Gang der Uhr noch durch Drehung der Regulierschrauben ändern, welche an den mit den Schenkeln der Unruhe zusammentreffenden Speichenenden angebracht sind.

Infolge von Zapfenreibung und Luftwiderstand würden aber die oszillierenden Bewegungen des in Fig. 17 abgebildeten Regulators sehr bald bis zum schließlichen Stillstande sich vermindern, wenn die Schwingungen desselben nicht durch einen regelmäßigen Antrieb unterhalten würden. Diese Triebkraft, den eigentlichen Motor des gesamten Chronometersystems, bildet, wie Fig. 19 zeigt, eine breite, starke und harte Zugfeder aus Stahl, deren eines Ende an der Innenwand der Trommel C und deren anderes Ende an der Trommelachse C' befestigt ist.

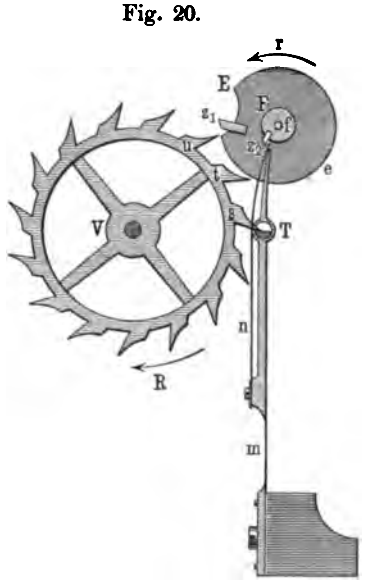
Die durch Federspannung hervorgerufene Drehung der Trommel C wird mittels einer Kette K auf die mit dem Räderwerk des Chronometers verbundene Schnecke S übertragen. Letztere hat eine sinnreiche Konstruktion; sie ist konisch, um die nicht immer gleich stark wirkende Zugfeder in einen fast konstanten Motor zu verwandeln; sobald nämlich die Wirkung der abrollenden Zugfeder sich vor dem erneuten Aufziehen derselben vermindert, wächst entsprechend der Hebelarm, welcher die Schnecke mittels einer abrollenden Kette zieht.

Um nun den vom Motor ausgehenden und unmittelbar auf das Räderwerk übergehenden Antrieb auch auf die den ganzen Rädermechanismus regulierende Unruhe zu übertragen, dient die Hemmung oder das Echappement, dessen Einrichtung aus Fig. 20 hervorgeht.

Mit der Achse der Unruhe f sind zwei kreisförmige Scheiben E und F fest verbunden, die je einen aus Edelstein gefertigten Auslösungszahn z_1 und z_2 tragen. Bei Drehung der Unruhachse in der Pfeilrichtung r drückt der mit F und den Federn n, m über der Zeichnungsebene liegende Zahn z_2 die Federn nach rechts zur Seite. Die Feder n trägt hinter der Zeichnungsebene bei T einen Ruhestein, auf welchen der Zahn s des Hemmungs-

rades V sich anlegt. Durch den Motor sucht sich V in Richtung des Pfeiles R zu drehen, wird aber durch Anlehnung des Zahnes s an T daran gehindert; erst wenn durch die Regulatorschwingung in Richtung von r die Hemmungsfeder m nach rechts gedrückt ist, wird der Zahn s frei, und das Hemmungsrad V dreht sich für einen Augenblick. Alsdann trifft aber der zweitfolgende Zahn u des Hemmungsrades auf z_1 und erteilt dem Regulator einen kleinen Antrieb, welcher der Unruhe den Verlust an lebendiger Kraft ersetzt. Auf diese Weise schreitet das Hemmungsrad V allmählich in seiner Drehungsrichtung fort.

Fig. 20.



Die Hemmung eines Chronometers.

Die Bewegung der Unruhe besteht nun infolge von Zusammenziehung und Ausdehnung der Spiralfeder in einer Doppelschwingung; jedoch tritt, sobald die Unruhe ihre Drehungsrichtung umkehrt, jene Wechselwirkung zwischen Regulator und Hemmung nicht ein. Dann drückt nämlich der Zahn z_2 die leicht biegsame Feder n nach links beiseite, und das Hemmungsrad kann sich nicht fortbewegen. Nach jeder Doppelschwingung des Regulators wiederholt sich dasselbe Spiel, und das Hemmungsrad schreitet jedesmal um je eine Zahndistanz in seiner Drehungsrichtung fort.

In einen auf der Achse des Hemmungsrades befindlichen Trieb (s. Fig. 19, H) greift nun das Sekundenrad s ein, dessen durch das Zifferblatt gehender Zapfen den Sekundenzeiger t'' trägt. Bei einem gut regulierten Chronometer führt die Unruhe während einer Sekunde je zwei Doppelschwingungen aus. Das Hemmungsrad schreitet aber, wie wir sahen, bei jeder Doppelschwingung um eine Zahndistanz vorwärts. Daher wird der Sekundenzeiger in einer Sekunde zweimal springen, d. h. auf dem Zifferblatt halbe Sekunden angeben. Das sind die gewöhnlichen Chronometer mit 120 Schlägen in der Minute; es kommen aber

auch Uhren mit solchen Konstruktionen des Räderwerkes vor, daß 60 (1^s), 150 ($0{,}4^s$) und 300 ($0{,}2^s$) Schläge in einer Minute hörbar werden. Bei den alsbald zu erörternden Vorschriften der Uhrvergleichung (s. S. 117) wird auf diese Verhältnisse noch zurückgekommen werden. Hier sei nur bemerkt, daß gewöhnlich Boxchronometer ganze oder halbe, Taschenchronometer $^4/_{10}$ und Taschenuhren $^2/_{10}$ Zeitsekunden schlagen.

Mit dem Sekundenrad des Chronometers sind durch geeignete Triebe (siehe Fig. 19) noch mehrere Zahnräder (*k*, *g*) verbunden, welche schließlich bei entsprechenden Übertragungen den Minuten- und den Stundenzeiger bewegen. Soviel über die innere Konstruktion des eigentlichen Chronometerapparates, dessen schematische Beschreibung das spätere Verständnis für den Gebrauch und die Behandlung solcher Präzisionsapparate wesentlich erleichtern wird.

Bei einem so komplizierten Mechanismus, wie das Chronometer es ist, können zahlreiche Ursachen zusammenwirken, um Veränderungen in der durch die kunstfertige Hand des Uhrenregleurs abgestimmten Schwingungsdauer der Unruhe, also auch Variationen im Gange des Chronometers herbeizuführen. Man muß deshalb in der Lage sein, selbst für ein möglichst fehlerfrei hergestelltes und gut kompensiertes Chronometer sämtliche Gangstörungen bestimmen und in Rechnung stellen zu können. Allerdings werden die eigentlichen Prüfungen von Uhren, die für geographische Ortsbestimmungen zur Mitnahme auf Reisen bestimmt sind, zweckmäßig auf besonderen Instituten ausgeführt. Auf Grund derartiger Untersuchungen, für welche das Chronometer-Prüfungsinstitut der Deutschen Seewarte in Hamburg das geeignetste ist, erhalten die geprüften Uhren besondere und zuverlässige Gangtabellen, sowie Tafeln zur Berücksichtigung der Temperatureinflüsse usw. Trotzdem muß Jeder, der mit dem wichtigsten Reiseinstrument, einer Präzisionsuhr, umgeht, das Wesen der Gangstörungen von Chronometern kennen, einmal um die Prüfungstabellen richtig anzuwenden, und dann, um nötigenfalls auch selbst mit solchen Untersuchungen Bescheid zu wissen.

Zunächst sei eine kurze Erklärung der allgemein verwendeten Ausdrücke von „Stand" und „Gang" einer Uhr gegeben. Als Stand oder Korrektion einer Uhr (in der praktischen Astronomie

Δ U genannt) bezeichnet man die Abweichung der von derselben angegebenen Zeit gegen genaue mittlere Zeit oder Sternzeit des Beobachtungsortes oder eines besonders gewählten Meridians, wie z. B. Weltzeit, bezogen auf Greenwich oder mitteleuropäische Zeit, 1^h östlich von Greenwich (s. S. 28). Der Stand erhält dasjenige Vorzeichen, mit welchem sein absoluter Betrag an die Uhrangabe anzubringen ist, um genaue Zeit zu erhalten. Ist z. B. die Uhr gegen die Zeit des gewählten Meridians voraus, so erhält der Stand oder die Korrektion derselben das negative Vorzeichen und umgekehrt. Als täglichen Gang (Δ^2 U) einer Uhr bezeichnet man die Anzahl Sekunden, um welche dieselbe in 24 Stunden mittlerer Zeit gegen genaue mittlere oder Sternzeit vorauseilt oder nachbleibt. Man gibt diesem täglichen Gange, der die Änderung des Uhrstandes in einem Tage bedeutet, das negative Vorzeichen, wenn die Uhr vorauseilt, und umgekehrt.

Nunmehr sollen die Gangstörungen eines Chronometers wenigstens insoweit erörtert werden, als dieselben für eine sachgemäße und kritische Anwendung jenes zeitmessenden Instrumentes von Bedeutung sind. Zunächst gilt auch hierbei, wie auf allen Gebieten praktischer Meßkunst, die Erfahrung, daß der Beobachter mit einem einfacheren, aber hinsichtlich seiner Fehler genau untersuchten Apparate weitaus zuverlässigere Resultate erhält, als mit einem komplizierteren Instrument, dessen Fehler etwa durch subtile Korrektionsvorrichtungen möglichst beseitigt sein sollen.

Die sämtlichen, den Gang eines Chronometers störenden Einflüsse lassen sich in drei Hauptgruppen teilen: 1. meteorologische, 2. magnetisch-elektrische und 3. mechanische Störungen.

Meteorologischen Charakters sind die Einflüsse der Temperatur, der Feuchtigkeit und des Luftdruckes, von denen die ersteren als thermische Einwirkungen weitaus die wichtigsten sind.

Den Gang eines mit einfacher Temperaturkompensation versehenen Chronometers kann man als stetige Funktion der Temperatur betrachten und für denselben die folgende Reihenentwicklung aufstellen:

$$37) \qquad g = g_0 + a\,(t - t_0) + b\,(t - t_0)^2 + \cdots$$

Hierin bezeichnet g_0 den Gangwert bei bestimmter, mittlerer Temperatur t_0 (etwa bei $+15^0$ C), g denjenigen bei beliebiger

Temperatur t; ferner sind a und b Konstanten, welche von den Dimensionen des Instrumentes und von den Ausdehnungs- sowie Elastizitätskoeffizienten der verwendeten Metalle abhängen. Obige Reihenentwickelung bis zum quadratischen Temperaturgliede genügt erfahrungsgemäß, wenn noch ein drittes Glied erster Potenz hinzugefügt wird, welches die sog. Acceleration des Chronometerganges ausdrückt. Durch Elastizitätsänderungen der Spirale und durch Veränderungen der Zapfenreibung zeigen nämlich sämtliche Chronometergänge Variationen, welche nahezu der Zeit proportional verlaufen. Bezeichnet man diesen Accelerationskoeffizienten mit c und die für den Gangwert g_0 geltende Epoche mit E_0, die für g gültige mit E, so lautet die vollständige Gangformel für Temperatur und Acceleration:

$$g = g_0 + a\,(t - t_0) + b\,(t - t_0)^2 + c\,(E - E_0). \tag{37a}$$

Zur Ermittelung der Temperaturkoeffizienten a und b wird das Chronometer z. B. auf dem Prüfungsinstitut der Deutschen Seewarte in einem besonderen thermischen Gehäuse der Reihe nach je 10 Tage folgenden Temperaturen ausgesetzt: $+30^\circ$, 25, 20, 15, 10, 5°; 5°, 10, 15, 20, 25, $+30^\circ$.

Bildet man alsdann Mittelwerte der Uhrgänge für die symmetrisch zur Mitte der Untersuchungszeit gelegenen sog. Dekaden (10 Tage) gleicher Temperatur, so verschwindet in obiger Gangformel 37a) das letzte der Zeit proportionale Accelerationsglied, und zur Ermittelung der Koeffizienten a, b erhält man der obigen Temperaturanordnung entsprechend sechs Bedingungsgleichungen, welche nach der Ausgleichungsrechnung (s. Teil II) aufzulösen sind. Da außerdem der Koeffizient c ziemlich veränderlich ist, während a und b für längere Zeit konstant bleiben, kann man bei der praktischen Verwendung der Gangformel des Chronometers z. B. zwischen zwei Zeitbestimmungen die abgekürzte Form derselben $g = g_0 + a\,(t - 15^\circ) + b\,(t - 15^\circ)^2$ benutzen. Von Zeit zu Zeit muß allerdings eine Neubestimmung der Koeffizienten a, b vorgenommen werden, die sogar vom Beobachter selbst gelegentlich auf Grund seiner Zeitbestimmungen erfolgen kann.

Die zweite meteorologische Ursache, welche störend auf den Chronometergang einwirkt, ist die Luftfeuchtigkeit. Das Wesen dieser schon vor etwa 60 Jahren vermuteten, aber erst 1887 durch

Peters erwiesenen Störung wurde im letzten Jahrzehnt auf der Deutschen Seewarte in qualitativer und quantitativer Hinsicht genau ermittelt. Zu diesem Zweck wurden die Chronometer nacheinander Luftfeuchtigkeiten von 26 bis 93 Proz. ausgesetzt und festgestellt, daß bei zunehmender Feuchtigkeit eine Verzögerung des Ganges eintritt. Aber dieser hygroskopische Einfluß ist im Gegensatz zum thermischen kein regelmäßiger und nicht in ein mathematisches Gesetz zu bringen; vielmehr bedingen mikroskopisch feine Niederschläge auf Unruhe und Spirale offenbar unregelmäßige und sich steigernde Vergrößerungen in den Trägheitsmomenten jener schwingenden Teile. So vermag schon, wie experimentell nachgewiesen wurde, ein ganz minimaler Rostfleck an der Spirale den täglichen Gang eines Chronometers um volle 5 Sekunden zu verzögern. Da jede rechnerische Bestimmung des Feuchtigkeitseinflusses auf den Uhrgang ausgeschlossen ist, muß das Chronometerwerk vor dem Zutritt hoher Feuchtigkeitsgrade möglichst geschützt werden. Hermetisch schließende Glasglocken mit luftdichten Buchsen zum Aufziehen der Chronometer haben sich am Lande zwar bewährt, auf See dagegen reichen dieselben nicht immer aus, um die daselbst stets hohe Feuchtigkeit vom Uhrwerk fernzuhalten. Die Kenntnis dieses Übelstandes ist auch für Forschungsreisende von Bedeutung, deren Uhren oft lange Seetransporte erfahren. Nach dem Vorschlage von Neumayer werden die Chronometer an Bord der Schiffe zweckmäßig in einem besonderen, dicht schließenden Schranke aufbewahrt, dessen Luftfeuchtigkeit künstlich durch Verwendung von Chlorcalcium auf einer mittleren Höhe von etwa 50 Proz. gehalten wird[1]).

Ein drittes meteorologisches Element, welches a priori Einfluß auf den Chronometergang haben könnte, ist der Luftdruck. Im Anschluß an theoretische Untersuchungen von Villarceau nahm man an, daß barometrische Einwirkungen beim Chronometer im Gegensatz zur Pendeluhr verschwindend klein sind, wenn nur der Isochronismus (s. S. 101) der Unruhe, die treffend als

[1]) Diese Einrichtung stellt allerdings immer noch einen Notbehelf dar, den die fortschreitende Technik zu verbessern berufen ist. Ein hermetischer, feuchtigkeitssicherer Chronometerkasten an Bord müßte zugleich so konstruiert sein, daß er auch die schädlichen vertikalen Stöße des Schiffes nach Möglichkeit von der Uhr abhält, da letztere durch die Cardanische Aufhängung nur gegen rhythmische Schiffsbewegungen geschützt ist.

„Seele der Uhr“ bezeichnet wird, streng gewahrt bleibt. Man hat daher in der Praxis auch von der Einführung eines barischen Gliedes in die Gangformel des Chronometers bisher Abstand genommen, besonders seit Hilfiker experimentell nachgewiesen hatte, daß einer Druckzunahme von 1 mm durchschnittlich eine Gangänderung von nur 0ˢ,01 bei den Chronometern entspricht. Auf Grund neuerer und umfassender Untersuchungen von Ditisheim und Guillaume darf jedoch die Einwirkung des Luftdrucks auf den Chronometergang nicht immer außer Acht gelassen werden, besonders dann nicht, wenn es sich um Bergreisen oder Ballonfahrten handelt, wo starke Barometeränderungen einwirken. Nach Ditisheim entspricht einer Druckzunahme von 1 mm durchschnittlich eine Verlangsamung des täglichen Ganges von 0ˢ,016 gerade bei isochron schwingenden Chronometerbalancen. Schon in Höhen von wenigen tausend Metern, also z. B. bei Expeditionen nach Hochländern, vermag der stark verminderte Luftdruck den täglichen Gang eines Chronometers um mehrere Sekunden zu beschleunigen. Forschungsreisende, welche Präzisionsuhren auf hohe Berge oder im Luftballon mitnehmen, müssen daher auch auf ein barisches Glied im Chronometergange Rücksicht nehmen, dessen experimentelle Vorausbestimmung an den von Guillaume und Ditisheim (Paris, Internationales Maß- und Gewichtsbureau) konstruierten Apparaten keine Schwierigkeit bietet.

Soviel über die meteorologischen Einflüsse; von besonderem Interesse sind auch die elektro-magnetischen Störungen des Chronometerganges. Permanenten Magnetismus nehmen einzelne Teile des Chronometers an, wenn dasselbe längere Zeit in der Nähe starker Magnete, einer Dynamomaschine oder großer Eisenmassen gelassen wird. Durch solche Störungen leidet der Gang eines Chronometers außerordentlich, und hat einmal eine Uhr permanenten Magnetismus angenommen, so müssen sämtliche magnetische Teile durch neue ersetzt werden. Es ist dies jedenfalls das sicherste Verfahren, wenn es auch neuerdings durch zweckentsprechende Einrichtungen gelungen zu sein scheint, magnetisch gewordene Uhrteile zu entmagnetisieren. In dieser Hinsicht verdient auch die Verwendung der modernen Nickelstahllegierungen, die in bestimmter Zusammensetzung ganz unmagnetisch bleiben sollen, große Beachtung. Magnetische Störungen,

die streng zu meiden sind, lassen sich übrigens in ihren Wirkungen leicht dadurch erkennen, daß die Uhrgänge je nach der magnetischen Orientierung des Zifferblattes, also in verschiedenen Azimuten, stark voneinander abweichen.

Die Frage, ob auch die atmosphärische Elektrizität einen merklichen Einfluß auf Chronometergänge ausübt, bedarf noch der Aufklärung. Bei den engen Beziehungen zwischen Magnetismus und Elektrizität ist dies durchaus wahrscheinlich. Es liegt aber bisher nur eine vereinzelte ältere Beobachtung vor, welche auf einem französischen Kriegsschiffe bei Gelegenheit eines Tropengewitters angestellt worden ist. Forschungsreisenden nach den gewitterreichen äquatorialen Ländern und nach den für Polarlichter besonders günstigen arktischen wie antarktischen Regionen bleibt somit die Lösung einer ebenso interessanten wie wichtigen Aufgabe vorbehalten.

Eine dritte Gruppe von Erscheinungen, welche den Chronometergang störend beeinflussen, ist mechanischer Natur. Dieselben treten zunächst dann besonders stark auf, wenn ein Chronometer beim Transport gewissen Lagenänderungen und Erschütterungen ausgesetzt wird. Die Ermittelung der geographischen Längendifferenz zweier Orte z. B. geschieht häufig, wie später gezeigt wird (s. Teil IV), durch Zeitübertragung mittels Chronometer. Sogar bei vorsichtigem Transporte treten dabei unvermeidliche Erschütterungen des Uhrmechanismus ein, deren Wesen von der Deutschen Seewarte eingehend untersucht worden ist. An einem besonders zum Zweck der Nachahmung von Transporterschütterungen konstruierten Apparate ergaben sich die Gangstörungen bewegter Chronometer in erster Linie als Funktion des Gewichtes der Unruhe, dann auch der Elastizität und Länge der Spiralfeder. Uhren mit sehr leichten Balancen erlitten die stärksten Gangänderungen; alle Bewegungsarten erzeugten im allgemeinen eine ziemlich beträchtliche Beschleunigung des Uhrganges, die im Durchschnitt $0^s,25$ erreichte und beim Hinzukommen vertikaler Stöße (s. Anmerkung S. 109) sogar bis auf $1^s,5$ sich steigerte.

Außer diesen, wenn man so sagen darf, makrokosmischen Einflüssen mechanischer Art gibt es aber noch eine Anzahl mikrokosmischer Erschütterungen der Uhr, welche teils mit der mole-

kularen Beschaffenheit der Metallteile, besonders der Unruhe und Spirale, teils mit der Qualität des zur Reibungsverminderung notwendigen Öles zusammenhängen. Allein die schwingende Bewegung (an jedem Tage 2 × 86400 Drehungen) bringt mit der Zeit beim Regulator molekulare Strukturänderungen hervor, welche Isochronismus und Kompensation der Unruhe zu stören vermögen. Ferner bleibt die an der Balance sitzende Spiralfeder nach Regulierung ihrer Endkurve noch längere Zeit mit sog. elastischen Nachwirkungen behaftet, die ein Voreilen des Chronometers bewirken. Mit der Zeit gleichen sich solche Oberflächenspannungen besonders bei mäßig harten Spiralfedern aus, nachdem sie oft längere Zeit eine beträchtliche Acceleration des Uhrganges bedingt haben. Aus diesem Grunde eilen neue Uhren gewöhnlich etwas voraus.

Auch durch Verdickung des nur in ganz säurefreiem Zustande zu verwendenden Öles nimmt die Unruhe allmählich kleinere Schwingungen an; der Uhrgang eilt vorauf, da die vermehrte Zapfenreibung gewöhnlich häufigere, aber kleiner werdende Schwingungen der Unruhe mit sich bringt. Die aus diesem Grunde sehr schädliche Verdickung des Chronometeröles nimmt erfahrungsgemäß rapide zu bei niedrigen Feuchtigkeitsgraden der Luft unter 40 Proz. Auch aus diesem Grunde ist es wichtig, die Chronometer vor extremen Schwankungen der Luftfeuchtigkeit zu schützen. Ferner verlangt ein gutes Chronometer nach mehrjährigem Gebrauche eine Reinigung und frische Ölung des gesamten Mechanismus.

Faßt man alle diese, nunmehr zum Abschluß gebrachten Erörterungen über die recht zahlreichen Gangstörungen des Chronometers zusammen, so erkennt man, mit welcher Vorsicht dieses für die geographische Orientierung unentbehrlichste Instrument behandelt werden muß. Für den richtigen Gebrauch desselben dürften folgende Vorschriften maßgebend sein:

Das Chronometer muß täglich zu derselben Zeit vorsichtig aufgezogen werden, um den Motor in möglichst konstanter Spannung zu erhalten. Es muß so aufbewahrt werden, daß starke Temperaturänderungen, hohe oder niedrige Feuchtigkeitsgrade, magnetische Einwirkungen und möglichst alle Erschütterungen ausgeschlossen sind. Das Zifferblatt muß stets horizontal stehen, um

die Reibungen der Zapfen konstant zu halten; das Chronometergehäuse soll daher bei fester Aufstellung an Land oder an Bord frei in der doppelachsigen Cardanischen Aufhängung schweben.

Sobald ein im Gang befindliches Chronometer transportiert wird, muß das in einem gepolsterten Uhrkasten befindliche Gehäuse in der Cardanischen Aufhängung festgestellt werden; jede Drehung im horizontalen Sinne ist streng zu vermeiden, da letztere in schädlichster Weise die Unruheschwingungen beeinflussen, sie sogar vernichten kann. Ein vorsichtiger Forschungsreisender wird deshalb sein Chronometer stets selbst in die Hand nehmen und es auch bei Landtransporten möglichst vor Erschütterungen schützen.

Soll ein Chronometer nicht in der Hand, sondern mit der Post befördert werden, so läßt man es zunächst fast ganz ablaufen [1]) und stellt die Unruhe mittels zweier kleiner, in die Nähe der Balancespeichen unterzuschiebender Korkteilchen fest. Darauf setzt man die fast abgelaufene und festgestellte Uhr in den gepolsterten Überkasten, der auf das sorgfältigste noch verpackt wird. Nach Ankunft desselben am Bestimmungsorte löst man vorsichtig die Korkteile von der Unruhe, zieht das Werk auf und setzt es durch sanfte horizontale Drehung um einen viertel Umkreis wieder in Bewegung.

Bei Einstellung des Zifferblattes darf nur der Stunden- und Minutenzeiger durch Aufsetzen des Schlüssels gedreht werden, aber lediglich nach vorwärts; der Sekundenzeiger ist durchaus nicht zu berühren.

Nach etwa dreijährigem Gebrauche endlich sollte jedes Chronometer womöglich seinem Verfertiger zur Reinigung, frischen Ölung und Neuregulierung übergeben werden.

Eine im Vergleich zum Boxchronometer auf Reisen wesentlich handlichere, wenn auch weniger genaue Art von Federzuguhren stellen die Taschenchronometer dar. Es sind dies größere Taschenuhren mit Ankerhemmung und möglichst genau gearbeitetem Gangwerk, die meist $0^s,2$ (300 Schläge in der Minute), manchmal auch $0^s,4$ (150 Schläge in der Minute) schlagen. Gelegent-

[1]) Das Chronometer soll nicht ganz abgelaufen sein, weil sonst bei etwaigen Schwingungen der Unruhe leicht eine Verletzung der Zähne am Hemmungsrade eintreten kann.

lich findet sich außer dem, auf einem kleinen Zifferblatt abzulesenden eigentlichen Sekundenzeiger noch ein großer springender Sekundenzeiger, welcher, von einem besonderen Gangwerk getrieben, das große Zifferblatt in einer Minute durchläuft. Diese Einrichtung ist jedoch trotz bequemer Ablesung nur für medizinische Zwecke (z. B. zum Pulszählen), aber nicht für astronomische Beobachtungen zu empfehlen, weil mit der Steigerung der Arbeitsleistung auch der Mechanismus des Taschenchronometers empfindlicher wird und weniger genau arbeitet. Aus demselben Grunde sind z. B. selbstregistrierende Boxchronometer, wenn sich auch mit ihnen die Beobachtungen wesentlich bequemer gestalten, nur mit Vorsicht zu verwenden. Man hat nämlich zur Erleichterung und Verfeinerung solcher astronomischer Messungen, welche auf Durchgangsbeobachtungen von Sternen durch das Fadennetz beruhen, sogar auf Expeditionen, die elektrische Registriermethode angewendet, bei welcher auf einem Chronographen die Uhr Sekundenpunkte, der Beobachter Signale für die Fadeneintritte der Sterne gibt. Auf diese Weise wird der Gehörfehler eliminiert, und die Genauigkeit der nur noch durch Auge und Tastsinn beeinflußten Durchgangsbeobachtung ist erheblich gesteigert. Seit einiger Zeit gibt es auch besondere, mit elektrischen Registriervorrichtungen versehene Boxchronometer, unter denen die deutschen von Kittel, Bröcking, Knoblich, Denker, Straßer und die schweizerischen von Nardin nach Ausweisen der Seewartenprüfungen und nach sonstigen Erfahrungen bemerkenswerte Leistungen aufweisen. Immerhin darf eine derartige Beobachtungsuhr, welcher noch eine besondere elektro-mechanische Arbeitsleistung auferlegt wird, jedesmal nur für kurze Zeitdauer benutzt werden, und sie ist vor wie nach jeder Messungsreihe mit einem Normalchronometer zu vergleichen.

Bei Taschenchronometern hat man noch auf zwei Umstände achtzugeben, einmal auf die Lage der Uhr und zweitens auf das Zusammenfallen des Sekunden- und Minutenzeigers mit den einzelnen Teilstrichen der zugehörigen Zifferblätter. Taschenchronometer sollen eigentlich sowohl für die vertikale Lage (beim Tragen) als auch für die horizontale Lage (beim Aufbewahren im Kasten) vollständig kompensiert sein. Da jedoch der Gang von Taschenchronometern in horizontaler und vertikaler Lage stets

etwas verschieden sein wird, empfiehlt es sich, dieselben womöglich in ein und derselben Lage entweder liegend oder hängend, und zwar zum Schutze gegen Staub in einer wildledernen Umhüllung, zu benutzen. Beim Boxchronometer, dessen Zifferblatt immer horizontal stehen soll, verhilft schon die doppelachsige Cardanische Aufhängung dazu; dennoch muß man besonders nach jedem Aufziehen, wozu eine Drehung des Boxchronometers in die entgegengesetzte Lage notwendig wird (s. Fig. 16), auf ein genau horizontales Einspielen des Zifferblattes achtgeben.

Wenn der Sekunden- und Minutenzeiger eines Taschenchronometers regelmäßig mit den Teilstrichen des Zifferblattes zusammenfallen soll, müssen die Zeiger konzentrisch mit Bezug auf die zugehörigen Teilungen angebracht sein. Darauf ist beim ersten Prüfen der Uhr sorgfältig zu achten, da sonst, besonders am kleinen Sekundenzeiger, erhebliche Irrtümer bei den Beobachtungen vorkommen können.

Nunmehr sind nur noch einige Anweisungen nötig über das Ablesen und Vergleichen der Uhren. Beim Beobachten mit Boxchronometern, die fast durchgängig halbe, selten ganze Sekunden schlagen, empfiehlt es sich, kurz vor Eintritt der wahrzunehmenden Erscheinung jedesmal den Sekundenzeiger abzulesen, die vollen Sekundenschläge mitzuzählen und den meist zwischen zwei Sekundenschläge fallenden Moment der Messung nach dem Gehör in Bruchteilen der Sekunde zu schätzen. Bei Benutzung eines $0^s,4$ oder $0^s,2$ schlagenden Taschenchronometers verfährt man am besten so, daß man vom Moment der beobachteten Erscheinung an mit Null beginnend die Schläge zählt, bis man das Sekundenzifferblatt bei einer vollen Sekunde ablesen kann. Diese wird mit Beifügung der zugehörigen Minute und Stunde aufgeschrieben, davon die gleichfalls notierte Anzahl der Schläge, multipliziert mit $0^s,4$ oder $0^s,2$, abgezogen und eventuell noch der geschätzte Bruchteil eines Schlages in Rechnung gebracht, um welchen die Messung früher oder später als der zuerst gezählte Nullschlag erfolgte.

Wesentlich einfacher gestaltet sich dieses ganze, die Sinneswahrnehmungen von Auge und Ohr in Anspruch nehmende Beobachtungsverfahren, wenn die Einstellungen am Fernrohr einerseits und die zugehörigen Uhrablesungen andererseits von zwei verschiedenen Personen ausgeführt werden. Alsdann ruft der Beob-

achter am Fernrohr im Moment des Stattfindens der Erscheinung, nachdem er kurz vorher durch das Signal „Achtung“ den Beobachter am Chronometer zum aufmerksamen Verfolgen des Sekundenzifferblattes veranlaßt hat, einfach „Topp“, und der Chronometerbeobachter schreibt die zugehörige Zeit nieder.

Sehr wichtig ist das regelmäßige Vergleichen der Chronometer, da man sich niemals mit einer Beobachtungsuhr begnügen darf, sondern mehrere Uhren sowohl zur Reserve als auch zur Erhöhung der Genauigkeit in der Zeitkenntnis mit sich führen muß. Hierbei sind zwei Fälle denkbar; einmal können sämtliche Uhren nach mittlerer Zeit gehen, und zweitens kann eine derselben Sternzeit, die übrigen können mittlere Zeit zeigen, was sowohl für die Beobachtungen als auch zur Ausführung der Vergleichungen am vorteilhaftesten ist.

Betrachten wir zunächst den ersten Fall. Koinzidieren zufällig die Schläge zweier zu vergleichender Uhren, so hat die Vergleichung derselben, deren Ausführung sich aus den folgenden Betrachtungen nur in vereinfachter Form ohne Schätzung des Bruchteiles ergibt, nicht die geringste Schwierigkeit. Dies findet jedoch nur äußerst selten statt; vielmehr werden fast immer die Schläge beider Uhren etwas auseinanderfallen. Dann zählt man am Chronometer I, bei der Nullstellung des Sekundenzeigers beginnend, die Schläge im Gedächtnis fort, sieht auf Chronometer II und schaltet irgend einen passenden Schlag von I zwischen zwei Schläge von II mit richtiger Schätzung des Bruchteiles des letzteren ein. Die zur vollen Minute gehörigen Stunden- und Minutenangaben des Chronometers I sowie die Anzahl der nach I gezählten Schläge werden in oberer Reihe notiert, darunter werden die zugehörigen Angaben des Stunden-, Minuten- und Sekundenzeigers von II nebst dem Bruchteil des letzteren geschrieben. Verwandelt man dann die Anzahl der mitgezählten Schläge von I durch Multiplikation mit dem Schlagwert (bei Boxchronometern meist $0^s,5$, bei Taschenchronometern $0^s,4$ oder $0^s,2$) in Sekunden, so erhält man sofort die Uhrvergleichung. Es empfiehlt sich stets, eine Kontrollbeobachtung anzustellen, um in der Ermittelung des Standunterschiedes beider Uhren der Größe und dem Vorzeichen nach keinen Fehler zu begehen. Die einzige Schwierigkeit bildet die richtige Schätzung des Bruchteiles der Sekunde durch eine

sozusagen akustische Interpolation. Bei mäßiger Übung erreicht man dies jedoch unschwer; außerdem kann, selbst bei unsicherem Hineinschätzen zwischen die Schläge, der dadurch begangene Fehler im Maximum nur wenige Zehntelsekunden betragen (die Hälfte von $0^s,5$, $0^s,4$ oder $0^s,2$).

Betrachten wir nunmehr den zweiten Fall, daß außer den nach mittlerer Zeit gehenden Chronometern noch eine Sternzeituhr vorhanden ist, wodurch, wie schon erwähnt, nicht nur eine weit größere Schärfe in der Uhrvergleichung erzielt wird, sondern auch eine Vereinfachung bei der Reduktion von Fixsternbeobachtungen eintritt. Ein nach Sternzeit gehendes Chronometer eilt in jeder Sekunde um $0^s,00273$ gegen eine Uhr nach mittlerer Zeit voraus, in einem Tage ungefähr um $3^m\ 56^s$, da 1^s St.-Zt. $=$ $0^s,99727$ M.-Zt. ist (s. S. 38). Der Gangunterschied zweier solcher Uhren steigert sich also fortwährend, und es müssen deshalb mit der Zeit immer andere Sekundenschläge miteinander zusammenfallen. Diese Koinzidenzen, welche bei 1^s-Uhren etwa alle $6^m\ 5^s$, bei $0^s,5$ schlagenden Chronometern alle $3^m\ 2^s,5$, bei $0^s,4$-Chronometern alle $2^m\ 27^s$ und bei $0^s,2$-Chronometern alle 73^s stattfinden, lassen sich leicht und bis auf wenige hundertstel Sekunden genau beobachten. Sie halten mehrere Sekunden hindurch an, wobei die Schläge der Mittleren Zeit- und Sternzeit-Uhren vor den Koinzidenzen sich einander nähern, nach denselben voneinander sich entfernen. So bietet denn das Ermitteln solcher Koinzidenzen die bequemste und sicherste Methode der Uhrvergleichung dar. Sobald eine erhebliche Annäherung der Schläge stattfindet, beginnt man, genau wie in dem vorher beschriebenen ersten Falle, die Schläge von Chronometer I von einer vollen und aufnotierten Sekunde ab zu zählen, blickt auf Chronometer II und notiert, wenn das Ohr nicht die geringste Schlagdifferenz mehr wahrzunehmen vermag, die entsprechende Sekunde von II, sowie die Anzahl der gezählten Schläge von I. Durch Multiplikation der gezählten Schläge mit dem Schlagwert von I erhält man die Sekunde von I, welche über der beobachteten Sekunde von II steht, und nach Hinzufügung der zu beiden Angaben gehörigen Stunde wie Minute ist die Uhrvergleichung beendet, die am besten durch eine bei der nächsten Koinzidenz vorgenommene Kontrollbeobachtung gesichert wird.

Bei der hohen Bedeutung möglichst genauer Zeitangaben für alle astronomisch-geographischen Orientierungen ist es unter allen Umständen geboten, wie erwähnt, stets mehrere, mindestens drei Chronometer auf Reisen mitzunehmen. Eins davon, und zwar stets dasselbe, am besten das Sternzeitchronometer, benutze man zu den Beobachtungen, wodurch die Rechnungen und Orientierungen bei Fixstern-, Mond- und Planetenmessungen sich vereinfachen. Nur bei Sonnenbeobachtungen kann man, um nicht mehr als eine Verwandlung der Zeiten (mittlere in wahre Zeit) und außerdem eine leichtere Orientierung zu haben, von dieser Anordnung abweichen durch Benutzung eines gegen direkte Sonnenstrahlung geschützten Chronometers nach mittlerer Zeit. Die übrigen, nicht unmittelbar zu den Beobachtungen verwendeten Chronometer lasse man gewissermaßen als Normaluhren ruhig und geschützt in ihren Kästen liegen. Man benutze dieselben, solange die Beobachtungsuhr in Ordnung ist, nur zu den regelmäßigen Uhrvergleichungen untereinander und mit der Beobachtungsuhr, die vor und nach jeder Beobachtungsreihe, mindestens aber einmal täglich auszuführen sind. Bei der Abhängigkeit des Uhrganges von der Temperatur muß im Chronometerkasten auch ein Thermometer abgelesen werden. Es empfiehlt sich, alle diese Vergleichungen und Ablesungen in ein besonderes Journal, das sog. Uhrenbuch, einzutragen, und dabei auch genau zu vermerken, ob man es mit Marschgängen während der Reise oder mit Ruhegängen während des Stationsaufenthaltes zu tun hat.

Winkelmessende Instrumente.

Bevor die für die Zwecke des vorliegenden Handbuches (siehe S. 98) ausschließlich in Frage kommenden Instrumente, wie Universale und Libellenquadranten, als ganze Instrumente kurz beschrieben werden, sollen zunächst die zu denselben notwendig gehörenden Hilfsapparate, wie das Fernrohr, der Meßkreis nebst Ablesevorrichtung und die Libelle, so weit als erforderlich, zur Erörterung gelangen.

Das Fernrohr. Einen der wesentlichsten Bestandteile jedes winkelmessenden Instrumentes bildet das Fernrohr, welches, abgesehen von den hier nicht in Betracht kommenden Spiegeltele-

skopen, als eine Zusammenstellung von Linsen zu bezeichnen ist, um Objekte unter größerem Gesichtswinkel als mit dem unbewaffneten Auge wahrzunehmen. Das erste sog. Galileische Fernrohr, zu Beginn des 17. Jahrhunderts von Lippershey erfunden, bestand aus einer Sammellinse (bikonvex) als Objektiv und einer Zerstreuungslinse (bikonkav) als Okular; dasselbe bringt ein aufrecht stehendes Bild im Auge hervor und wird heute, auch wegen seiner bequem kurzen Brennweite, nur noch für Feldstecher usw. verwendet. Bald nach dem Galileischen kam das eigentliche astronomische Fernrohr von Kepler, welches in seiner einfachsten Form aus zwei Sammellinsen besteht, deren eine das von der anderen, nämlich von dem Objektiv, entworfene reelle, aber umgekehrte Bild vergrößert, wie Fig. 21 schematisch anzeigt.

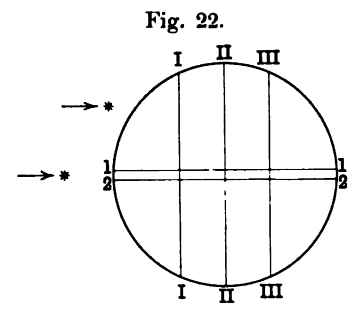
Fig. 21.

Einfaches Schema des Keplerschen astronomischen Fernrohres.

Auf die Objektivlinse AB fallen die parallelen Lichtstrahlen $S_1 S_2 S_3$ eines Gestirnes; der in Richtung der optischen Achse Cc hindurchgehende Strahl S_2 wird nicht gebrochen, alle übrigen erfahren in der Glaslinse eine Brechung und konvergieren sämtlich in dem Hauptbrennpunkte F. Die Entfernung FC heißt die Fokallänge des Objektivs, die durch F senkrecht zur optischen Achse gelegte Ebene $F_1 F_2$ die Fokalebene. Daß man beim Fernrohr, streng genommen, für Strahlen verschiedener Wellenlänge nicht mit einem Brennpunkte, sondern mit mehreren, zu einem System verbundenen Brennpunkten zu tun hat, braucht hier nicht näher berücksichtigt zu werden. Hinter F divergieren die Strahlen des vom Objektiv AB im Brennpunkte hervorgebrachten Sternbildes und treffen auf das senkrecht zur optischen Achse befindliche Okular ab. Ist der Abstand Fc gleich der Okularbrennweite, so treten die auf ab divergierend fallenden Strahlen wieder parallel aus und bringen im Auge α ein scharfes Bild hervor. In der Fokalebene $F_1 F_2$ befindet sich an einem Diaphragmaringe im Inneren

des Fernrohres ein System ganz feiner, auf der optischen Achse senkrecht stehender und zueinander rechtwinkliger Meßfäden, welche, durch das Okular scharf sichtbar, zu Richtungsbestimmungen im horizontalen und vertikalen Sinne benutzt werden. Bei den kleineren Universalinstrumenten findet die Anordnung der Meßfäden gewöhnlich wie in Fig. 22 bezeichnet statt, wo zwei dicht beieinander liegende Horizontalfäden 1, 2 zu Einstellungen in Zenitdistanz und etwa drei, in bestimmten Abständen gespannte Vertikalfäden I, II, III zu Durchgangsbeobachtungen und Einstellungen im azimutalen Sinne dienen. Der senkrechte Mittelfaden II schneidet dabei die optische Achse, und die Verbindungslinie zwischen seiner Mitte und dem optischen Zentrum der Objektivlinse bezeichnet die Visier- oder Kollimationslinie des Fernrohres.

Fig. 22.



Meßfäden in der Fokalebene des Fernrohres.

Diese Fäden, deren Verwendung zur geographischen Ortsbestimmung nebst der Messung ihrer Abstände (der sog. Fadendistanzen) bei Erörterung des Universals (s. S. 163) näher besprochen wird, sind gewöhnlich aus Spinnenkokons in Stärken von wenigen Hundertstel Millimeter hergestellt. Da jedoch Spinnfäden, besonders bei Reiseinstrumenten, der Gefahr des Zerreißens und der Vernichtung durch gewisse Tropeninsekten ausgesetzt sind, verwendet man neuerdings mit Vorteil ganz dünne geschwärzte Platinfäden oder auch eine Glasplatte[1]) mit eingeritzten Strichen, von welcher sich Ersatzstücke mitnehmen und leicht einsetzen lassen. Durch Verschieben des Okulars in der Fassung, welches am zweckmäßigsten mittels einer Schraubenschnecke geschieht, lassen sich die Meßfäden scharf einstellen; durch Verschieben der ganzen Okularfassung mit der Fadenplatte oder bei manchen Fernrohren auch des Objektivs zum Okular läßt sich der Fokus sowohl für parallele Strahlen bei astronomischen Beob-

[1]) Die sonst sehr praktische Verwendung einer Glasplatte mit eingeritzten Strichen bedingt durch Absorption allerdings eine Verminderung Bildhelligkeit.

achtungen als auch für konvergierende Strahlen bei terrestrischen Messungen genau einstellen.

Bei der praktischen Anwendung des astronomischen Fernrohres muß man eine genaue Vorstellung von dem Gesichtsfeld, der Lichtstärke, der Bildhelligkeit und der Vergrößerung desselben haben. Die Ermittelung dieser wichtigen sog. optischen Konstanten des Fernrohres sei daher ganz kurz, wenigstens für kleinere Reiseinstrumente, besprochen.

Das Gesichtsfeld ist der Bildraum, der sich auf einmal gleichzeitig im Fernrohr überblicken läßt, und seine Größe wird durch den Winkel ausgedrückt, dessen Schenkel vom Objektivzentrum nach den Randpunkten des Okulars gehen.

Die Lichtstärke eines Fernrohres hängt außer von der Absorption der Linsen von dem Verhältnis der Quadrate der Durchmesser des Objektivs und des aus dem Okular austretenden Lichtbündels ab. Je größer die freie Objektivöffnung, um so mehr Lichtstrahlen fängt sie auf, und je kleiner das aus dem Okular austretende Lichtbündel ist, um so mehr wird das aufgefangene Licht verdichtet. Das neue Jenenser Glas von weißer Farbe hat bisher wohl den kleinsten Absorptionskoeffizienten. Von der Vergrößerung des Fernrohres ist seine Lichtstärke völlig unabhängig.

Ganz anders verhält sich die Bildhelligkeit; sie ist naturgemäß proportional der Lichtstärke, aber umgekehrt proportional dem Quadrate der Vergrößerung, denn dieselbe Lichtfülle verteilt sich bei wachsender Vergrößerung über eine größere Bildfläche.

Für die Vergrößerung endlich folgt aus der Optik die einfache Regel, daß dieselbe durch das Verhältnis der Brennweiten von Objektiv und Okular ausgedrückt wird. Bei demselben Objektiv lassen sich daher mit verschiedenen Okularen von längerer und kürzerer Brennweite auch schwächere oder stärkere Bildvergrößerungen im Fernrohr erzielen.

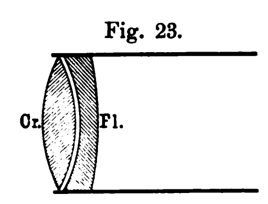
Eine einfache Methode zur Ermittelung der Vergrößerung für Fernrohre kleinerer Instrumente besteht darin, daß man die etwa 1 bis 2 cm großen farbigen Intervalle einer nicht allzu weit entfernten Nivellierlatte mit dem einen Auge durch das Fernrohr, mit dem anderen direkt betrachtet. Man erkennt dann, wieviel Intervalle das im Fernrohr gesehene Bild direkt auf der Meßlatte umfaßt, und leitet aus diesem Verhältnis die Vergrößerung

ab, die sehr leicht auf parallele Strahlen zu reduzieren ist. Bezeichnet nämlich G die gesuchte Vergrößerung für unendlich, G_0 die für das eingestellte irdische Objekt und F die Objektivbrennweite für parallele, F_0 für die Einstellung des terrestrischen Objekts, so ergibt sich die einfache Relation: $G = G_0 \frac{F}{F_0}$.

Im allgemeinen ist der Quotient $\frac{F}{F_0} < 1$ und die wahre Vergrößerung G daher kleiner als die unmittelbar beobachtete. Hat man z. B. für ein Reiseuniversal gefunden, daß das Bild im Fernrohr 12 direkt gesehene Striche bedeckt und daß die 20 cm betragende Hauptbrennweite auf 22 cm zur scharfen Einstellung der Nivellierlatte verlängert werden mußte, so findet sich für die wahre Vergrößerung des Fernrohres $G = 12 \cdot \frac{20}{22} = 10{,}9$.

Ein astronomisches Fernrohr, wie es den bisherigen Betrachtungen zugrunde gelegt wurde, aus je einer Objektiv- und je einer Okularlinse bestehend, würde die Lichtstrahlen eines Sternes nicht in einem Punkte vereinigen und auch das Bild nicht farbenfrei zeigen. Gegen diese beiden Fehler, die sog. sphärische und chromatische Aberration der Linsen, müssen Objektive und Okulare durch Kombination je zweier Linsen aus verschiedenen Glassorten und von verschiedener Gestalt kompensiert werden. Bei den Objektiven wählt man hierzu, wie Fig. 23 zeigt, eine dem Objekt zugekehrte bikonvexe Linse aus Crownglas und eine dem Okular zugewandte konkavkonvexe Linse aus Flintglas. Die für astronomische Messungen unter Benutzung eines Fadennetzes zur Verwendung kommenden sog. positiven oder Ramsdenschen Okulare bestehen in der Regel, wie Fig. 24 zeigt, aus zwei plankonvexen Linsen 1, 2, die, durch einen Zwischenraum getrennt, mit den konvexen Seiten gegeneinander gerichtet sind.

Fig. 23.



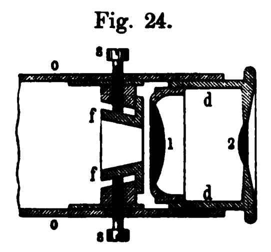
Kompensiertes astronomisches Objektiv.

Ohne an dieser Stelle näher auf optische Einzelheiten einzugehen, dürfte es doch im Interesse der astronomischen Praxis auch für die vorliegenden Zwecke geboten sein, wenigstens ganz

kurz die Zentrierung, sowie den Aplanatismus und die Achromasie der Objektive zu besprechen.

Ehe die Linsen in ihre Fassung gebracht werden, müssen sie zentriert sein, d. h. ihr Rand soll so geschliffen werden, daß die Krümmungsmittelpunkte beider Glasflächen in der optischen Achse und zugleich in der Drehachse der Zentrierungsspindel liegen. Diese vom Mechaniker zu leistende Zentrierung kann beim Transport des Instrumentes gelegentlich gestört werden; man prüft sie am zweckmäßigsten folgendermaßen. Ein dem Zenit naher, ziemlich heller Stern wird im Fernrohr, etwa in der Mitte des Fadenkreuzes, scharf eingestellt. Verschiebt man nun das Okular ein wenig aus der scharfen Fokalstellung, so treten um das Sternbildchen Interferenzringe auf, welche bei guter Zentrierung ganz symmetrisch um das Bildzentrum liegen müssen. Bei unsymmetrischer und ungleich heller Verteilung der Ringe muß die Lage des Objektivs in der Fassung korrigiert werden; auf der Seite, wo das Interferenzbild schmaler und heller erscheint, ist die Entfernung zwischen Objektiv und Okular zu klein.

Fig. 24.



Kompensiertes astronomisches Okular (positiv) mit Darstellung des Okularauszugs *oo*, der Fadenplatte *ff*, der Okularfassung *dd* und der Schrauben *ss* zur Korrektion der Fadenplatte.

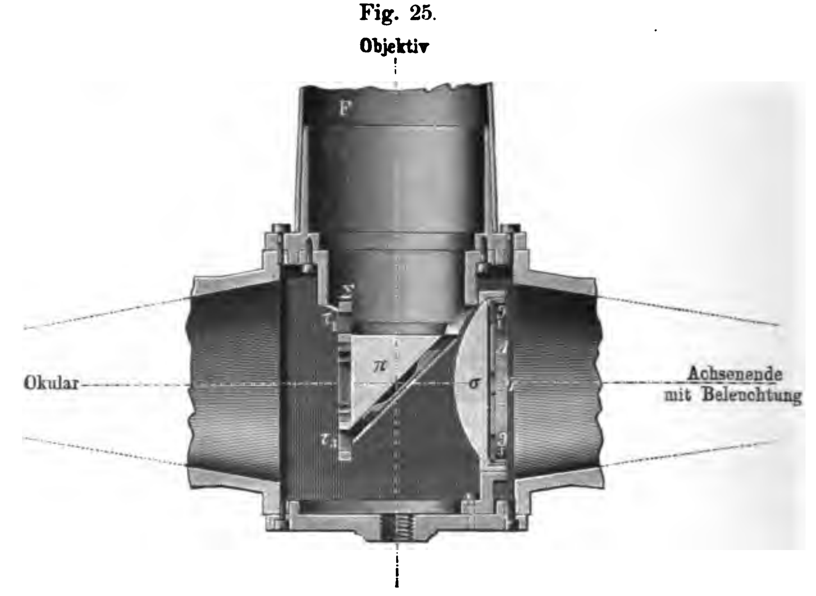
Zur Prüfung auf Aplanatismus sieht man zu, ob das Bild eines möglichst weißen und dem Zenit nahen Sternes vor und hinter der Fokalebene nach innen und außen von gleich dichten und hellen Interferenzringen umgeben ist. Treten dieselben mit einer nach dem Zentrum oder der Peripherie des Bildes zunehmenden Intensität auf, so haben die Randstrahlen des Objektivs eine andere Vereinigungsweite als die Zentralstrahlen.

Mit dieser Prüfung auf Aplanatismus verbindet man diejenige für Achromasie des Objektivs. Bei richtiger Kompensation der Linse für die Grenzen des direkt sichtbaren Spektrums muß nämlich das Sternbild vor dem Brennpunkte mit einem rötlichen und hinter dem Fokus mit einem grünlichen Ring umgeben sein.

Zum Schluß dieser Betrachtungen über das astronomische Fernrohr mögen noch ganz kurz die Einrichtungen zur zentrischen Beleuchtung des Gesichtsfeldes und die Vorkehrungen

für Messungen in kleinen Zenitdistanzen am Fernrohr erwähnt werden. Um während der Nacht die Meßfäden im Gesichtsfeld zu sehen, wird am einfachsten ein Illuminator oder ein geneigter, innen versilberter elliptischer Ring, dessen reflektierende Fläche einer seitwärts stehenden Lampe zugekehrt ist, auf die Objektivfassung gesetzt. Besser und genauer funktioniert die Beleuchtung von der Horizontalachse her mittels eines ganz kleinen, in der optischen Achse angebrachten Reflexionsprismas, welches

Fig. 25.



Innere Einrichtung eines gebrochenen, zentrischen Fernrohres: Das Prisma in Verbindung mit dem Objektivrohr.

das Licht von einer kleinen, womöglich elektrischen Lampe in das Gesichtsfeld leitet und durch Drehung einer Korrektionsschraube zu moderieren erlaubt. Bei gebrochenen Fernrohren, mit denen wir uns sogleich beschäftigen werden, ist die horizontale Achse durchbohrt, und die Lampe befindet sich an dem zum Okular entgegengesetzten Ende der Achse.

Hat man mit dem Universalinstrument, dessen verschiedene Formen später (s. Figg. 34 bis 40) erörtert werden, kleine Zenitdistanzen zu messen, so muß an das gerade, exzentrisch zur Mitte der Horizontalachse sitzende Fernrohr ein sog. Zenitprisma auf das Okular gesetzt werden, welches die Strahlen rechtwinkelig

zur optischen Achse leitet und so auch bei vertikaler Fernrohrlage mit dem Objektiv nach oben das Beobachten ermöglicht. Diese Hilfseinrichtung fällt fort, wenn das Universal mit einem gebrochen konstruierten und zentrisch angebrachten Fernrohr versehen ist, wie Fig. 25 es veranschaulicht.

Mit einem solchen Fernrohr kann man bei allen Zenitdistanzen in unveränderter Kopflage am Okular messen und dadurch nicht nur bequemer, sondern auch freier von Fehlern der Sinneswahrnehmung arbeiten, die durch wechselnde Kopfneigung am geraden Fernrohr und den dadurch bedingten Blutandrang nach dem Gehirn erheblich verstärkt werden. Bei der modernen Instrumentik fallen übrigens durch zweckmäßige Befestigung des die Lichtstrahlen im Fernrohr seitwärts reflektierenden Prismas alle früher geltenden Bedenken gegen genügende Stabilität des optischen Systems, besonders bei kleineren Universalen, fort. Wenn ferner das Prisma vollkommen spannungsfrei hergestellt und befestigt wird, sind auch Deformationen der Sternbildchen bei Reflexion der Lichtstrahlen nicht zu fürchten.

Die Meßkreise und ihre Ablesungen. Nicht nur zum Einstellen des Fernrohres auf die zu beobachtenden Gestirne, sondern vor allen Dingen auch zum Messen von Richtungswinkeln und Winkelunterschieden werden fein geteilte Kreise an den Instrumenten für geographische Ortsbestimmungen benutzt. Beim Universal, welches vertikale und azimutale Winkelmessungen erlaubt, hat man es mit einem Höhen- und einem Horizontalkreise zu tun, welche sowohl gegen Wärmeeinflüsse als auch zum Schutz gegen Staub und Witterung zweckmäßig mit einem Metallmantel verdeckt angebracht werden.

Die auf einem Silber- oder Platinstreifen äußerst scharf ausgeführte Strichteilung wird am Rande oder Limbus des Meßkreises eingelegt; sie schreitet in der Regel bei den hier in Frage kommenden Instrumenten in Intervallen von 10′ zu 10′ fort; manchmal sind jedoch die Kreise von kleinen Reiseuniversalen statt in $^1/_6$ auch wohl in $^1/_3$ oder sogar nur in $^1/_2$ Grade geteilt.

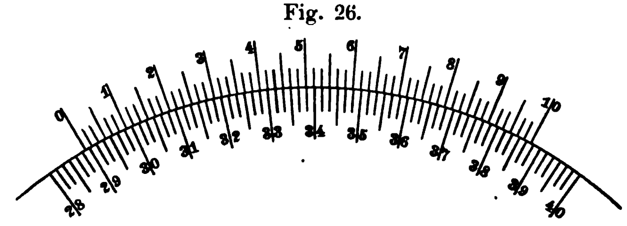
Um solche Meßkreise möglichst genau ablesen zu können, bedient man sich des Nonius mit Lupe oder noch besser eines Ablesemikroskops mit mikrometrischer Meßeinrichtung. Der Nonius oder richtiger Vernier ist ein kleiner, fein geteilter

Maßstab, welcher sich der Form des Hauptmaßstabes, zu dessen genauerer Ablesung er dient, vollkommen anpaßt, also bei Kreisen einen dem Limbus konzentrischen, kleinen, an einer Alhidade beweglichen Kreisbogen darstellt. Der Nonius ist in n gleiche Teile geteilt, deren Gesamtausdehnung in der Regel genau $n - 1$ Intervallen der Hauptteilung entspricht; wenn man den Wert eines Teiles der letzteren mit H bezeichnet, so wird derjenige eines Noniusteiles: $V = \frac{n-1}{n} H$, also $H - V = \frac{1}{n} H$.

Bei Kreisteilungen ist n stets gleich 60 und jedes Noniusintervall um $^1/_{60}$ kleiner als das kleinste Intervall der Hauptteilung, so daß bei 10′, 15′ oder 20′ betragenden Limbusintervallen die direkte Noniusablesung je 10″, 15″ oder 20″, durch Schätzung noch die Hälfte dieser Größen, ergibt.

Der Gebrauch des Nonius ist nun folgender, wie auch aus Fig. 26 unmittelbar ersichtlich wird. Der mit 0 bezeichnete Teil-

Fig. 26.



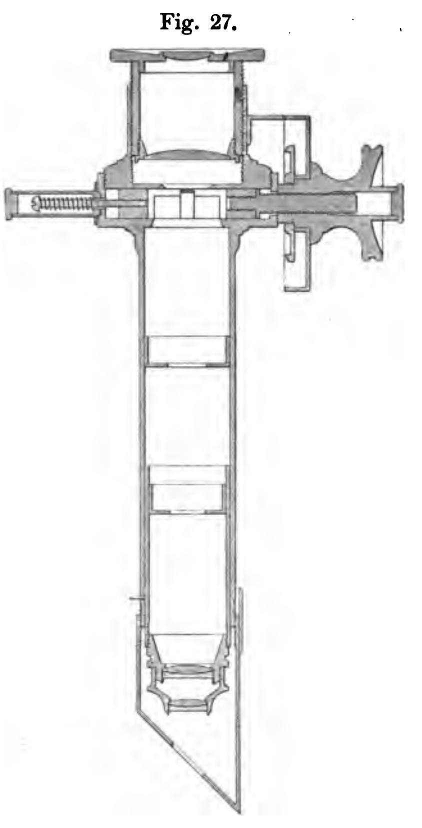
Die Ablesung am Nonius oder Vernier auf 10″, bei einer Kreisteilung von 10 zu 10′.

strich desselben gilt als Index, dessen Stellung zwischen den Strichen der Hauptteilung maßgebend ist.

Der einfachste Fall läge vor, wenn dieser Index mit einem Strich der Hauptteilung zusammenfällt oder dessen geradlinige Fortsetzung bildet; alsdann muß auch der letzte Noniusstrich mit einem Hauptstrich koinzidieren, und die Ablesung geschieht unmittelbar am Limbuskreise. Im allgemeinen wird dies jedoch nicht der Fall sein, sondern man muß bei bestimmter Stellung des Index zwischen zwei Strichen der Hauptteilung denjenigen Noniusstrich aufsuchen, der genau mit einem Limbusstrich zusammenfällt und dadurch die richtige Ablesung markiert, die in Graden und Zehnerminuten am Hauptkreise, in Einerminuten und Bogensekunden am Nonius erfolgt. So liegt in Fig. 26 der Index

zwischen 28° 50′ und 29° 0′, ferner koinzidiert der Noniusstrich 4′ 20″ mit einem Hauptstrich, so daß die genaue Ablesung 28° 54′ 20″ lautet. Würde endlich der Strich 4′ 20″ nicht genau mit einem Hauptstrich zusammenfallen, sondern um ein minimales Stück rechts davon, der Strich 4′ 30″ um ebensoviel links vom nächsten Hauptstrich liegen, so müßte die genaue Ablesung 28° 54′ 25″ ergeben. Mit einiger Übung wird sich Jeder an solche Nonienablesungen gewöhnen, wobei man natürlich nicht vergessen darf, je nach dem Auge des Beobachters die Lupe scharf auf die Teilstriche einzustellen.

Fig. 27.



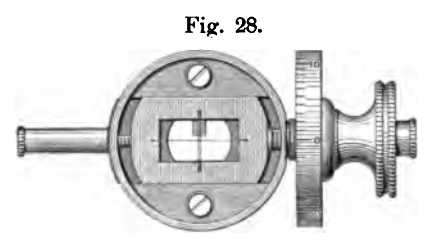
Ablesemikroskop.

Eine weitaus größere Ablesungsgenauigkeit als der Nonius liefert das Mikroskop mit Schraubenmikrometer, welches neuerdings ziemlich allgemein, sogar bei Reiseuniversalen, Verwendung und auch wegen der bequemeren Ablesung Beliebtheit gefunden hat. Dasselbe setzt sich, wie Fig. 27 und Fig. 28, 29 veranschaulichen, aus einem einfachen Mikroskop und dem dicht unter dem Okular angebrachten mikrometrischen Meßapparat zusammen, der einen engen Doppelfaden parallel den gleichzeitig sichtbaren Limbusteilstrichen durch eine mit Trommelablesung versehene Mikrometerschraube zu bewegen gestattet. Das Mikroskop muß senkrecht zur Limbusteilung und durch Verschiebung von Objektiv- wie Okularfassung so weit von derselben entfernt gestellt werden, daß Doppelfäden und Teilstriche deutlich im Okular sichtbar sind. Die vollkommene Parallelität von Meßfäden und Teilstrichen erreicht man durch Drehung des ganzen

Mikroskops um seine Achse. An dem Rahmen im Mikrometer (s. Fig. 29) ist ein meist zahnförmiger Ausschnitt, die Kimme, angebracht, welche als Index für die Einstellungen dient und gewöhnlich von einer Anzahl kleiner Zähne zur Markierung der ganzen Schraubenumdrehungen umgeben ist.

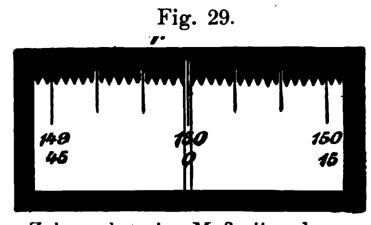
Die Stellung der Trommel am Schraubenmikroskop wird so reguliert, daß der Index auf Null zeigt, wenn das Fadenpaar im Zahneinschnitt (Kimme) sich befindet (s. Fig. 29) oder um volle Schraubenumdrehungen von dieser Nullstellung absteht. Die Ablesungen an der Schraubentrommel wachsen, wenn das Fadenpaar auf den in der Kreiseinteilung rückwärts liegenden Strich bewegt wird. Die Stellung des Doppelfadens, bei welcher der Trommelindex auf Null zeigt und das Fadenpaar auf die Kimme einsteht, gilt als Ausgangspunkt für alle Einstellungen. Stellt man also den Doppelfaden so ein, daß der in der Kreisteilung rückwärts und der Kimme zunächst liegende Strich genau in die Mitte zwischen das Fadenpaar fällt, so gibt die zugehörige Schraubenablesung unmittelbar (in Schraubenteilen) den Abstand der Nullrichtung des Mikroskops von diesem Striche. Stellt man mit dem Doppelfaden zwei Striche, den im Sinne der Teilung vorangehenden v, sowie den nachfolgenden n, ein, so wird man von dem sog. Gangfehler der Mikroskopablesung frei, wobei die Grade wie Zehnerminuten am Kreise, die Einerminuten und Sekunden aber an der Schraubentrommel abgelesen werden.

Fig. 28.



Mikrometerapparat nebst geteilter Meßschraube und beweglichem Doppelfaden.

Fig. 29.



Zahnrechen im Meßmikroskop.

Es ist nämlich bei Meßkreisen mit Mikroskopablesung ganz allgemein die Einrichtung getroffen, daß eine ganze Anzahl von Schraubenumdrehungen dem Intervall zweier nebeneinander liegender Teilstriche des Limbus möglichst nahe entspricht.

Ist der Kreis z. B. von 10′ zu 10′ geteilt und entspricht diesem Intervall eine Umdrehung der Meßschraube, deren Trommel (s. Fig. 28) in 10 große Unterabteilungen zu 1′ und in 60 kleine zu 10″ geteilt ist, so lassen sich Zehnersekunden direkt und ganze Sekunden schätzungsweise ablesen. Die für diese Art der Ablesung notwendige Bedingung, daß nämlich eine Schraubenumdrehung möglichst genau mit dem kleinsten Intervalle des Teilkreises übereinstimmt, auf welche sogleich noch näher eingegangen werden wird, soll zunächst vom Mechaniker durch geeignete Befestigung des Mikroskops erfüllt sein. Aber Temperatureinflüsse auf die Kreise und Mikroskope, ferner unregelmäßige Biegungen jener Metallkörper bewirken, daß der Abstand zwischen Mikroskop und Meßkreis nicht konstant bleibt und folglich eine ganze Schraubenumdrehung nicht immer genau der Bildgröße eines Limbusintervalles entspricht. Die hieraus entstehenden Fehler, welche nach dem englischen Worte für „Gang" Runfehler heißen, müssen bei jeder Ablesung durch Einstellen der beiden, die Kimme umgebenden Striche unter dem Mikroskop bestimmt und in Rechnung gestellt werden.

Bezeichnet man die Ablesung des im Sinne der Kreisteilung nachfolgenden Striches mit n, diejenige des vorangehenden mit v, das Intervall zweier Teilstriche mit J und den Runfehler im Sinne $v - n = r$, so beträgt die wahre, für Run korrigierte Ablesung: $a = \frac{n+v}{2} + \left(\frac{n+v}{2} - \frac{J}{2}\right)'' \frac{r}{J-r}$. Hierbei ist der Klammerausdruck in Bogensekunden anzugeben und zeigt an, daß die Runkorrektion für die eine Hälfte des Intervalls positiv, für die andere negativ wird, also genau in der Mittelstellung $\left(\frac{v+n}{2} = \frac{J}{2}\right)$ verschwindet.

Beträgt z. B. $J = 10' = 600''$, $n = 6'20''$, $v = 6'26''$, also $r = +6''$, so folgt die wahre Ablesung $a = 6'23'' + (383 - 300)'' \frac{6}{598} = 6'23'',8$. An Stelle dieser strengeren Formel, welche am besten für längere Beobachtungsreihen bei konstantem Run verwendet wird, kann auch die einzelne Mikroskopablesung, z. B. n für Run korrigiert werden durch Anbringung von $+ n \cdot \frac{r}{J}$,

welches ein im allgemeinen bis auf 0″,1 sicheres Näherungsverfahren darstellt.

Sollte der Fall eintreten, daß z. B. nach einem Transporte die Runfehler sehr groß werden, so kann der Beobachter selbst das vom Objektiv des Mikroskops entworfene Bild der Kreisteilung größer oder kleiner machen durch Verminderung oder Verlängerung der Distanz zwischen Objektiv und Okular; gleichzeitig wird das ganze Mikroskop mit seiner Fassung senkrecht zur Kreisteilung verschoben, bis die Teilstriche scharf sind, ferner wird der bewegliche Doppelfaden durch Okularverstellung genau sichtbar gemacht. Ist z. B. eine ganze Schraubenumdrehung größer als das Bild eines Kreisintervalls, so muß das Objektiv vom Doppelfaden, also auch vom Okular entfernt werden. Dadurch nähert es sich der Kreisteilung und verhindert eine deutliche Abbildung derselben im Auge; es muß deshalb schließlich auch das ganze Mikroskop wieder so weit der Teilung genähert werden, bis das Bild der Limbusstriche genau in die Fadenebene fällt.

Auch die Senkrechtstellung des Mikroskops zur Ebene der Kreisteilung läßt sich prüfen, indem man beim Hineinsehen in das Mikroskopokular gleichzeitig die Metallscheibe des festgeklemmten Kreises in Richtung der Drehungsachse des Kreises vom Objektiv vorsichtig fortdrückt. Dadurch verliert das Bild der Teilstriche zwar an Deutlichkeit, darf sich aber bei richtiger Stellung des Mikroskops zur Kreisteilung nicht seitwärts im Gesichtsfelde bewegen.

Was nun die Mikrometerschraube betrifft, mit welcher die Einstellungen auf den Meßkreis ausgeführt werden, so muß an allen Stellen derselben einer gleichen Drehung auch dieselbe Größe der Fadenbewegung entsprechen, und ferner sollen für gleiche Bewegungen derselben nach rechts oder links stets die gleichen Einstellungen auf den Teilstrich herauskommen. Beide Forderungen, Beseitigung der Schraubenfehler und Aufhebung des sog. toten Ganges der Schraube, sind in der modernen Instrumentik, wenigstens innerhalb der für die vorliegenden Zwecke in Frage kommenden Genauigkeit, als erfüllt zu betrachten. Im allgemeinen ist sogar an den Mikroskopen der Universale eine Abwechselung der Schraubendrehung bei den Stricheinstellungen zur Eliminierung persönlicher Auffassungsfehler erwünscht; bei der Leichtig-

keit des im Mikrometer bewegten Schlittens und wegen der zur Schwererichtung stets senkrechten Stellung der Meßschrauben an den Kreismikroskopen fallen die sonst gegen eine Drehung der Meßschrauben entgegen der Federspannung (Linksbewegung) geltend gemachten Bedenken hier fort.

Soviel über die Einrichtung und Ablesung der Meßkreise; zum Schlusse dieser Betrachtungen seien noch ganz kurz die bei Winkelmessungen mittels geteilter Kreise an letzteren vorkommenden Fehler erwähnt. Es sind dies Exzentrizitäts-, Teilungs- und Biegungsfehler, welche bei den kleineren Universalinstrumenten teils in sehr engen Grenzen sich halten, teils durch zweckmäßige Anordnung der Messungen eliminiert werden. Die mathematische Forderung, daß bei Winkelmessungen am geteilten Kreise Mittelpunkt und Drehpunkt des letzteren zusammenfällt, ist in der mechanischen Praxis nicht zu erfüllen. Vielmehr bleibt durch eine etwas exzentrische Lage der Achse gegen die Kreisteilung ein kleiner Exzentrizitätsfehler bei den Winkelmessungen übrig, der aber für die vorliegenden Zwecke hinreichend aus den Ablesungen zweier, um 180° voneinander abstehender Nonien oder Mikroskope sich eliminiert. Schon aus diesem Grunde sind stets zwei diametrale Ablesungen der Meßkreise geboten.

Was ferner die bei allen Teilungen vorkommenden, mit thermischen Veränderungen der Teilmaschine und mechanischen Unvollkommenheiten beim Ziehen der Striche zusammenhängenden Fehler betrifft, so vermag die moderne Technik besonders bei kleinen, höchstens 2160 Teilstriche enthaltenden Kreisen jene Fehler in verschwindend kleinen Grenzen zu halten. Um trotzdem die Messungsergebnisse von etwaigen Einflüssen derselben nach Möglichkeit zu befreien, sind bei den neueren Universalen beide Meßkreise auf der Achse drehbar gemacht. Auf diese Weise lassen sich durch Wiederholung dieselben Winkelmessungen an verschiedenen Stellen des Limbus ausführen, und in Verbindung mit je zwei um 180° abstehenden Einstellungen können etwaige Teilungsfehler bei guten Instrumenten hinreichend eliminiert werden.

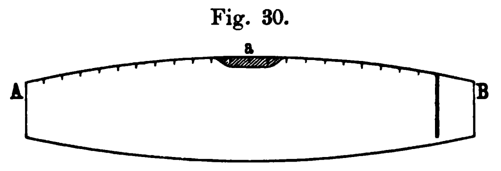
Die dritte Fehlergattung tritt bei Winkelmessungen an geteilten Kreisen in Gestalt der Biegungsfehler auf, indem durch die Schwerewirkung die Figur des Kreises sich ändert. Gegen

diese Einflüsse schützt zunächst eine zweckmäßige Versteifung in der Konstruktion der Meßkreise oder die Anwendung voller Scheiben statt der Speichenkreise; beim Horizontalkreise genügt dieselbe unter allen Umständen, und nur bei dem in Richtung der Schwere stehenden Vertikalkreise wäre es möglich, daß trotzdem der eingestellte Punkt der Teilung gegen den idealen, nach dem Zenit gerichteten Nullpunkt eine kleine Verrückung erfährt. Solche Biegungswirkungen, die sich bei Höheneinstellungen zugleich am Kreise und am Fernrohr, bei letzterem im allgemeinen sogar stärker, äußern würden, lassen sich, wie später gezeigt wird (s. Teil IV), durch Verteilung der Messungen auf beide Kreislagen des Universals und durch gleichzeitige Benutzung von Sternen auf beiden Seiten des Zenits hinreichend eliminieren, da die Biegungswirkung, wenigstens beim Fernrohre, in ihrem Hauptgliede dem Sinus der Zenitdistanz proportional ist (0 im Zenit, Maximum im Horizont).

Die Libellen. Zum Horizontalstellen der Achsen und zum Messen kleiner Winkel dienen die Libellen oder Niveaus, deren Konstruktion auf den Gleichgewichtsgesetzen der Flüssigkeiten unter der Schwerewirkung beruht.

Eine im Inneren nahezu tonnenförmig in einem Kreisbogen ausgeschliffene Glasröhre AB (s. Fig. 30) wird bis auf einen kleinen, leer bleibenden, aber die Verdampfungsgase der Flüssigkeit aufnehmenden Raum a mit einer leicht beweglichen Flüssigkeit, Alkoholäther oder Schwefeläther, gefüllt und an beiden Enden geschlossen. Bei jeder Bewegung der Röhre AB wird die Gasblase a den höchsten Punkt derselben einnehmen; legt man die Libelle auf eine horizontale Ebene, so stellt die Blase sich in die Mitte der Röhre ein,

Fig. 30.



Schematische Zeichnung einer Libellenröhre mit Kammer.

und bei kleiner Neigung dieser Ebene gibt der Ausschlag des von der Röhrenmitte sich entfernenden Blasenzentrums, falls beide beim Neigungswinkel Null zusammenfallen und die Libellenröhre überall genau einen Kreisbogen darstellt, unmittelbar den Neigungswinkel an. Um die Libelle als Meßinstrument zu ver-

werten, ist auf dem oberen Teil der Glasröhre eine meistens noch heute nach Pariser Linien (Intervalle gleich $2^1/_4$ mm) fortschreitende Teilung aufgetragen, deren Nullpunkt in der Mitte oder auch an einem Ende der Röhre liegt. Um den für die Neigung maßgebenden Stand der Blasenmitte herzuleiten, müssen beide Blasenenden (o und w) auf der Skala abgelesen werden; alsdann ergibt sich der Ort der Blasenmitte zu $^1/_2(o - w)$ oder $^1/_2(o + w)$, je nachdem der Nullpunkt in der Mitte oder an einem Ende der Teilung liegt.

Bezeichnet man mit n die Größe des Libellenausschlages in Längenmaß, mit β den zugehörigen Neigungswinkel der Libelle gegen die Horizontale in Bogensekunden ausgedrückt und mit R endlich den Radius, unter welchem der innere Kreisbogen AB ausgeschliffen ist, so gilt die Proportion: $\frac{n}{2R\pi} = \frac{\beta}{360.60.60}$, oder die Gleichung $n = \frac{R}{206265}\beta''$. Bei gleicher Neigung wächst daher die Ausschlagsgröße n mit dem Radius R, d. h. die Libelle wird um so empfindlicher, je größer der beim Ausschleifen der Röhre hergestellte Radius ist, je kleiner also der Winkelwert eines Skalenteiles n wird. In der Praxis hat diese Regel aber gewisse Grenzen, und es empfiehlt sich nicht, die Empfindlichkeit einer Libelle auf Kosten ihrer sicheren Einstellung unter den Betrag von etwa 1″ für den Winkelwert eines Skalenteiles zu treiben, wozu nach obiger Formel ein Radius von etwa 500 m gehört. Das sind die sog. Horrebow-Libellen, welche u. a. zur Ermittelung sehr genauer geographischer Breiten nach der Mikrometerniveau-Methode (s. Teil IV) verwendet werden. In der Regel betragen die Winkelwerte eines Skalenteils für Libellen an kleineren Universalinstrumenten durchschnittlich 5 bis 15″.

Das sachgemäße Schleifen und Füllen von empfindlichen und zuverlässigen Libellen gehört zu den schwierigsten Aufgaben der astronomischen Technik, und nur wenige Mechaniker, unter ihnen an erster Stelle C. Reichel (Berlin), können als Meister in dieser Kunst gelten. Auch die Auswahl des zur Libellenröhre brauchbaren Glases erheischt besondere Vorsicht, da die früher verwendeten, stark alkalienhaltigen Glasröhren mit der Zeit mikroskopisch feine, warzenartige Ausscheidungen an der inneren Wand gezeigt

haben, welche auf chemischen Zersetzungen durch die Wirkungen der Flüssigkeiten beruhen und ein häufiges Hängenbleiben der Blase veranlassen. Zur Herstellung feinerer Libellen benutzt man neuerdings mit Vorteil besondere Glasarten, welche weniger Alkalien enthalten. Dennoch müssen auch solche Niveaus von Zeit zu Zeit auf die schnelle Beweglichkeit und das sichere Einspielen der Gasblase kontrolliert werden.

Da die Länge der Gasblase in hohem Maße von der Temperatur abhängt und umgekehrt wie die Flüssigkeit mit zunehmender Wärme kürzer, mit abnehmender länger wird, ist an einem Ende der Libellenröhre (s. Fig. 30) eine kleine Kammer angebracht, welche den Zutritt und Austritt der Flüssigkeit von unten zu regulieren gestattet. Ist die stets in mittlerer Größe zu haltende Blase zu kurz geworden, so wird die Libelle mit dem Kammerende nach unten geneigt, und im umgekehrten Falle hält man das Kammerende nach oben, damit ein Teil der Gasblase hineintritt.

Jede zu Messungen benutzte Libelle muß, mit einer geeigneten Fassung (s. Fig. 33) versehen, am Instrumente befestigt werden, um Spannungen und plötzliche Temperatureinwirkungen von jenem empfindlichen Hilfsapparat fern zu halten. Eine einfache Berührung der Libellenröhre, längeres Beleuchten derselben, stärkere Windstöße und Sonnenstrahlen bringen die Libellenflüssigkeit in Strömung und ihre Blase in Bewegung. Der geringste Druck auf die Glasröhre ändert ihre Krümmungsverhältnisse und verfälscht die mit der Libelle erzielten Messungsergebnisse. Deshalb muß ein Niveau in möglichst schützender, isolierender und spannungsfreier Fassung angebracht am Instrument benutzt werden. Diese vom Mechaniker zu erfüllende Forderung hat der Beobachter insofern ergänzend zu beachten, als er die äußerst empfindlichen Libellen gegen alle thermischen und mechanischen Störungen gewissenhaft schützen muß. Es empfiehlt sich auch, stets auf Reisen mehrere Reservelibellen mitzunehmen, um gegen das etwaige Unbrauchbarwerden jener ebenso empfindlichen wie notwendigen Hilfsapparate geschützt zu sein.

Zwei wichtige Aufgaben hat nun der Beobachter bei Benutzung von Libellen für Meßzwecke zu lösen; einmal muß er den Winkelwert eines Skalenteiles mit gleichzeitiger Prüfung der Einstellungssicherheit bestimmen, und zweitens muß er die unter-

suchte Libelle in richtiger Weise zu Neigungsbestimmungen am Instrument benutzen.

Der vom Mechaniker für das Niveau angegebene Winkelwert gilt fast immer für die Libellenröhre als solche, also ohne Fassung; für das fertige Niveau muß der Teilwert vor dem Gebrauch des Universals neu bestimmt werden, da nicht selten durch die Fassung sich die Krümmung und somit auch der Winkelwert eines Libellenteiles etwas ändert. Ferner sind jene Winkelwerte im allgemeinen durchaus nicht konstant; bei Klimawechsel und bei schwierigem Transport des Instrumentes müssen dieselben als veränderlich betrachtet werden, abgesehen davon, daß schon mit der Zeit durch die bereits erwähnten chemischen Veränderungen im Glase eine Neubestimmung der Niveaukonstante geboten erscheint.

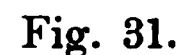
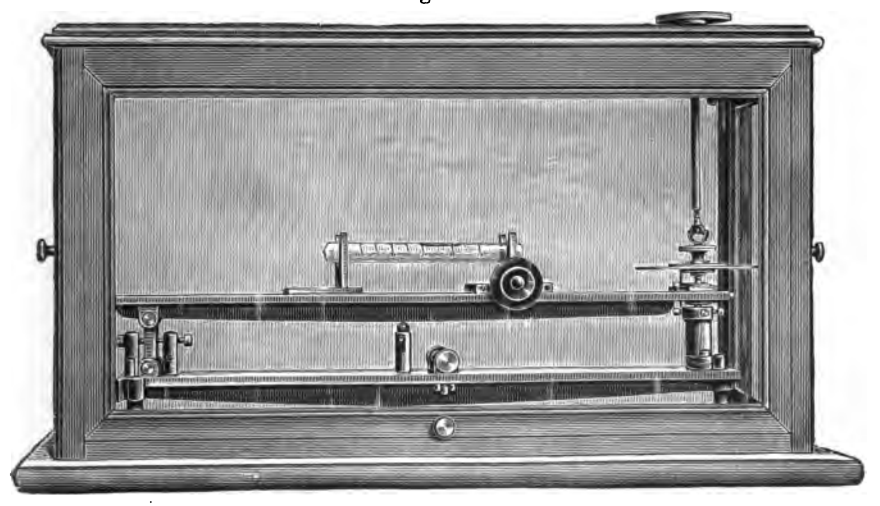


Fig. 31.



Niveauprüfer von C. Bamberg.

Die genaueste Ermittelung des Winkelwertes nebst Prüfung der Libelle geschieht auf einem besonderen Apparat, dem sog. Niveauprüfer (s. Fig. 31), der jedoch meist nur auf Sternwarten zugänglich ist und daher an dieser Stelle nicht näher beschrieben zu werden braucht. Hat der Geograph oder Forschungsreisende Gelegenheit, vor Antritt der Expedition die Untersuchung seiner Libellen auf einer Sternwarte oder an einem geodätischen Institut auszuführen, so wird er mit Leichtigkeit in den Gebrauch jenes einfachen Niveauprüfers von astronomischer Seite eingeweiht werden.

Hier interessiert vielmehr das expedite Verfahren zur Bestimmung des Winkelwertes und zur Prüfung einer Libelle, welches jederzeit am Universalinstrument selbst mit Hilfe der Fußschrauben und des Höhenkreises ausgeführt werden kann, und dessen ausführliche Besprechung zweckmäßig erst bei der späteren Erörterung des Gebrauches der ganzen Instrumente (s. S. 160) gegeben wird.

Dagegen soll an dieser Stelle gezeigt werden, wie die Neigung einer Achse gegen die Horizontale mittels der Libelle bestimmt wird. In Fig. 32 sei zunächst angenommen, daß die Linie OW, auf welcher das Niveau $A_I B_I$ ruht, genau horizontal liegt. Der Nullpunkt der Teilung sei bei C und die Enden der insgesamt $2l$ langen Blase mögen bei o, w liegen. Wenn die Füße der Libelle $A_I O$ und $B_I W$ gleich lang wären und C genau in der Mitte zwischen A_I und B_I läge, was in der Regel nicht zutrifft, so würden die Blasenenden o, w auf beiden Seiten von C gleichweit um den Betrag l abstehen. Ist jedoch, wie in Fig. 32 angenommen, WB_I der höhere Fuß, so liegt die Blasenmitte näher zu B_I, etwa um x Skalenteile; ist außerdem der Nullpunkt C fehlerhaft in der Libellenteilung angebracht und zwar um y Teile zu nahe an A_I, so ergibt sich für die Größe des rechts bzw. links von der wirklichen Röhrenmitte liegenden Teils der Blase:

Fig. 32.

Ermittelung der Neigung mittels der Libelle.

$$\text{bei } w : l + x + y,$$
$$\text{bei } o : l - x - y.$$

Denkt man sich jetzt die Horizontale OW bei W gehoben, so daß die Blasenmitte um weitere z Skalenteile nach B rückt, dann lauten die schließlichen Ablesungen an der Libelle folgendermaßen:

$$38)\quad \begin{aligned} w &= l + x + y + z, \\ o &= l - x - y - z. \end{aligned}$$

Um nun die von der Aufstellung und Einrichtung der Libelle herrührenden Fehler x und y zu eliminieren, wird die Libelle

umgesetzt, so daß in der zweiten Lage A über W und B über O steht. Dadurch wechseln x und y ihr Vorzeichen, z aber bleibt ungeändert, da die Neigung der Unterlage OW dieselbe geblieben ist. In der zweiten Libellenstellung nach dem Umsetzen lauten daher die Ablesungen:

$$\text{38a)} \qquad \begin{aligned} w' &= l - x - y + z, \\ o' &= l + x + y - z. \end{aligned}$$

Das Mittel der Gleichungen 38) und 38a) mit den absoluten Beträgen von w, w', o und o' liefert für die Neigung der Unterlage:

$$\text{39)} \quad z = \frac{1}{2}\left\{\frac{1}{2}(w - o) + \frac{1}{2}(w' - o')\right\} = \frac{(w + w') - (o + o')}{4}.$$

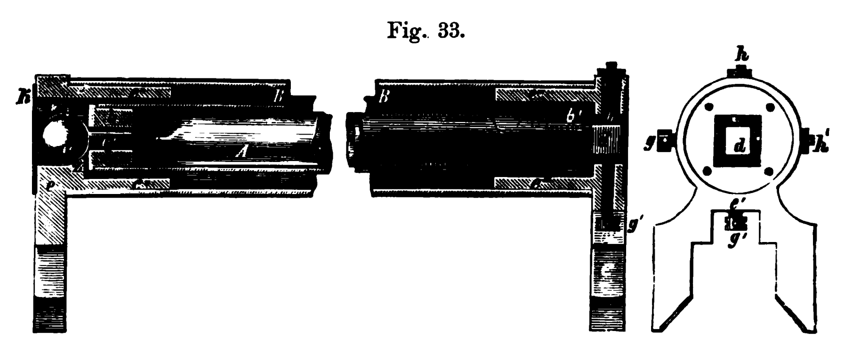
Aus dieser Formel ergibt sich folgende praktische Regel: zur Neigungsbestimmung werden beide Blasenenden vor und nach dem Umsetzen des Niveaus abgelesen, die für je ein Achsenende geltenden absoluten Ablesungen addiert und die Differenzen dieser beiden Summen durch 4 dividiert. Dann resultiert, in Libellenteilen ausgedrückt, die Neigung der Achse, von welcher dasjenige Ende am höchsten ist, dessen Ablesungen die größten Summen ergeben. Durch Multiplikation mit dem Winkelwert eines Libellenteiles (s. S. 160) folgt schließlich die Achsenneigung in Bogensekunden.

Die obigen Formeln gelten für den Fall, daß der Nullpunkt in der Mitte der Libellenteilung sich befindet; liegt derselbe aber an einem Ende der Teilung, deren Bezifferung nach dem anderen Ende hin wächst, so braucht man nur für beide Libellenlagen die entsprechenden Stellungen der Blasenmitte $\{\frac{1}{2}(o + w)$ und $\frac{1}{2}(o' + w')\}$ herzuleiten, deren halbe Differenz alsdann die gesuchte Neigung ergibt. Um das richtige Vorzeichen für die Neigung zu finden, müssen die Stellungen der Blasenenden zur Achse (z. B. ob östlich oder westlich, Kreis-, Klemmen- oder Fernrohrende) genau notiert werden. Hierüber, sowie über die zweckmäßigste Berechnung der Neigungswerte selbst, sollen im folgenden bei Erörterung der ganzen Instrumente (s. S. 152) noch nähere Mitteilungen gemacht werden.

An dieser Stelle nur noch wenige Worte über die eigentlichen Libellenfehler und ihre Berichtigung. Für die von der Fassung und Aufstellung der Libelle herrührenden Fehler x, y, die variabel und nicht voneinander trennbar sind, gilt aus

obigen Gleichungen 38) und 38a) die folgende Relation: $x + y = \frac{(w - o) - (w' - o')}{4}$. Obwohl nun diese Fehler durch Umsetzen der Libelle eliminiert werden, ist es doch aus praktischen Gründen zweckmäßig, jede Libelle vor ihrer Verwendung zu Neigungsermittelungen erst zu berichtigen. Wäre z. B. der Fehler x beträchtlich, so könnte es vorkommen, daß die Libellenblase nach dem Umsetzen überhaupt nicht mehr innerhalb der Teilung einspielt. Man führt diese Berichtigung durch zwei Operationen aus: einmal stellt man die Libellenachse parallel zur Instrumentenachse, auf welcher das Niveau sitzt, und zweitens bringt man beide Achsen in dieselbe Vertikalebene. Zu diesem Zwecke sind an jedem, zur Nivellierung von Achsen bestimmten Niveau, Korrektionsschrauben in der Fassung angebracht (s. Fig. 33), welche die Libellenröhre sowohl im vertikalen, wie im seitlichen Sinne etwas zu bewegen gestatten.

Fig. 33.



Libelle in Reichelscher Fassung und Umhüllung mit senkrechten und horizontalen Korrektionsschrauben.

Will man z. B. die Hauptlibelle auf der Horizontalachse eines Universals berichtigen, so bringt man dieselbe zunächst mittels einer Fußschraube des Unterbaues zum Einspielen; alsdann setzt man die Libelle um und sieht zu, ob die Blase abermals etwa innerhalb eines Teilwertes einspielt oder nicht. Im ersteren Falle ist die Libelle berichtigt, im zweiten dagegen muß man durch geeignete Drehung der vertikalen Schrauben an der Fassung die Libellenblase um die halbe Ausweichung gegen den Nullpunkt zurückführen. Bewegt man nun die vertikal stehende Libelle auf der horizontalen Achse ganz wenig durch Drehung

um die vertikale Mittellage hin und her, so darf die Blase, wenn Libellen- und Instrumentachse in gleicher Vertikalebene liegen, nicht merklich hin- und herpendeln. Geschieht dies dennoch, so muß an den horizontalen Schrauben der Libellenfassung korrigiert werden, bis die durch Libellen- und Horizontalachse gehenden Vertikalebenen zusammenfallen.

Das Universalinstrument.

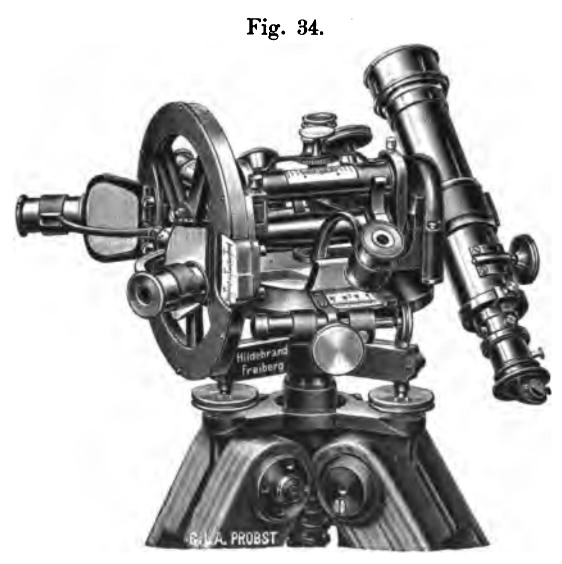
Unter der Bezeichnung astronomischer Theodolit oder, wie man neuerdings ganz allgemein sagt, Universalinstrument, versteht man ein transportabeles, mit Hilfe von drei Fußschrauben entweder auf einem Stativ (s. Fig. 34, 39) oder auf einem Pfeiler (s. Fig. 43) ruhendes Instrument, welches zum Messen horizontaler und vertikaler Winkel eingerichtet ist. Zu diesem Zweck besitzt das Universal, wie es kurz genannt werden mag, ein um zwei zueinander senkrechten Achsen drehbares Fernrohr. Von diesen Achsen muß die eine parallel, die zweite normal zur Ebene des scheinbaren Horizontes am Beobachtungsorte gestellt werden. Die Größe der Drehungswinkel, welche das Fernrohr alsdann im Koordinatensystem des Horizontes (h oder z; A) ausführt, wird an zwei auf den betreffenden Achsen senkrecht stehenden Kreisen abgelesen, von denen der Horizontalkreis die Azimutalwinkel und der Höhenkreis die Vertikalwinkel zu messen erlaubt. Die Mechaniker haben den zu allen geographisch- und geodätisch-astronomischen Orientierungen verwendbaren Universalen so mannigfache äußere Formen gegeben, daß es unmöglich ist, an dieser Stelle alle Abarten zu beschreiben[1]. Es gibt so kleine Universale, daß sie in die hohle Hand zu stellen sind, und wiederum so große, daß eine Person sie kaum zu heben vermag. Hier interessieren besonders die kleineren und möglichst leicht transportabeln, von denen im Folgenden sieben Abbildungen, Instrumente aus den Werkstätten von C. Bamberg, Friedenau, M. Hildebrand, Freiberg i. S. und Heele, Berlin (Figg. 34 bis 40), gegeben sind.

Sache eines jeden Beobachters ist es, nach der von ihm verlangten Genauigkeit und im Hinblick auf die von ihm zu lösen-

[1]) Für eine vollständige Zusammenstellung der verschiedenen Konstruktionen von Universalinstrumenten sei auf Ambronn, Handbuch der astronomischen Instrumentenkunde, Bd. II, S. 814 bis 856, Berlin 1899, verwiesen.

den Aufgaben ein zweckmäßiges Universal auszuwählen und sich auch mit den Besonderheiten seines speziellen Instrumentes vertraut zu machen. Daher sollen an dieser Stelle, ehe die allgemeine Anwendung des Universals besprochen wird, nur die wichtigsten, an ein derartiges Instrument zu stellenden Anforderungen erwähnt werden. Unbedingt muß das an der Horizontalachse sitzende Fernrohr sich durchschlagen lassen, damit ein und dasselbe Objekt in beiden Kreislagen des Instrumentes beobachtet werden kann. Womöglich soll sich auch die Horizontalachse in den Lagern umlegen lassen, damit gewisse Instrumentalfehler, wie z. B. Unterschied der Zapfendicke, Kollimation usw., entweder unmittelbar bestimmt oder wenigstens eliminiert werden können. Diese beiden Forderungen, von denen die erste unbedingt geboten ist, lassen sich am zweckmäßigsten erfüllen durch ein zentrisch, zwischen den Lagern und in der Achsenmitte angebrachtes, gebrochenes Fernrohr (s. Fig. 38). Dasselbe gewährt außerdem den großen Vorteil, den Beobachter in allen Zenitdistanzen mit normaler und gleicher Kopflage horizontal in das Okular sehen zu lassen. Alles dies ist besonders bei kleinen Zenitdistanzen gegenüber den geraden und exzentrischen Fernrohren (s. Fig. 35), selbst nach Anbringung eines vor das Okular zu setzenden Zenitprismas (s. Figg. 35, 36), nicht nur eine Bequemlichkeits-

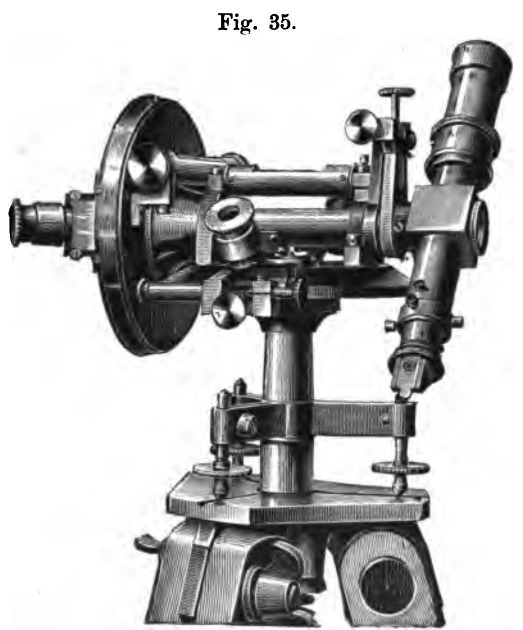
Fig. 34.



Kleinstes Reise-Universal von M. Hildebrand, Freiberg i. S., mit Horizontalkreis von 8 cm und Vertikalkreis von 9,5 cm Teilungsdurchmesser, mit geradem, exzentrischem Fernrohr von 2 cm Öffnung, 15 cm Brennweite und 14 facher Vergrößerung. Die Nonienablesung des in Drittelgrade geteilten Horizontalkreises gibt ganze Minuten, diejenige des ebenso geteilten Höhenkreises dagegen 30″.

einrichtung; vielmehr dürfte die Verwendung gebrochener Fernrohre, auf Grund neuerer Anschauungen über Fehler der Sinneswahrnehmung bei Präzisionsmessungen, zweifellos durch die unveränderte und gleichmäßige Kopfhaltung des Beobachters auch die Güte der Messungen zu erhöhen imstande sein. Diesen erheblichen Vorteilen bei der Benutzung gebrochener Fernrohre, zu denen natürlich auch die in Fig. 40 wiedergegebene Konstruktion (Horizontalachse des Universals als Fernrohr mit einem vor das Objektiv gesetzten und drehbaren Prisma) gerechnet werden muß, stehen zwei bei der Verwendung gerader und exzentrischer Fernrohre sonst vermiedene Nachteile gegenüber. Einmal die Einfügung eines total reflektierenden Prismas an der Stelle, wo Achse und Fernrohr sich kreuzen, zweitens der Mangel eines direkten Anvisierens des einzustellenden Objektes vom Okular aus. Diese früher mit Recht geltend gemachten Übelstände, welche immer wieder zur Konstruktion von Universalinstrumenten mit geraden, exzentrisch liegenden Fernrohren geführt haben, lassen sich jedoch in einfacher Weise beheben. Durch eine zweckmäßige Befestigung jenes die Lichtstrahlen im Fernrohr seitwärts reflektierenden Prismas (s. Fig. 25) fallen alle Bedenken gegen nicht genügende Stabilität des optischen Systems, besonders an kleineren Instrumenten, fort; außerdem sind bei spannungsfreier Herstellung und

Fig. 35.



Kleineres Reise-Universal von C. Bamberg, Berlin-Friedenau, mit geradem, exzentrischem Fernrohr auf einem Stativ. Kreise von 10 cm Durchmesser in schützender Metallumhüllung, Fernrohr von 1,8 cm Öffnung und 13,5 cm Brennweite mit 10 facher Vergrößerung. Kreisablesung mittels je zweier Nonien bis auf 20 Bogensekunden.

Befestigung des total reflektierenden Prismas, eine berechtigte Forderung der modernen Instrumentik, auch keine merklichen Deformationen der Sternbildchen bei Reflexion der Lichtstrahlen

Fig. 36.



Universalinstrument von C. Bamberg, Berlin-Friedenau, mit geradem, exzentrischem Fernrohr und Mikroskopablesung. Kreise von 13,5 cm Durchmesser, direkte Ablesung an den Mikroskopen 10″. Fernrohr von 3,15 cm Öffnung und 24,5 cm Brennweite mit Okularen von 20- und 30 facher Vergrößerung. Außer dem Meßkreis am Fernrohrende noch ein Einstellungskreis am Gegengewicht des Fernrohres.

mehr zu fürchten. Endlich läßt sich zum Zweck der Anvisierung des im Fernrohr einzustellenden Objektes ein einfaches Diopter auf dem Objektivteil des Fernrohres anbringen, was schon häufiger

mit Erfolg geschehen ist, oder es wird bei größeren Universalen ein kleiner und kurzer Sucher mit der Horizontalachse verbunden (vgl. Fig. 39).

Damit die am Universalinstrument gemessenen Vertikal- und Horizontalwinkel den wahren Winkelabständen an der Himmelssphäre oder auf der Erdoberfläche genau entsprechen, müssen im wesentlichen folgende sechs Bedingungen für das Universal erfüllt sein:

1. Vertikale und horizontale Achse müssen aufeinander senkrecht stehen, und zugleich muß jeder Meßkreis normal zu der ihm zugehörigen Achse liegen.

2. Die Drehungsmittelpunkte der beiden Nonien- oder Mikroskopträger müssen mit den Teilungszentren des Horizontal- bzw. Vertikalkreises zusammenfallen.

3. Sowohl der Limbus eines jeden Kreises als auch die Nonien oder Mikroskoptrommeln müssen genau und gleichmäßig geteilt sein.

4. Die Vertikalachse muß lotrecht stehen, also die horizontale Achse parallel der Ebene des Horizontes sein.

5. Am Höhenkreise muß die Verbindungslinie der gegenüberstehenden Nullpunkte der Nonien oder Mikroskope beim Ablesen der Höhenwinkel stets die gleiche Neigung gegen die Horizontalebene haben.

6. Die optische Achse des Fernrohres oder die Visierlinie muß mit der Horizontalachse des Instrumentes genau einen rechten Winkel bilden.

Die drei ersten Bedingungen, welche sich auf die gegenseitige Lage von Achsen und Kreisen, auf die Teilung von Limbus und Ablesevorrichtungen, sowie auf die Exzentrizitätsfehler der Meßkreise beziehen, brauchen für jedes Instrument nur einmal bei Übernahme desselben oder höchstens in längeren Zeiträumen nach etwaigen starken Erschütterungen des Universals geprüft zu werden. Die drei zuletzt genannten Bedingungen dagegen, welche sich auf die Lage der horizontalen Instrumentachse, der Fernrohrvisierlinie und der Nullpunktsverbindung von Nonien oder Mikroskopen beziehen, müssen bei jeder Beobachtungsreihe untersucht werden.

Betrachten wir nunmehr diese einzelnen Fehlerquellen etwas näher, da ihre Kenntnis für die richtige Anwendung des Universals notwendig ist.

Bei einem gut und sorgfältig konstruierten Instrument, wie es von unseren bedeutenderen mechanischen Werkstätten, z. B. C. Bamberg, Berlin-Friedenau, M. Hildebrand, Freiberg i. S. und anderen, geliefert wird, bedürfen die drei ersten Bedingungen kaum einer Nachprüfung. Dies gilt besonders von Forderung 1),

Fig. 37.



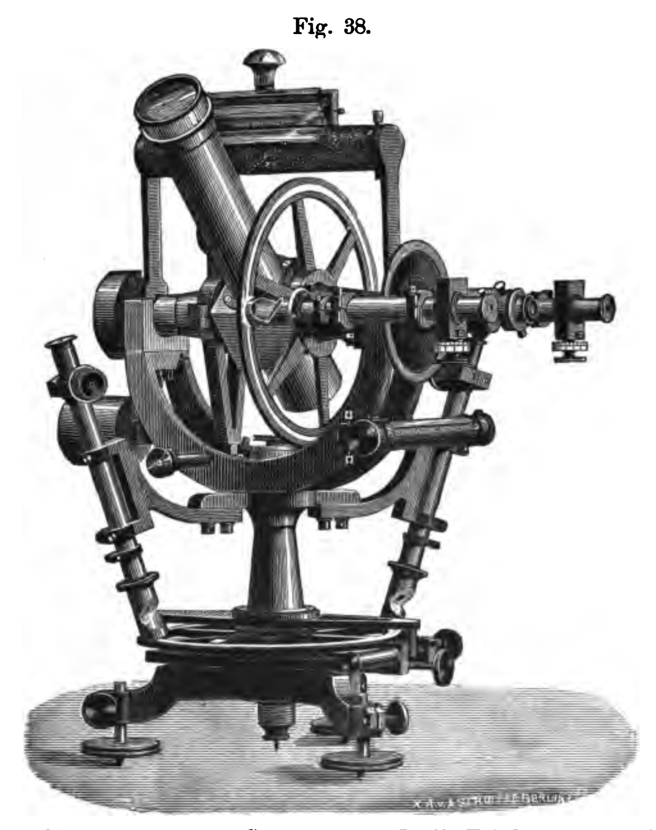
Reise-Universal von M. Hildebrand, Freiberg i. S., mit 13,5 cm großen, zum Repetieren der Winkel verstellbaren, von 10′ zu 10′ geteilten Kreisen und Mikroskopablesung auf 1″ genau. Fernrohr mit besonders großer 6,1 cm Öffnung, 27 cm Brennweite und 20- bzw. 30 facher Vergrößerung. Außer dem Meßkreis ein Einstellungskreis in ganze Grade geteilt und mit Index auf 6′ ablesbar.

senkrechte Lage der Achsen und Kreise zueinander, welche vom Mechaniker auf der Drehbank mit jeder nur wünschenswerten Präzision ausgeführt werden kann.

Sollte etwa das Universal beim Transport auf Reisen erhebliche Erschütterungen oder gar Stöße erlitten haben, so kann man sich auf sehr einfache Weise mittels der vollkommen berichtigten

Hauptlibelle (s. S. 138, 139) davon überzeugen, ob beide Umdrehungsachsen des Instrumentes senkrecht aufeinander stehen. Durch Drehung um die Vertikalachse bringt man die horizontale Achse in Richtung einer Fußschraube des Unterbaues (s. Fig. 41, Richtung II, II) und mit letzterer die Hauptlibelle zum Einspielen.

Fig. 38.



Universalinstrument von C. Bamberg, Berlin-Friedenau, mit gebrochenem, zentrischem Fernrohr und Mikroskopablesung bis auf 5″ direkt. Kreise von 17,5 cm Durchmesser, Fernrohr von 3,6 cm Öffnung und 32,5 cm Brennweite mit 24- und 36 facher Vergrößerung.

Wird jetzt der obere Bau des Instrumentes genau um 180° unter Zuhilfenahme des Horizontalkreises gedreht, so zeigt, falls, wie oben schon erwähnt, keine Libellenfehler vorhanden sind, ein etwaiger Blasenausschlag an, daß die vertikale Drehachse des Instrumentes nicht genau senkrecht zu der das Hauptniveau tragenden Horizontalachse steht. Dieser durch die Blasenabweichung bei zwei

um 180° verschiedenen Kreislagen im doppelten Betrage gemessene Fehler wird zur Hälfte mittels der Korrektionsschrauben am Lager der Horizontalachse solange verbessert, bis die Libelle in beiden Lagen innerhalb eines Skalenintervalles einspielt.

Auch die Forderung 2), daß die Exzentrizitätsfehler der Kreise aus den Messungen verschwinden, erfüllt sich bei sorgfältig konstruierten Instrumenten dadurch, daß im Mittel aus den Ablesungen beider um 180° abstehender Nonien oder Mikroskope jene Exzentrizitätsfehler wenigstens in den Hauptgliedern vollkommen eliminiert werden. Man muß deshalb an den Meßkreisen stets beide Nonien oder Mikroskope ablesen und darf nicht mit einer Notierung sich begnügen.

Was ferner die Forderung 3) genauer Teilungen der Meßkreise nebst Ablesevorrichtungen betrifft, so sind die bei sorgfältiger und mit modernen Präzisionsteilmaschinen vollzogener Bearbeitung der Meßkreise noch übrig bleibenden Teilungsfehler, sowohl zufälliger wie systematischer Natur, derartig klein, daß sie meist unterhalb der mit Reiseuniversalen für geographisch-astronomische Orientierungen erreichbaren Genauigkeitsgrenze liegen werden. Außerdem wird der Einfluß jener Teilungsfehler auf die Messungsergebnisse einmal dadurch vermindert, daß jeder Kreis an zwei um 180° voneinander entfernten Stellen abgelesen wird, und zweitens dadurch häufig verringert, daß die Winkeleinstellungen sich noch durch Drehung des Kreises auf der Achse an anderen Stellen des letzteren wiederholen oder repetieren lassen. Sind, wie dies neuerdings vielfach und mit Vorteil selbst bei kleineren Universalinstrumenten geschieht, Mikroskope zur genaueren Kreisablesung vorhanden, so müssen die Mikroskope auch richtig zum Kreise justiert und streng genommen sogar die Fehler der Meßschraube am Okularmikrometer des Mikroskops in Betracht gezogen werden. Was den ersten Punkt betrifft, der sich insbesondere auf den sog. Runfehler und die genau um 180° 0′ voneinander abstehende Lage der beiden Nullmarken oder Kimmen in den Mikroskopen bezieht, so kann an dieser Stelle auf frühere Erörterungen (s. S. 129) verwiesen werden, in welchen bei Besprechung der Meßkreise und ihrer Ablesevorrichtungen alles notwendige gesagt worden ist. Hinsichtlich der Fehler von Meßschrauben am Mikroskop sei erwähnt, daß dieselben für Winkelmessungen

an Reise-Universalen zum Zweck geographischer Orientierungen meist ganz vernachlässigt werden können. In einer zuverlässigen mechanischen Werkstätte geschieht das Schneiden von Schraubengewinden zu Meßzwecken derartig genau, daß die etwa noch übrig bleibenden Schraubenfehler periodischer oder fortschreitender Art unter der für die vorliegenden Messungen erreichbaren Genauigkeitsgrenze liegen.

Ganz anders verhält es sich dagegen mit den Bedingungen 4) bis 6), welche sich auf die Neigung der horizontalen Achse, auf die Korrektion für Angabe des Höhenniveaus und auf den Kollimationsfehler des Fernrohres beziehen.

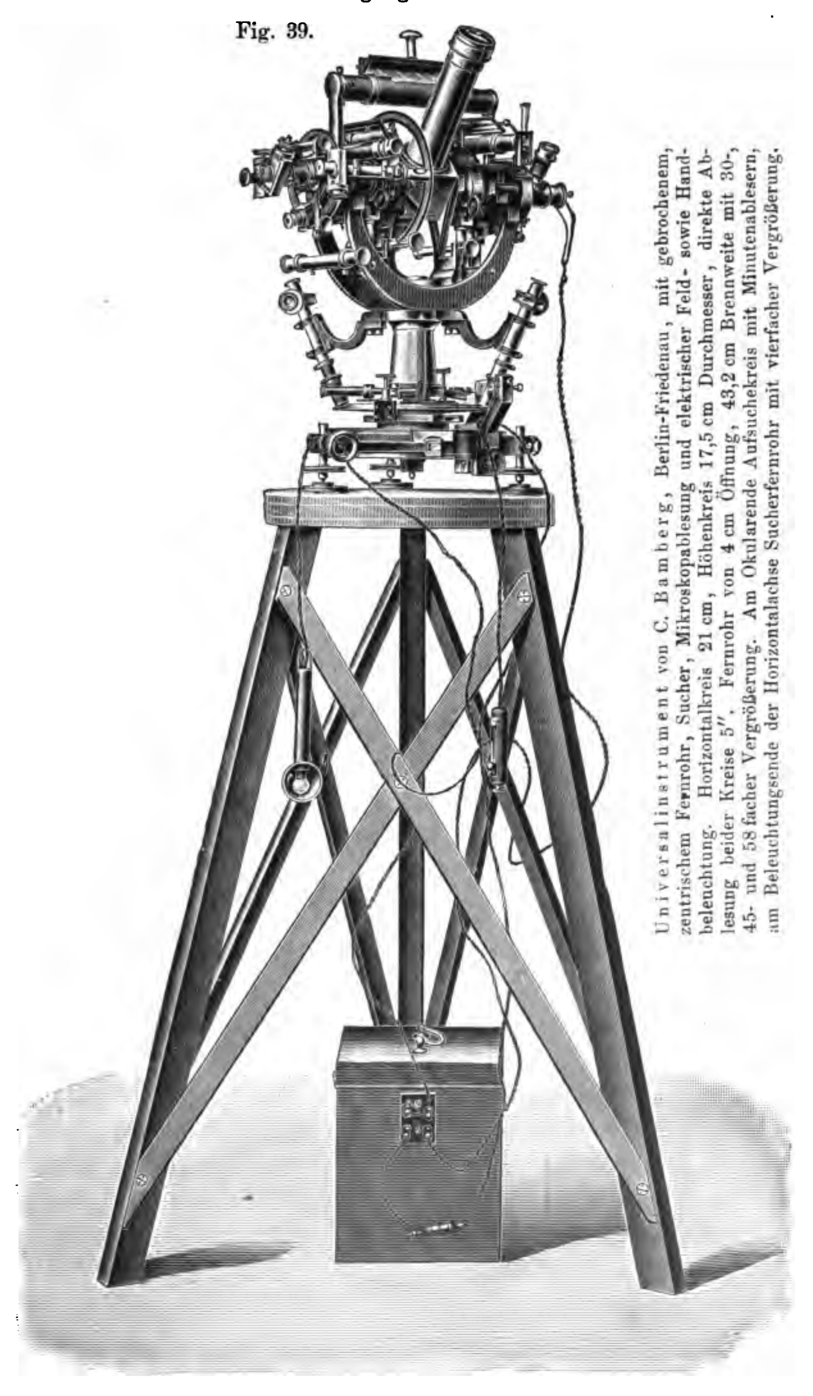
Diese Fehler können dauernd nicht vom Mechaniker korrigiert werden, sie sind bei jeder Messungsreihe zu bestimmen und sollen nunmehr im einzelnen ausführlich zur Erörterung gelangen.

4. Bedingung. Wagerechte Stellung der horizontalen Achse. Zunächst ist das Universalinstrument genau zu nivellieren, indem mit Hilfe der drei Fußschrauben am Unterbau das auf die horizontale Achse gesetzte Hauptniveau zum Einspielen gebracht und dadurch die vertikale Umdrehungsachse lotrecht gestellt wird. Zu diesem Zwecke dreht man die Horizontalachse möglichst parallel zur Verbindungslinie zweier Fußschrauben, z. B. s_1 und s_2, also wie in der schematischen Zeichnung des Unterbaues (Fig. 41) angedeutet, parallel der Richtung *I*, *I*. Durch gleich große, aber entgegengesetzt ausgeführte Drehung der beiden Fußschrauben s_1, s_2 bringt man die Blasenmitte des Hauptniveaus zum Einspielen auf die Teilungsmitte. Hierauf dreht man den beweglichen Oberteil des Instrumentes im Azimut um 90°, bis die Horizontalachse parallel der Richtung *II*, *II*, also der Verbindungslinie zwischen der dritten Fußschraube s_3 und der Instrumentenmitte *C* steht. Nunmehr stellt man die Hauptlibelle mittels der dritten Fußschraube s_3 ein und dreht das Niveau nochmals in die Lage *I*, *I* zurück, um etwaige kleine Ausschläge derselben wiederum durch gleich große, aber entgegengesetzte Drehung der Fußschrauben s_1, s_2 zu korrigieren. Diese ganze Nivellierungsoperation wird so oft wiederholt, bis die Hauptlibelle etwa innerhalb eines Skalenteiles in allen Azimutstellungen der Horizontalachse einspielt. Bei einiger Übung gelingt es meist in wenigen Minuten, die vertikale Drehachse des

Universals genau genug senkrecht zu stellen und folglich auch die dazu normale (s. S. 144) Horizontalachse sehr nahe in den scheinbaren Horizont des Beobachtungspunktes zu bringen. Bedingung hierfür ist allerdings, daß vorher die Fehler der Libelle selbst hinreichend berichtigt sind, worauf schon früher (s. S. 138) bei Besprechung der Einrichtungen des Niveaus hingewiesen ist, an dieser Stelle jedoch nochmals besonders eingegangen werden soll. Will man mittels einer auf zylindrischer Achse sitzender Libelle erstere horizontal stellen, so müssen für die letztere zwei Bedingungen erfüllt sein: erstens soll die Längsachse der Niveauröhre in derselben, durch die Umdrehungsachse des Instrumentes gelegten Vertikalebene mit der Horizontalachse sich befinden und zweitens soll die Längsachse der Libelle in jener Ebene parallel der zu nivellierenden Horizontalachse des Universals sein. Die erste Bedingung erfüllt man durch die schon früher (s. S. 138) erwähnte seitliche Korrektion der Niveauröhre, indem die ganze mit einem kleinen Spielraum auf den zylindrischen Zapfen der Horizontalachse sitzende Libelle ein wenig um jene Achse gedreht und eine etwaige Ortsveränderung der Blase mittels der horizontalen Korrektionsschraube g an der Niveaufassung (siehe Fig. 33) beseitigt wird. Dreht der Beobachter z. B. die Libellenröhre zu sich hin und findet dabei einen Blasenausschlag nach rechts, so kreuzt die Röhrenachse die Drehungsachse derart, daß die rechte Libellenrohrseite vom Beobachter weiter entfernt ist als die linke. Er muß dann die horizontale Korrektionsschraube g etwas hineindrehen, bis die Libellenblase bei kleiner Drehung der Röhre ihren Ort nicht mehr ändert. Zur Vermeiduug schädlicher Spannungen sind, falls je zwei horizontale und vertikale Schrauben an der Fassung sein sollten, dieselben vorsichtig zu lockern und anzuziehen.

Nun vollzieht man die zweite, früher (s. S. 138) auch schon erwähnte vertikale Korrektion der Niveauröhre, durch welche die Längsachse der letzteren überall gleiche Abstände von der Horizontalachse erhalten soll. Hierzu wird die letztere durch azimutale Drehung des oberen Instrumententeiles in Richtung einer Fußschraube gestellt und mit derselben die Niveaublase zum Einspielen auf die Teilungsmitte gebracht. Jetzt ist die Libelle umzusetzen, so daß z. B. ihr linker Fuß auf demjenigen Zapfen-

Fig. 39.



Universalinstrument von C. Bamberg, Berlin-Friedenau, mit gebrochenem, zentrischem Fernrohr, Sucher, Mikroskopablesung und elektrischer Feld- sowie Handbeleuchtung. Horizontalkreis 21 cm, Höhenkreis 17,5 cm Durchmesser, direkte Ablesung beider Kreise 5″. Fernrohr von 4 cm Öffnung, 43,2 cm Brennweite mit 30-, 45- und 58 facher Vergrößerung. Am Okularende Aufsuchekreis mit Minutenablesern, am Beleuchtungsende der Horizontalachse Sucherfernrohr mit vierfacher Vergrößerung.

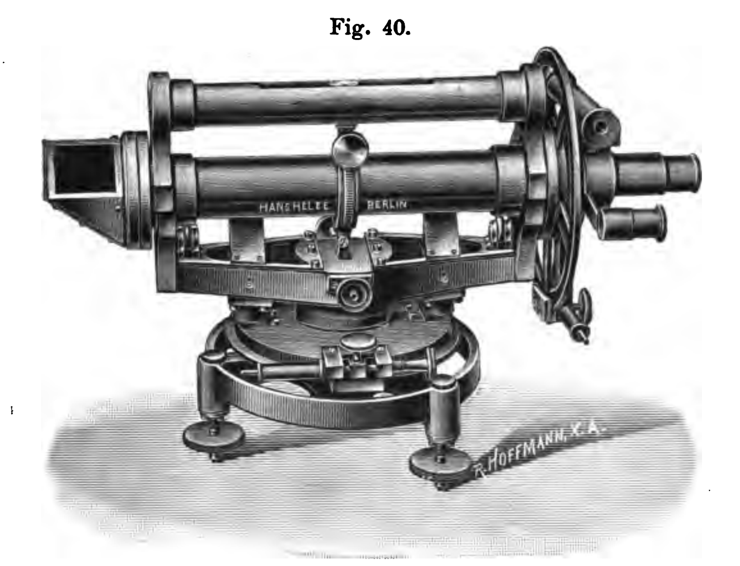
ende der Horizontalachse aufsitzt, welches vorher den rechten trug. Spielt die Blase in dieser zweiten Lage des Niveaus nicht mehr ein, so muß der eine Libellenfuß durch Drehung der vertikalen Korrektionsschraube g' (s. Fig. 33) verkürzt oder verlängert werden, je nachdem die Blase zu ihm hin oder von ihm fort ausschlägt. Hierbei darf jedoch nur die Hälfte jenes Ausschlages durch vorsichtiges Lockern und Anziehen der Schraube korrigiert werden. Danach wird die Libelle durch Drehen derselben Fußschraube wiederum zum Einspielen gebracht, nochmals umgesetzt, und die vertikale Korrektion von neuem ausgeführt, bis die Blase innerhalb eines Skalenteiles in den beiden, um 180° verschiedenen Niveaulagen stehen bleibt. Es bedarf einiger Übung und einer ruhigen Hand, um diese Forderung durch wiederholtes Umsetzen und Korrigieren zu erfüllen, wobei immer beachtet werden muß, daß nur die Hälfte des Blasenausschlages an der Libellenfassung korrigiert werden darf. Aber, selbst wenn diese Korrektur ganz genau gelungen sein sollte, so werden doch sehr bald thermische und mechanische Einwirkungen wieder kleine Höhenfehler der Libelle hervorbringen, die bei Neigungsbestimmungen dadurch unschädlich zu machen sind, daß die Libelle vor und nach dem Umsetzen abgelesen wird, wie schon früher (s. S. 137) näher erörtert wurde.

Hat man nun das Universal genau nivelliert, indem durch geeignetes, vorher beschriebenes Drehen der drei Fußschrauben die Hauptlibelle in allen Azimutlagen des Instrumentes innerhalb desselben Teilintervalles der Niveauskala zum Einspielen gebracht wurde, so gelingt es dennoch niemals, die Neigung i der Horizontalachse gegen den Horizont vollkommen gleich Null zu machen. Mannigfache und wechselnde Temperatur- wie Druckeinwirkungen verändern diese Neigung beständig in kleinen Grenzen. Es ist deshalb notwendig, den Neigungswinkel der Horizontalachse vor und nach jeder Beobachtungsreihe mit dem korrigierten Hauptniveau durch Umsetzen desselben zu bestimmen. Wie dies geschieht, ist schon früher bei Besprechung der Libelle erörtert worden (s. S. 136), auf welche daher verwiesen werden kann.

Es erübrigt hier nur noch, sich über das Vorzeichen bei Herleitung des Neigungsbetrages i zu verständigen, da von demselben die etwaige Verbesserung der Messungen abhängt. Man bezieht ganz allgemein die Neigung auf ein bestimmtes Ende der

Horizontalachse, z. B. bei Universalen mit geradem, exzentrischem Fernrohr und symmetrisch dazu auf der anderen Seite angebrachtem Kreise (s. Fig. 34), auf das sog. Kreisende der Horizontalachse, bei Universalen, an denen das gerade Fernrohr auf derselben Seite mit dem Kreise sitzt (s. Figg. 36, 37), auf das entgegengesetzte, sog. Klemmenende der Horizontalachse und bei Universalen mit gebrochenem, zentrischem Fernrohr, wo der Kreis auf der Okularseite sich befindet (s. Fig. 39), gleichfalls auf das Klemmenende der Horizontalachse, also auf die dem Okular-

Fig. 40.



Reise-Universal von H. Heele (Berlin) nach Angaben des Verfassers. — Horizontalachse drehbar, als Fernrohr mit Prisma vor dem Objektiv (Steinheilsches Prinzip), nebst Kugel- und Zylinderführung der Achsen.

ende entgegengesetzte Achsenseite. Die Neigung i der Horizontalachse gegen den Horizont wird positiv gerechnet, wenn die über jenes Kreis- oder Klemmenende des Universals hinaus verlängert gedachte Hauptachse das scheinbare Himmelsgewölbe oberhalb der Horizontebene trifft; negativ, wenn sie das Firmament unterhalb der scheinbaren Horizontlinie schneidet. Hierfür sei, um Verwechselungen auszuschließen, ein einfaches Schema gegeben, welches sich bei jedem Universal verwenden läßt. Die Ablesungen der Libellenblase mögen in der ersten Niveaulage mit l_k und l_f, nach Umsetzen des Niveaus mit l'_k und l'_f bezeichnet werden, wo

der Index k das dem Kreis- oder Klemmenende, und der Index f das dem Fernrohr- oder Okularende der Hauptachse zunächst liegende Blasenende markieren soll. Dann sind die beiden Fälle zu unterscheiden, daß der Nullpunkt der Niveauteilung in der Mitte oder an einem Ende der Libellenröhre liegt.

Im ersteren Falle ergibt sich die Neigungsbestimmung nach folgendem Schema:

$$40) \quad \begin{matrix} +\, l_k \\ +\, l'_k \end{matrix} \; \overset{1}{\underset{2}{\times}} \; \left.\begin{matrix} -\, l_f \\ -\, l'_f \end{matrix}\right\} i = \frac{(l_k - l'_f) + (l'_k - l_f)}{4}.$$

Die k-Enden der Libellenblase erhalten stets das positive, die f-Enden das negative Vorzeichen, und die das Niveauumlegen bezeichnenden gekreuzten Linien geben durch Pfeilrichtung, sowie Nummer an, in welcher Weise die Zählerglieder im obigen Ausdrucke für i zu bilden sind. Hat man z. B. bei einem von der Mitte aus geteilten Niveau die Blasenablesungen in der ersten Lage am k-Ende zu 5,0, am f-Ende zu 6,5 und die entsprechenden Zahlen nach dem Umlegen zu 6,0 und 5,5 gefunden, so bildet man folgendes Schema:

$$\begin{matrix} k \\ +\, 5{,}0 \\ +\, 6{,}0 \end{matrix} \; \overset{1}{\underset{2}{\times}} \; \left.\begin{matrix} f \\ -\, 6{,}5 \\ -\, 5{,}5 \end{matrix}\right\} i = \frac{(-0{,}5) + (-0{,}5)}{4} = -0^p{,}25.$$

Zur Kontrolle für die Richtigkeit dieses Schemas dient die Herleitung der Stellung für die Blasenmitten, welche vor dem Umsetzen 0,75 nach der f-Seite, nachher 0,25 nach der k-Seite, also im Mittel $\frac{0{,}75 - 0{,}25}{2} = 0{,}25$ nach der f-Seite ergibt. Da nun die Stellung der Blasenmitte anzeigt, daß das f-Ende am Instrument höher liegt, erhält die Neigung das negative Vorzeichen, wie aus den vorangehenden Darlegungen unmittelbar folgt.

Im zweiten Falle der Libellenteilung vom Ende aus gilt zur Neigungsbestimmung das folgende Schema:

$$40\text{a}) \quad \begin{matrix} 0 \text{ am } k\text{-Ende:} -a_k \\ 0 \text{ am } f\text{-Ende:} +a'_k \end{matrix} \; \overset{1}{\underset{2}{\times}} \; \left.\begin{matrix} -\, a_f \\ +\, a'_f \end{matrix}\right\} i = \frac{(-a_k + a'_f) + (a'_k - a_f)}{4}.$$

Jetzt erhalten in derselben Niveaulage beide Blasenenden gleiches Vorzeichen, +, wenn der Libellennullpunkt am f-Ende (Fernrohr- oder Okularende), —, wenn er am k-Ende (Kreis- oder Klemmenende) des Universals liegt. Sonst vollzieht sich die

Kombination der vor und nach dem Niveauumsetzen geltenden Werte wie im ersten Falle. Hat man z. B. bei einer vom Ende aus geteilten Libelle in der ersten Niveaulage (Nullpunkt am k-Ende) die Ablesungen 18,5 bzw. 38,0 und in der zweiten (Nullpunkt am f-Ende) die Zahlenwerte 39,5 bzw. 20,0 erhalten, so wird folgendes Schema gebildet:

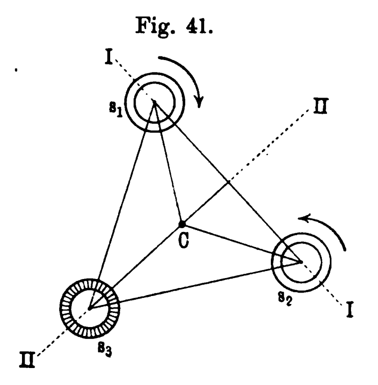
$$\begin{array}{lrcr} \text{Nullpunkt am } k\text{-Ende:} & -18{,}5 & \overset{1}{\searrow}\nearrow & -38{,}0 \\ \text{Nullpunkt am } f\text{-Ende:} & +39{,}5 & \underset{2}{\nearrow}\searrow & +20{,}0 \end{array}\Bigg\}$$

$$i = \frac{(+1{,}5) + (+1{,}5)}{4} = +0^p{,}75.$$

Zur Kontrolle dient wiederum die Herleitung für die Stellung der Blasenmitten, die in der ersten Lage 28,25, in der zweiten 29,75, also im Mittel den Neigungswert $\frac{29{,}75 - 28{,}25}{2} = 0^p{,}75$ ergibt. Das positive Vorzeichen dieses Betrages von i folgt aus der in der zweiten Lage größeren Zahl 29,75, welche anzeigt, daß die Niveaublase sich nach dem höheren k-Ende hin bewegt hat.

Es empfiehlt sich, zur Vermeidung von Fehlern in den Vorzeichen die Neigung i stets auf ein und denselben Endpunkt der Horizontalachse (Kreis- oder Klemmenende) zu beziehen und i stets positiv zu rechnen, wenn jenes Ende höher liegt als das entgegengesetzte. Je nach der Orientierung des Universals, ob das Fernrohr z. B. nach dem Meridian oder nach dem ersten Vertikal zeigt, kann natürlich die Neigung auch z. B. auf das Westende oder auf das Nordende der Horizontalachse bezogen werden.

Fig. 41.



Benutzung der Fußschrauben am Universal zur Nivellierung des Instrumentes usw.

Bei den bisher durchgeführten Neigungsermittelungen sind hinsichtlich der beiden an den Enden der Horizontalachse befindlichen zylindrischen Stahlzapfen zwei Voraussetzungen gemacht worden, die im allgemeinen bei einem guten Universal zwar zutreffen werden, immerhin jedoch einer gelegentlichen Prüfung bedürfen. Erstens ist vorausgesetzt worden, daß die Durchmesser

beider Zapfen gleich sind, und zweitens, daß ihre Begrenzungsform von der eines Kreises nicht abweicht. Um etwaige Unregelmäßigkeiten in der Form zu prüfen, wird die Hauptlibelle des Universals in allen möglichen Zenitdistanzen des Fernrohres abgelesen, z. B. nach Drehungen desselben um die horizontale Achse von 10° zu 10°. Bezeichnet i_0 das Mittel aller auf solche Weise gefundenen Neigungen, i' die Neigung in einer bestimmten Zenitdistanz z', so können aus den Unterschieden $i_0 - i'$ Indizien für stärkere Abweichung der Zapfengestalt von der Kreisform entnommen werden. Wirkliche Verbesserungen der Nivellierungsergebnisse, wie sie bei den vorliegenden Aufgaben im allgemeinen nicht vorkommen werden, verlangen jedoch noch andere und vollständigere Untersuchungen der Zapfengestalt. Die Korrektion wegen Ungleichheit der Zapfenhalbmesser bei sonst genauer Kreisform wird aus einer größeren Anzahl von Neigungsermittelungen in beiden Kreislagen des Instruments nach Umlegung der horizontalen Achse in ihren Lagern gefunden. Bezeichnet i_r das Mittel der Neigungen für Kreis rechts und i_l dasselbe für Kreis links, so ist die Korrektion für Zapfenungleichheit $\eta = \frac{i_r - i_l}{4}$, wobei die im allgemeinen zutreffende Voraussetzung gemacht wird, daß die Winkelform für die Lager der Achse und der Libelle die gleiche ist.

Die bisher für die Nivellierung und Neigungsbestimmung des Universalinstruments durchgeführten Angaben beziehen sich immer noch auf Intervalle oder partes der Niveauteilung ($1p = 1$ Pariser Linie $= 2^1/_4$ mm), deren Bezifferung zweckmäßig vom Mechaniker auf der geteilten Libellenröhre eingeätzt wird, sonst aber vom Beobachter auf einem schmalen, längs der Skala auf die Röhre geklebten Papierstreifen einzuschreiben ist. Da jedoch die Neigung zur Reduktion der Messungen auf die Ebene des Horizontes in Bogenmaß bekannt sein muß, ist es nötig, den Winkelwert zu kennen, der einem Skalenteil der Libelle entspricht. Dieser sog. „Niveauwert“, für welchen die Angabe des Mechanikers nur einen ersten Anhalt bietet, muß vom Beobachter selbst, vor Benutzung des Instruments, ermittelt werden. Jene Untersuchung soll bei Besprechung der Anwendung des Universals (s. S. 160) ausführlich zur Erörterung gelangen, und zwar nicht nur für das eben erwähnte, auf der Horizontalachse sitzende Hauptniveau, sondern

zugleich für das nunmehr zu besprechende Höhenniveau, welches zum Vertikalkreise gehört.

5. Bedingung. Die Kontrolle der Lage des Nonien- oder Mikroskopträgers. An dem Rahmen oder den Armen, welche die Nonien oder Mikroskope des Höhenkreises tragen (s. Figg. 34 u. 37), befindet sich parallel zur Ebene des Höhenkreises und in fester, aber justierbarer Verbindung mit dem Nonien- oder Mikroskopträger ein Höhenniveau, welches vor jedesmaliger Ablesung des Höhenkreises die Lage der Trägerarme mittels Mikrometerschraubeneinstellung (*m* Fig. 42) zu kontrollieren gestattet. Diese Trägerarme sitzen bei älteren oder kleinen Universalen mit Nonienablesung an einer Buchse, welche auf das Kreisende der Horizontalachse gepaßt ist (s. Fig. 42); bei Instrumenten mit Mikroskopablesung (s. Fig. 37) sind die Mikroskopträger direkt an den Lagerböcken der Horizontalachse befestigt oder auch auf die Achse aufgesteckt. Erstere Einrichtung ist für die Genauigkeit der Höhenmessungen wesentlich vorteilhafter.

Gelegentlich kommen wohl auch ganz kleine, nur zur genäherten geographischen Orientierung dienende Reiseuniversale vor, an deren lediglich auf Bogenminuten ablesbaren Höhenkreisen die Höhenlibelle fehlt und die Nonienarme einfach durch die Nivellierung des ganzen Instrumentes in konstanter Lage zur Vertikale erhalten werden. Solche Universalinstrumente können jedoch im allgemeinen nicht empfohlen werden, da für rohere Beobachtungen der später zu beschreibende Libellenquadrant (s. Fig. 46) einen wesentlich geeigneteren und handlicheren Apparat darstellt.

Bei den genaueren Universalen, die stets mit Höhenniveau versehen sind, bringt man vor jeder Ablesung des Höhenkreises die Höhenlibelle zum Einspielen und liest beide Blasenenden derselben ab. Für jede, selbst die kleinste Neigung des Nonien- oder Mikroskopträgers muß das Mittel der zugehörigen Kreisablesungen verbessert werden. Das Vorzeichen, mit welchem die in Bogenmaß (s. S. 160) ausgedrückte Abweichung der Blasenmitte von der Teilungsmitte der Libelle an die Ablesung des Höhenkreises anzubringen ist, bestimmt sich für jedes Instrument durch eine einfache Überlegung, unter Berücksichtigung der Richtung, in welcher die Kreisteilung wächst. Nimmt man, wie dies in

Fig. 42 geschehen und auch fast durchgängig der Fall ist, an daß die Höhenkreisteilung, von vorn gesehen, im Sinne des Uhrzeigers wächst, so bekommen die Ausschläge am Höhenniveau rechts von der Teilungsmitte das positive und links das negative Vorzeichen. Schlägt nämlich die Libellenblase nach rechts aus, so steht der Nonienträger nach rechts zu hoch, die Kreisablesungen werden zu klein, und die Neigungskorrektion muß daher mit dem Pluszeichen angebracht werden. Umgekehrt liegen die Verhältnisse, wenn das linke Ende des Noniusträgers zu hoch ist. Da diese Vorzeichenangabe für jedes Instrument konstant bleibt, kann man die Enden der Niveauröhre ein für allemal mit + und — markieren, im obigen Falle (Fig. 42) das linke Ende der Höhenlibelle mit dem negativen, das rechte mit dem positiven Vorzeichen. Den Betrag der Abweichung zwischen Teilungsmitte und Blasenmitte des Höhenniveaus findet man, wenn die mit dem richtigen Vorzeichen versehenen Ablesungen der Blasenenden addiert und durch zwei dividiert werden.

Fig. 42.



Höhenkreis eines Universals mit Höhenlibelle am Nonienträger. Die Pfeile bezeichnen die Richtung der wachsenden Kreisteilung; die Vorzeichen auf der Libelle geben den Sinn an, in welchem die Höhenkorrektion an die Kreisablesungen anzubringen ist.

6. Bedingung. Visierlinie des Fernrohres und Horizontalachse des Instrumentes sollen senkrecht zueinander stehen. Die optische Achse des Fernrohres, gebildet durch die Verbindungslinie der Mittelpunkte von Objektiv und Fadennetz, muß senkrecht auf der Horizontalachse des Universals stehen, worunter mathematisch die Verbindungslinie der geometrischen Achsen beider zylindrischer Stahlzapfen zu verstehen ist. Nur dann beschreibt die Absehenslinie eines auch sonst fehlerfrei im horizontalen Koordinatensystem aufgestellten Universalinstruments wirklich einen zum Horizont normalen größten Kreis oder einen Vertikalkreis am Himmel. Mit Hilfe besonderer kleiner Korrektionsschrauben in der Nähe des Okulars, die das Fadennetz oder vielmehr die ganze Fadenplatte im horizontalen Sinne innerhalb

der Fokalebene des Fernrohres etwas zu verschieben gestatten (s. Figg. 34, 35, 37), soll die obige Forderung so genau als möglich erfüllt werden. Man stellt hierzu eine nahe dem Horizont gelegene terrestrische Marke scharf auf den mittelsten Vertikalfaden ein, legt die Horizontalachse des Instrumentes um und korrigiert, falls nach dem Umlegen der Mittelfaden nicht mehr auf die Marke einspielt, mit den Schrauben der Fadenplatte die Hälfte jener Abweichung. Bei Universalen ohne umlegbare Horizontalachse wird die zweite Einstellung nach Drehung des Oberbaues um 180° ausgeführt und der etwaige Unterschied von 180° 0′ 0″ nach Ermittelung desselben am Azimutalkreise ebenfalls zur Hälfte verbessert. Das später zu besprechende Parallaxenglied bei exzentrischer Fernrohrlage (s. S. 159) kann bei dieser Korrektur am Instrument zunächst vernachlässigt werden.

Nur selten wird aber die vollkommene Senkrechtstellung von optischer und horizontaler Achse gelingen, und selbst auch dann nur vorübergehend, weil jederzeit thermische, sowie mechanische Einwirkungen auf das Instrument diese ideale Stellung der beiden Achsen verändern. Es muß daher auf Grund besonderer Messungen bei jeder Beobachtungsreihe festgestellt werden, wie groß die Abweichung des Winkels zwischen optischer und horizontaler Achse von 90° oder der sog. Kollimationsfehler c des Fernrohres ist. Dieser Kollimationsfehler, der übrigens positiv gerechnet wird, wenn der Winkel zwischen den Richtungen nach dem Kreis- oder Klemmenende der Horizontalachse und nach dem Mittelpunkte des Objektivs über 90° beträgt, läßt sich für Reiseuniversale in einfacher Weise terrestrisch oder astronomisch bestimmen.

Am schnellsten geht die terrestrische Ermittelung von c durch Messung der Azimutalrichtung nach einem möglichst weit entfernten irdischen Objekte in beiden Kreislagen des Instrumentes. Der betreffende Gegenstand, z. B. die Spitze eines Signales, wird genau in die Mitte des Fadennetzes im Fernrohr eines gut nivellierten Universals eingestellt und der Azimutalkreis scharf an beiden Nonien oder Mikroskopen abgelesen; dann dreht man den Oberteil des Instrumentes um 180° im Azimut, schlägt das Fernrohr durch, bringt auch in dieser zweiten Lage des Instrumentes dasselbe Objekt genau in die Fadennetzmitte und liest wiederum den Azimutalkreis scharf ab. Offenbar müßten diese beiden Ab-

lesungen am Horizontalkreise, welche zu den Stellungen Vertikalkreis oder Klemme rechts und links vom Beobachter gehören, genau um 180° voneinander verschieden sein, wenn, abgesehen von etwaigen Einstellungs- und Teilungsfehlern, kein Kollimationsfehler c vorhanden wäre. Ist aber c merklich groß, so ergibt sich dieser Fehler, wenn L_r das Mittel der Azimutalablesungen bei K. R. und L_l dasselbe bei K. L. bezeichnet, aus der einfachen Relation:

$$41) \qquad c = \pm \frac{L_r - (180^0 + L_l)}{2}.$$

Das positive Vorzeichen bezieht sich auf den fast bei allen neueren Universalen zutreffenden Fall, daß die Kreisteilung im Sinne des Uhrzeigers wächst und bei azimutalen Drehungen die Nonien oder Mikroskope sich bewegen, während der Kreis feststeht. Dasselbe Vorzeichen würde auch für die seltene und völlig entgegengesetzte Einrichtung gelten, wenn bei umgekehrter Kreisteilung die Nonien oder Mikroskope fest blieben.

Das negative Vorzeichen in Formel 41) ist dann anzuwenden wenn die Kreisteilung zwar im Sinne des Uhrzeigers wächst, aber statt der Nonien oder Mikroskope der Kreis sich dreht, oder wenn bei entgegengesetzter Teilung für horizontale Drehungen des Universals der Kreis fest bleibt.

Übrigens gilt die Formel 41) zur terrestrischen Bestimmung des Kollimationsfehlers in obiger einfachster Form auch nur für die beiden speziellen Fälle, daß die Zenitdistanz des eingestellten Objekts nicht erheblich von 90° abweicht und das Fernrohr am Universal zentrisch liegt. Der erste Fall ist bei terrestrischen Ermittelungen des Kollimationsfehlers der gewöhnliche; alsdann erhalten die aus der späteren allgemeinen Formel 41b) ersichtlichen Projektionsfaktoren $\sin z$ bzw. $\cos z$ die Werte 1 bzw. 0, und die Kreisablesungen L_r, L_l können unmittelbar, ohne Rücksicht auf eine etwaige kleine Neigung i, am Universal verwendet werden Liegt aber, wie dies häufig vorkommt, das Fernrohr des Universalinstruments exzentrisch, so verlangt die obige einfache Formel 41) noch ein kleines, vom endlichen Verhältnis der Objektentfernung zur Horizontalachsenlänge herrührendes Korrektionsglied. Dasselbe kann als ein Parallaxenglied, resultierend aus der Einstellung

desselben terrestrischen Objekts in beiden Kreislagen, bezeichnet werden und hat, wenn D die Objektentfernung, d die Achsenlänge in gleichem Längenmaß ist, in Bogensekunden ausgedrückt, folgende Form: $\frac{d}{2\,D\,\sin 1''}$. Die vollständige Formel zur terrestrischen Bestimmung des Kollimationsfehlers [1]) lautet daher:

$$41\,a)\qquad c = \pm\frac{L_r - (180^0 + L_l)}{2} - \frac{d}{2\,D\,\sin 1''}.$$

Weniger bequem als die eben besprochene terrestrische ist die astronomische Ermittelung des Kollimationsfehlers am Universal aus azimutalen Einstellungen eines Punktes am Himmel in beiden Lagen des Vertikalkreises nach Drehung des Instrumentoberbaues um 180° und mit Durchschlagen des Fernrohres. Die wesentliche Bedingung, daß zwischen den Messungen in der ersten und zweiten Kreislage das Azimut des Gestirns sich nicht ändert, ist nur in einem speziellen Falle erfüllbar, nämlich für polnahe Sterne in ihren größten östlichen oder westlichen Digressionen (s. S. 17). Dann ändern dieselben, selbst innerhalb mehrerer Zeitminuten, ihr an sich schon sehr kleines Azimut für die vorliegenden Messungen nur unmerklich wenig [2]). In nördlichen Breiten ist der Polstern α Ursae minoris, zweiter Größenklasse, in südlichen Breitenzonen der Polstern σ Octantis, 5,5. Helligkeit, am geeignetsten für diese Messungen.

Wählt man für die entsprechenden Azimutaleinstellungen des Polsternes die obigen Bezeichnungen mit dem Index $*$ und führt man die nunmehr am Höhenkreise wenigstens genähert abzu-

---

[1]) Auf permanenten Stationen, wo es unter Umständen wichtig ist, den Kollimationsfehler, sowie vielleicht auch die Meridianstellung eines größeren exzentrischen Universalfernrohres im Azimut dauernd zu kontrollieren, ließe sich die obige Parallaxenkorrektion einfach dadurch beseitigen, daß man in größerem Abstande vom Pfeiler des Universals ein besonderes Meridianzeichen anbringt. Diese sog. Mire, welche in nordsüdlicher Richtung vom Universal aufzustellen ist, müßte auf einer parallel zur Horizontalachse des Universals stehenden Platte zwei um die Länge jener Instrumentachse abstehende, im Fernrohr anzuvisierende Punkte enthalten.

[2]) Auf die drei genauesten, aber für Reiseuniversale weniger geeigneten Methoden zur Ermittelung der Kollimation, nämlich aus Polsterndurchgängen mit Umlegen der Horizontalachse, aus Nadireinstellungen mit dem Quecksilberhorizont und endlich mittels Einvisieren von Kollimatorfernrohren soll im vorliegenden Handbuche nicht eingegangen werden.

lesende Zenitdistanz z des Sternes, ferner die jetzt ebenfalls zu ermittelnde Neigung der Horizontalachse bei K. R. als i_r, bei K. L. als i_l ein, so ergibt sich für die astronomische Bestimmung des Kollimationsfehlers folgende vollständige Formel:

$$41\text{b)} \quad c = \pm \frac{L_r^* - (180^0 + L_l^*)}{2} \sin z - \frac{i_r + i_l}{2} \cos z.$$

Hinsichtlich der Vorzeichen des ersten Gliedes gelten dieselben Bemerkungen wie bei der früheren Gleichung 41), wobei der Übergang von der astronomischen zur terrestrischen Kollimationsformel sofort gegeben ist, wenn $z = 90^0$ gesetzt wird.

Nachdem im vorangehenden die sechs wesentlichen Bedingungen besprochen sind, welche bei Anwendung eines Universals erfüllt sein müssen, sollen nunmehr die zur Reduktion oder Berechnung der mit jenem Instrument ausgeführten Winkelmessungen noch notwendigen Konstantenbestimmungen erörtert werden, bevor schließlich die allgemeine Anwendung des Universals betrachtet wird. Es sind dies drei Ermittelungen von mehr oder weniger konstanten Größen am Instrument: a) die Winkelwerte je eines Niveauteiles vom Haupt- und Höhenniveau, b) die Fadendistanzen der Horizontal- und Vertikalfäden und c) der Nullpunkt oder sog. Zenitpunkt des Höhenkreises.

a) Winkelwerte der Libellenteile. Schon bei Besprechung der Libellen (s. S. 136) wurde erwähnt, daß die genaueste Bestimmung der Niveauwerte mit Hilfe eines Niveauprüfers (siehe Fig. 31), besonders auf Reisen, für kleinere transportable Universale mit Vorteil durch eine zweckentsprechende, wenn auch weniger genaue Ermittelung am Instrumente selbst ersetzt wird. Man verwendet hierzu die Fußschrauben des Unterbaues, von denen eine am Kopfe mit einer Teilung, an der Platte mit einem Indexzeiger versehen sein muß, und den Höhenkreis des Universals. Zunächst wird das Höhenniveau, also auch der Höhenkreis, parallel zur Richtung jener geteilten Fußschraube (s. Fig. 41, s_3, Richtung II, II) gestellt und am Höhenkreise möglichst genau ermittelt, wie groß eine Umdrehung jener Fußschraube im Winkelwerte ist. Hierzu wird bei einer bestimmten Stellung der Fußschraube s_3 der Höhenkreis nach genauem Einspielen der Höhenlibelle scharf abgelesen, die Fußschraube um eine oder mehrere ganze Umdrehungen hineingedreht und wiederum nach Einstel-

lung des Blasenzentrums auf die Teilungsmitte mittels der Feinbewegung des Höhenniveaus der Vertikalkreis scharf abgelesen. Hat man auf diese Weise, womöglich durch wiederholte Messungen, den Winkelwert einer Umdrehung der Fußschraube am Höhenkreise gefunden, so läßt sich bei derselben Stellung des Instrumentes unschwer ermitteln, wieviele Teile des Höhenniveaus auf eine ganze Umdrehung der Fußschraube kommen. Hierzu wird die letztere von einer bestimmten Anfangsstellung aus um kleine Beträge stets in demselben Sinne (hinein) gedreht und jedesmal die zugehörige Lage der nach demselben Skalenende hingelaufenen Blase des Höhenniveaus abgelesen. Um die jedesmalige Anfangsstellung der Blase am entgegengesetzten Libellenende, durch welche die Repetierung der Blasenbewegung überhaupt ermöglicht wird, notieren zu können, stellt man vor jeder Drehung der Fußschraube die Niveaublase mittels der Feinbewegung an der Höhenlibelle wieder zurück. Dieses Repetitionsverfahren durch Vorwärtsdrehen der Fußschraube und Rückwärtsbewegen der Libellenfeinbewegung wird so lange wiederholt, bis eine Umdrehung der geteilten Fußschraube vollendet ist. Die Gesamtzahl der auf eine ganze Schraubenrevolution kommenden Libellenteile, dividiert durch den Winkelwert der ersteren, ergibt unmittelbar den Niveauwert der Höhenlibelle.

Um nunmehr den Teilwert des auf der Horizontalachse am Universal sitzenden Hauptniveaus zu ermitteln, wird der Oberbau des Instrumentes um 90° im Azimut gedreht, so daß jetzt die Hauptlibelle parallel zu derjenigen Geraden steht, welche von der geteilten Fußschraube s_3 (s. Fig. 41, Richtung II, II) senkrecht auf die Verbindungslinie der beiden anderen Schrauben geht. In dieser Stellung bestimmt man, ganz ähnlich wie vorher bei der Höhenlibelle, durch partielles Vorwärtsdrehen der geteilten Fußschraube und durch Repetieren mit den beiden anderen Fußschrauben, wieviel Teile des Hauptniveaus einer Umdrehung der geteilten Fußschraube entsprechen. Um die durch Bewegung der Meßschraube stets an dasselbe Skalenende gebrachte Blase behufs erneuter Ablesung wieder an das entgegengesetzte Ende der Teilung zu schaffen, werden die Fußschrauben s_1, s_2 (s. Fig. 41) gleichzeitig, aber im gleichen Sinne, also umgekehrt wie beim Nivellieren des Universals gedreht. Die Anzahl der auf eine Revolution

der Meßschraube kommenden Libellenteile, dividiert durch den bekannten Winkelwert der ersteren, ergibt dann unmittelbar den Niveauwert der Hauptlibelle[1]).

Bei Bestimmung der Niveauwerte, welche vor Antritt und nach Abschluß jeder längeren Reise, womöglich auch einmal während derselben, am Universal auszuführen ist, müssen folgende Punkte beachtet werden, welche ganz allgemein für die Verwendung von Libellen also höchst empfindlicher Meßinstrumente gelten. Die Blase soll bei allen Temperaturen immer von ungefähr derselben, etwa mittleren Länge sein, was durch zweckmäßige Benutzung der Reservoirkammer (s. Fig. 30) an der Libelle erreicht wird. Alsdann werden Verschiedenheiten der Temperaturen kaum noch die Größe der Niveauwerte beeinflussen, worauf immerhin noch besonders zu achten ist, ebenso wie darauf, daß die Libellen schnell und sicher einspielen (s. S. 134). Nach Aufsetzen und Einstellen derselben ist es zweckmäßig, stets etwa eine Minute zu warten, ehe man die Blasenenden abliest. Vor plötzlichen Erwärmungen ist das Niveau bei den Messungen sorgfältig zu schützen, indem man die eigentliche Glasröhre niemals berührt, sie am Tage vor direkter Sonnenstrahlung schützt und ihr des Nachts die Beobachtungslampe möglichst fern hält.

Da trotz Beachtung aller Vorsichtsmaßregeln eine Beschädigung oder ein Versagen der empfindlichen Niveaus besonders auf Reisen eintreten kann, muß für jedes derselben eine Reservelibelle mitgenommen werden, die genau in die Originalfassung

---

[1]) Die zur Bestimmung der Niveauwerte am Universal gewöhnlich angegebene Methode, mit Benutzung der drei Fußschrauben, ohne Verwendung des Höhenkreises, dürfte zwar etwas genauer, aber hinsichtlich der Berechnung umständlicher sein. Dabei muß nämlich die Höhe einer Schraubenwindung σ und die Seitenlänge s des von den drei Fußschrauben gebildeten gleichseitigen Dreieckes, beides in Millimeter ausgedrückt, in Rechnung gestellt werden. Bezeichnet man den gesuchten Niveauwert mit n, die Anzahl der Skalenteile, welche die Blasenmitte für eine Umdrehung der messenden Fußschraube durchläuft, mit N, so folgt zur Bestimmung des Niveauwertes in Bogensekunden

$$n = \frac{\sigma}{N \cdot s \cdot \cos 30^0 \cdot \sin 1''}.$$

Das oben angegebene, etwas expeditere Verfahren mit Benutzung des Höhenkreises ergibt jedoch die Niveauwerte beider Libellen an kleineren Universalen mit genügender Genauigkeit.

paßt und in derselben ebenfalls auf ihren Niveauwert vor der Ausreise zu untersuchen ist.

b) **Fadendistanzen der Horizontal- und Vertikalfäden.** Das Fadennetz in der Fokalebene des Universals (siehe Fig. 22) besitzt in der Regel zwei enge Horizontalfäden (Distanz etwa $0',5$) zum Höheneinstellen und eine ungerade Anzahl von Vertikalfäden (meist drei mit Abständen von etwa $10'$ bis $15'$ $= 40^s$ bis 60^s) für Azimutalmessungen oder Durchgangsbeobachtungen. Nach gehöriger Nivellierung des Instrumentes sollen auch die vom Mechaniker genau senkrecht zueinander aufgezogenen Fäden scharf horizontal und vertikal stehen. Diese Stellung des Fadennetzes wird am einfachsten so kontrolliert, daß ein scharf begrenztes terrestrisches Objekt auf den vertikalen Mittelfaden am oberen oder unteren Rande des Gesichtsfeldes eingestellt und durch Drehung des Fernrohres um die Horizontalachse nach dem entgegengesetzten Rande des Gesichtsfeldes hingeführt wird. Weicht bei dieser Bewegung in Höhe das Bild des Objektes nach rechts oder links vom Faden ab, so wird die Hälfte dieser Abweichung durch Drehung des Okularrohres mittels der hinteren Korrektionsschrauben (s. Fig. 24, 35) verbessert. In entsprechender Weise läßt sich die Fadenneigung auch durch Einstellung auf den Horizontalfaden und Drehung des Fernrohres um die vertikale Achse des Instrumentes berichtigen. Dasselbe gilt natürlich bei einer Glasplatte mit eingeritzten Strichen [1]).

Sollten die Horizontal- und Vertikalfäden durch irgendwelche gröbere Störungen an der Fadenplatte oder am Fernrohrauszuge sich nicht scharf berichtigen lassen, so dürfen sämtliche Einstellungen auf terrestrische und coelestische Objekte lediglich in der Mitte des ganzen Fadennetzes erfolgen, um von Fehlern der Fadenneigung frei zu werden. In diesem Falle wäre nur je eine Einstellung in Azimut und Höhe möglich; im allgemeinen wird man jedoch bei den Messungen am Universal in der Lage sein,

[1]) Falls das Universal im Meridian aufgestellt ist, das Fernrohr also in der astronomischen Nord-Südrichtung steht, können die Horizontalfäden auch durch Beobachtung eines helleren Äquatorsternes genau horizontal gestellt werden. Man läßt dazu den Stern, mit δ nahezu gleich Null, auf einem der Horizontalfäden im Gesichtsfelde entlang laufen und dreht das Fadenkreuz mit Hilfe der Korrektionsschrauben am hinteren Okularteil so lange, bis der Stern den Faden nicht mehr nach oben oder unten verläßt.

die verschiedenen Vertikalfäden und die beiden Horizontalfäden zu benutzen. Man muß deshalb zur Reduktion der Beobachtungen die einzelnen Fadendistanzen im Winkelwert kennen. Bei Benutzung der verschiedenen Vertikalfäden zu Durchgangsbeobachtungen oder Azimutmessungen z. B. nahe dem Meridian, die stets in der Nähe der Horizontalfäden, also an denselben Stellen der Vertikalfäden stattfinden müssen, könnte man sich zwar bei genau symmetrischer Lage der Seitenfäden zum Mittelfaden damit helfen, daß das Mittel der Durchgangszeiten durch sämtliche Fäden der Passage durch den Mittelfaden entspricht. Aber gewöhnlich sind die Distanzen der einzelnen Vertikalfäden zweckmäßig etwas verschieden voneinander, wodurch auch Verwechselungen bei den Durchgangsbeobachtungen in den zwei Kreislagen vermieden werden; ferner ist es gerade von Interesse, aus jedem einzelnen Fadenantritt des Gestirns die Durchgangszeit durch den Mittelfaden (s. S. 167) zur Beurteilung der Genauigkeit herzuleiten; endlich kann durch Ungunst der Witterung oder sonstige Störung vielleicht nur eine Beobachtung am Seitenfaden gelingen, die ohne Kenntnis der Fadendistanz nicht zu verwerten wäre.

Die Benutzung der beiden Horizontalfäden[1]) zu Höheneinstellungen geschieht zweckmäßig so, daß hellere Sterne auf den Fäden, schwache jedoch, die sonst vom Faden verdeckt würden, genau zwischen den Fäden, in der Nähe des vertikalen Mittelfadens, beobachtet werden. Man stellt dazu das Fernrohr in Zenitdistanz so ein, daß die Horizontalfäden für ein im Gesichtsfelde scheinbar aufsteigendes Gestirn oberhalb, für ein im Gesichtsfelde fallendes unterhalb des Gestirnes liegen. Dann wird, ohne Berührung der Höhenschraube, also an dem in Zenitdistanz feststehenden Fernrohr, aber unter Nachführung des Instrumentes im Azimut nach der Uhr beobachtet, wann das Sternbildchen nacheinander durch die beiden Horizontalfäden biseziert wird. Zu beiden Messungen gehört dieselbe Ablesung des Höhenkreises, und anstatt das Mittel der Fadenbeobachtungen zu nehmen, ist es zur Beurteilung der Genauigkeit auch in diesem Falle zweckmäßig, jede einzelne Messung mittels der halben Fadendistanz

[1]) Manchmal befindet sich im Gesichtsfelde des Universals nur ein Horizontalfaden, so daß die Durchgangsbeobachtungen dicht über oder unter demselben, die Höhenmessungen nur auf demselben stattfinden.

auf die ideale Mittellinie zwischen den Horizontalfäden zu reduzieren.

Was nun die Bestimmung des Winkelwertes der Fadendistanzen betrifft, so geschieht dieselbe am Reise-Universal ähnlich wie die Ermittelung des Kollimationsfehlers (s. S. 157) am einfachsten auf terrestrischem Wege. Man stellt hierzu ein möglichst weit entferntes, gut begrenztes und nahe dem Horizont gelegenes Objekt scharf auf die einzelnen Vertikal- und Horizontalfäden und notiert nacheinander die zugehörigen Ablesungen des Azimutal- bzw. Höhenkreises am genau nivellierten Universal. Diese Messungen werden mehrmals in beiden Richtungen, sowohl je nach rechts und links für die vertikalen, als auch je nach oben und unten für die horizontalen Fäden wiederholt. Dann erhält man im Mittel aus den Differenzen der zugehörigen Winkelablesungen an den Kreisen die gesuchten Winkelwerte der Fadendistanzen.

Dieselben bedürfen jedoch, da sie auf speziellem terrestrischem Wege hergeleitet sind, im allgemeinen und streng genommen noch drei kleiner Korrektionen, um für astronomische Beobachtungen verwendet werden zu können. Es ist dies eine Höhenkorrektion, eine Entfernungskorrektion, sowie eine Refraktionskorrektion für die Vertikalfadendistanzen und dieselbe Entfernungsverbesserung für die Horizontalfadenabstände. Steht nämlich die terrestrische Marke in der Entfernung D nicht genau im Horizont, sondern in einer Zenitdistanz $z < 90^0$, so ist die gesuchte Fadendistanz f_a in Zeitsekunden, wenn d_a die auf dem Azimutalkreise abgelesene Winkeldifferenz zwischen den Einstellungen auf den Mittelfaden und einen Seitenfaden, F die Fokallänge des Fernrohres bezeichnet und 1,00028 den Refraktionsfaktor [1]) zum Übergange von direkten Winkelmessungen auf Sternbeobachtungen bedeutet:

---

[1]) Bezeichnet im Anschluß an frühere Benennungen (s. S. 51, Refraktion) z die wahre, z' die scheinbare, durch Refraktion verkleinerte Zenitdistanz eines Sternes, so lautet der obige Refraktionsfaktor eigentlich $\frac{sin\ z}{sin\ z'}$. Mit genügender Annäherung kann man aber $z = z' + \alpha\ tg\ z'$ setzen, wobei der Faktor α der mittleren Refraktion konstant zu $57'',5$ (s. S. 52, Anm. 1) angenommen werden darf. Daher wird $sin\ z = sin\ z' + 57'',5\ sin\ 1''\ sin\ z'$, also $\frac{sin\ z}{sin\ z'} = 1 + 57'',5\ sin\ 1'' = 1,00028$. Derselbe Faktor gilt auch für solche Fadendistanzen, welche aus direkten Winkelmessungen, nicht an den

42) $$f_a^s = \frac{d_a}{15} \sin z \frac{D}{D - F} 1{,}00028.$$

Für die Verbesserung der am Höhenkreise durch d_z gemessenen Horizontalfadendistanz f_z gilt eine entsprechende Gleichung in Bogensekunden:

42a) $$f_z'' = d_z \left(\frac{D}{D - F}\right).$$

Bei der Kleinheit von f_z, welches höchstens etwa 30″ betragen wird und außerdem nur mit der Hälfte in die Resultate eingeht, ist der Faktor zur Verbesserung für parallele Strahlen in seiner Einwirkung auf d_z in Gleichung 42a) in der Praxis bei der Reduktion von Messungen an Reise-Universalen meist zu vernachlässigen. Auch in Gleichung 42) für f_a werden die Faktoren der Höhen- und Parallaxenkorrektion nur sehr wenig von 1 abweichen, wenn das Objekt dicht am Horizont und in weiterer Entfernung liegt. Sie sind aber bei dem größeren und ganz in die Resultate eingehenden Betrage von f_a, der durchschnittlich mindestens 30^s erreichen wird, im allgemeinen ebenso wie der Refraktionsfaktor mitzunehmen. Da die einmal ermittelten Fadendistanzen ebenso wie die Strichabstände auf der Glasplatte im Fokus des Fernrohres für längere Zeit als konstant gelten können und nur gelegentlich einer Neubestimmung bedürfen, stellt die Mitnahme obiger Korrektionen nur eine geringe Mühewaltung dar.

Der Vollständigkeit halber soll an dieser Stelle auch die genauere astronomische Bestimmungsweise der Fadendistanzen kurz erwähnt werden, um so mehr, als aus derselben wenigstens für die Vertikal- oder Stundenfäden zugleich die gebräuchliche Reduktion der Beobachtungen vom Seitenfaden auf den Mittelfaden sich ergibt.

Um die Abstände der vertikalen Seitenfäden vom Mittelfaden in einfachster Weise zu finden, stellt man das gut fokusierte

Kreisen des Universals selbst, sondern nach dem Gaußschen Verfahren an einem zweiten Hilfsinstrument hergeleitet sind, dessen Fernrohr auf das Objekt des Universals gerichtet wird. In beiden Fällen ergeben die Messungen unmittelbar die wahren Fadendistanzen, während zur Reduktion der Sterndurchgänge die wegen Refraktion veränderten, also mit dem Refraktionsfaktor 1,00028 multiplizierten Abstände der Seitenfäden vom Mittelfaden benutzt werden müssen.

Fernrohr eines scharf nivellierten Universals in die Nähe des Meridians. Es genügt zu diesem Zwecke, den Mittelfaden einfach in den Vertikal eines Polsternes mit einem Polabstande unter $1^{0},5$ zu bringen, wozu auf der nördlichen Halbkugel der Polarstern α Ursae minoris und auf der Südhemisphäre der dem Pol noch nähere Stern σ Octantis zu allen Zeiten geeignet ist. In dieser Stellung des Universals beobachtet man Durchgänge von Sternen mit großen Deklinationen, bei deren langsamer Bewegung der Zeitfehler für die Bestimmung einer Fadendistanz sehr gering wird, an allen Vertikalfäden nach der Uhr.

Es bezeichne, wie oben, f_a den Abstand eines Seitenfadens vom Mittelfaden oder den Winkel am Objektivzentrum zwischen den Richtungen nach Mittel- und Seitenfaden, positiv oder negativ gerechnet, je nachdem ein Gestirn bei seiner täglichen Bewegung den Seitenfaden früher oder später als den Mittelfaden erreicht. Drückt man diese Fadendistanz f_a in Zeitsekunden aus, und beobachtet man an einem möglichst nahe im Meridian aufgestellten Universal mit sehr kleinen Neigungs- und Kollimationsfehlern Sterndurchgänge, so kann man $f_a \,.\, 1{,}00028 = f$ (s. S. 165) auch definieren als Fadendistanz im Bogen größten Kreises oder als Sternzeitintervall, welches ein Äquatorstern ($\delta = 0$) zur Passage vom Seitenfaden bis zum Mittelfaden gebraucht. Zur Abkürzung sei f die Äquatorialfadendistanz genannt. Bedeutet ferner τ die Zeit, welche ein Stern in beliebiger nördlicher oder südlicher Deklination gebraucht, um von demselben Seitenfaden zum Mittelfaden zu gelangen, so gilt nach den Grundformeln der sphärischen Astronomie die einfache Projektionsgleichung:

43) $$\sin\tau = \sin f \sec\delta \quad \text{oder} \quad \sin f = \sin\tau \cos\delta.$$

Ist also die Äquatorialfadendistanz f gegeben, so läßt sich für jeden Parallel unmittelbar hieraus die entsprechende Reduktion im Parallel, nämlich τ finden, welches für einen Äquatorstern im Minimalwert mit f identisch ist und um so größer wird, je näher der beobachtete Stern dem Pol steht. Ist umgekehrt für einen Stern von bekannter Deklination und an einer nach Sternzeit gehenden Uhr τ beobachtet, so läßt sich sofort die Äquatorialfadendistanz f nach der obigen Formel 43) $\sin f = \sin\tau\cos\delta$ finden. Hierbei ist zu bedenken, daß, falls die Beobachtungen mit einer Uhr nach mittlerer Zeit angestellt werden, entweder

die gemessenen Zeitintervalle auf Sternzeit zu reduzieren sind, um f zu erhalten, oder aber statt des Sternzeitintervalles f das entsprechende, auf mittlere Zeit sich beziehende $0{,}99727 . f$ (s. S. 38) gefunden wird.

Statt der strengen Formeln 43) lassen sich für Sterne vom Äquator bis zu den Deklinationen $\pm 80^0$ die durch Vertauschung des Sinus mit dem Bogen entstehenden Näherungsformeln

44) $$\tau = f \sec \delta, \quad f = \tau \cos \delta$$

verwenden, die selbst bei einer Deklination von 80^0 und für eine Äquatorialfadendistanz von 40^s noch innerhalb $0^s{,}01$ richtig sind. Für Sterne mit höheren Deklinationen rechnet man zur Ableitung der Äquatorialfadendistanz oder zur Reduktion auf den Mittelfaden entweder mit der strengen Formel 43) oder wesentlich bequemer durch Einführung der logarithmischen Reduktion von Sinus auf Bogen $d = lg \tau - lg \sin \tau$ mit den logarithmischen Ausdrücken:

44a) $$\begin{aligned} lg \tau &= lg f + lg \sec \delta + d \\ lg f &= lg \tau + lg \cos \delta - d. \end{aligned}$$

Für die Reduktionsgröße d sind in den Albrechtschen Hilfstafeln für geographische Ortsbestimmungen (III. Aufl., Taf. 16, S. 175, 176) bequeme Tabellen gegeben, aus denen jene logarithmische Reduktion in Einheiten der VI. Dezimale mit den Argumenten von $lg f \sec \delta$ zur Bestimmung von τ und zur Ermittelung von f ohne weiteres entnommen werden können.

Gelegentlich, besonders bei Azimutmessungen am Tage nach der Sonne (s. Teil IV), kann auch der Fall vorkommen, daß das zu beobachtende Gestirn erheblich vom Meridian absteht. Dann lautet die Formel zur Reduktion auf den Mittelfaden, unter Berücksichtigung des Gestirnazimuts A und der Ortsbreite φ

44b) $$\tau^s = f^s \sec \delta \sec \sigma,$$

wo der immer spitze Hilfswinkel σ sich aus folgender Gleichung ergibt:

$$\sin \sigma = \sin A \cos \varphi \sec \delta.$$

Hat das Gestirn außerdem einen meßbaren Durchmesser, wie z. B. die Sonne, so sind die Durchgänge an den Fäden für beide Ränder, den voraufgehenden und den nachfolgenden, zu beobachten und daraus die Mittel zu nehmen.

Was endlich die astronomische Bestimmung der Horizontalfadendistanz als Kontrolle für die vorher (s. S. 165) erwähnte terrestrische Methode betrifft, so lassen sich hierzu mit Vorteil Durchgänge dem Pol sehr naher Sterne zur Zeit der größten Digressionen (s. S. 19, 20) durch die Horizontalfäden nach der Uhr benutzen. In diesem Falle wird die Höhenbewegung der im Azimut stillstehenden Polsterne ein Maximum, und die Zenitdistanz sowie der Stundenwinkel eines Sternes mit bekannter Deklination δ erlangen in der größten Digression (s. ersten Teil, S. 17) die folgenden Werte:

$$8)\quad \cos z_g = \frac{\sin\varphi}{\sin\delta},\quad \cos t_g = \frac{tg\,\varphi}{tg\,\delta}.$$

Bezeichnet man mit $U_g = \alpha \mp t_g \begin{matrix}(\text{Ost})\\(\text{West})\end{matrix}$ die Sternzeit im Moment der größten Digression, mit U' bzw. U'' die beim Durchgang durch den ersten bzw. zweiten Horizontalfaden beobachtete Sternzeit, ebenso mit z_g, z', z'' die zugehörigen Zenitdistanzen, so wird

$$45)\quad \begin{aligned} z' - z_g &= 15\,(U' - U_g)\cos\delta \\ z'' - z_g &= 15\,(U'' - U_g)\cos\delta \\ \hline z'' - z' &= f_s'' = 15\,(U'' - U')\cos\delta. \end{aligned}$$

Die Distanz der Horizontalfäden ergibt sich also auf astronomischem Wege in einfacher Weise aus der Differenz der Polsterndurchgänge durch jene Fäden zur Zeit der größten Digressionen, für deren Beobachtung durch Kenntnis von U_g und z_g alle Daten gegeben sind. Zur Reduktion auf die ideale Horizontalfadenmitte wird, je nachdem durch Einstellung auf den Einzelfaden eine zu kleine oder zu große Zenitdistanz gemessen worden ist, der Betrag $\pm\frac{1}{2}f_s''$ angewendet.

c) Der Zenitpunkt am Höhenkreise. Zur Einstellung des Fernrohrs in Zenitdistanz auf ein helleres Gestirn am Tage oder auf einen schwächeren Stern während der Nacht, wo also in beiden Fällen die direkte Einvisierung des Objekts mit bekannter Position unmöglich werden kann, bedarf man der Kenntnis des Zenitpunktes am Höhenkreise. Auch zur Reduktion der Messungen, um die richtige Zenitdistanz des Gestirns aus den Kreisablesungen herzuleiten, muß man die Lage des Nullpunktes am Höhenkreise des Universals möglichst genau kennen. Dieser

sog. Zenitpunkt läßt sich als diejenige Ablesung des Höhenkreises definieren, bei welcher die scharf für i und c berichtigte Absehlinie des Fernrohrs, also die Verbindung der Mittelpunkte von Objektiv und Fadennetz, nach dem Zenit gerichtet ist, wenn die Höhenlibelle genau einspielt. In der Regel pflegt dieser Stellung des Fernrohrs die Ablesung $0^\circ\ 0'\ 0''$ am Höhenkreise zu entsprechen, wenn das Universal die mechanische Werkstätte korrigiert verläßt; doch sehr bald bedingen thermische und mechanische Einwirkungen, besonders Veränderungen der Lage der Vertikalachse, Verstellungen der Mikroskope oder Nonien und Biegungsvorgänge Abweichungen von dieser idealen Lage oder den sog. Zenitpunktsfehler. Derselbe ist ferner nicht konstant, sondern bedarf fortlaufender Ermittelung am Instrument, besonders vor, während und nach Ausführung längerer Messungsreihen. Man findet die Lage des Zenitpunktes Z oder die Abweichung derselben von $0^\circ\ 0'\ 0''$, den sog. Zenitpunktsfehler (ΔZ), am zweckmäßigsten durch Einstellen eines weit entfernten terrestrischen Objekts am Höhenkreise auf die Absehlinie des Fernrohrs in beiden Kreislagen des Instruments nach vorheriger genauer Nivellierung des Instrumentes.

Bei Kreis Rechts sei die Höhenkreisablesung nach Reduktion auf den Nullpunkt der Höhenlibelle L_r. Dreht man nun den Oberbau des Instruments genau um 180°, so ist das Fernrohr jetzt auf einen zum Objekt im Azimut entgegengesetzten Punkt gerichtet, dessen Höhe mit derjenigen des zuerst eingestellten Objekts identisch ist. Wird daher das Fernrohr durch das Zenit wieder auf das Objekt zurückgedreht, oder, wie man sagt, durchgeschlagen, so beschreibt es offenbar die doppelte, zuerst einvisierte Zenitdistanz. Bezeichnet man nun die in der zweiten Kreislage Kr. Links gemachte Ablesung des Höhenkreises, auch nach Reduktion auf den Nullpunkt der Höhenlibelle, mit L_l, so findet sich der gesuchte Zenitpunkt aus der einfachen Relation

$$Z = \frac{L_r + L_l}{2}. \tag{46}$$

Und für die Zenitdistanz des einvisierten Objekts ergibt sich der Ausdruck:

$$z = \frac{L_l - L_r}{2}, \tag{47}$$

wobei die Ablesung L_l um 360° erhöht werden muß, falls $L_l < L_r$ ist oder, was dasselbe ist, wenn beim Durchschlagen des Fernrohrs der Nullpunkt an der Höhenkreisteilung passiert wird. Natürlich muß das Instrument selbst zwischen den Einstellungen Kr. R. und Kr. L. sorgfältig vor Erschütterungen oder Verrückungen bewahrt bleiben. Wenn der Zenitpunktsfehler überhaupt nicht oder nur genähert zum Zweck der Einstellungen am Höhenkreise bestimmt worden ist, so läßt sich sein Einfluß auf das Resultat aus den Zenitdistanzmessungen dadurch eliminieren, daß sämtliche Höheneinstellungen in beiden Lagen des Instruments ausgeführt und die Ergebnisse im Mittel aus beiden Kreislagen gezogen werden.

Nunmehr seien zum Schluß noch einige allgemeine Vorschriften zum Gebrauch des Universals kurz besprochen, wobei im einzelnen auf die vorangehenden ausführlichen Darlegungen verwiesen werden kann.

Auf Expeditionen wird das von Staub sorgfältig gesäuberte Universal in einem besonderen, vom Verfertiger des Instruments zu liefernden, verschließbaren Kasten mit Handhaben oder Tragriemen transportiert. Vorher werden alle nicht lackierten Metallteile mit weißem Vaselin vorsichtig dünn eingefettet und sämtliche Teile des Instruments durch Holzknebel mit Schrauben leicht, aber sicher festgestellt. Sind vor Anstellung der Beobachtungen längere Landreisen erforderlich, so kommt der Instrumentenkasten in eine mit festen Strohpolstern versehene und mit Holzwolle ausgefüllte hölzerne Überkiste. Ist ein Seetransport notwendig, so wird der Instrumentenkasten vor dem Einsetzen in die Überkiste zum Schutz gegen Feuchtigkeit noch mit einem verlötbaren Mantel von Zinkblech umgeben.

Nach Ankunft auf der Beobachtungsstation wird das Universal aus dem Kasten genommen, auf das zugehörige Stativ (s. Fig. 34 und 39) gesetzt und mittels des auf die Horizontalachse zu stellenden Hauptniveaus genau nivelliert (s. S. 147). Während dieser Operation, sowie im Verlaufe der darauffolgenden Messungen soll der Beobachter, nachdem er das Chronometer bereit gestellt und das Beobachtungsjournal zur Hand genommen hat, möglichst ohne Veränderung seines Standortes, um die Neigung des Instrumentes nicht zu beeinflussen, sich ruhig verhalten. Bei Tag-

beobachtungen müssen Libellen und Uhren vor den direkten Sonnenstrahlen geschützt werden; wird die Sonne zu den Messungen oder Einstellungen benutzt, so ist vor das Okular ein neutrales und planes Blendglas aufzuschrauben. Bei Nachtbeobachtungen muß jede allzu große Annäherung der zur Feldbeleuchtung sowie zur Ablesung dienenden Beobachtungslampen besonders an die Libellen verhindert und das Chronometer vor Kälte oder Feuchtigkeit geschützt werden (s. S. 112). Am meisten sind für die Feld- und Handbeleuchtung kleine elektrische Lampen zu empfehlen, die durch bequem transportabele und neuerdings erheblich vervollkommnete Trockenelemente oder Akkumulatoren (s. Fig. 39) betrieben werden können. Zur Reserve müssen außerdem mehrere gute, mit einer Mischung von Öl und Petroleum zu füllende Beobachtungslaternen, am besten sog. „Ochsenaugenlampen" mit halbkugelförmigen Linsen und mit ventiliertem Blechmantel sowie isolierten Griffen versehen, mitgenommen werden, die hell leuchten und doch bei richtiger Stellung den Beobachter nicht blenden.

Nachdem das Universal auf dem zugehörigen Stativ vorsichtig aufgestellt und sorgfältig nivelliert worden ist, wird vor und nach jeder Messungsreihe der Neigungsfehler i (s. S. 150), der Kollimationsfehler c (s. S. 157) und der Zenitpunktsfehler $\varDelta Z$ (s. S. 170) bestimmt. Ebenso muß zu Anfang und zu Ende der Beobachtungsreihe der Stand von Barometer und Thermometer notiert werden, wozu am besten ein geprüftes Aneroid und ein Aspirationsthermometer verwendet wird.

Um je einen vollständigen Beobachtungssatz zu erhalten, sind alle Messungen, welche den im IV. Teil erörterten Methoden zur geographischen Ortsbestimmung zugrunde liegen, stets in beiden Kreislagen des Instruments und immer unter Ablesung der beiden Nonien oder Mikroskope auszuführen. Die Instrumentalfehler i, c und $\varDelta Z$ sind möglichst klein zu halten, die beiden ersteren unter 1′; bei Einstellungen am Vertikalkreise muß außerdem die Höhenlibelle vor der Kreisablesung genau zum Einspielen gebracht, sowie ihr Stand notiert werden. Für jede Einstellung in Zenitdistanz oder Azimut bildet man das Mittel aus den zusammengehörigen Nonien- oder Mikroskopablesungen des Vertikal- bzw. Horizontalkreises und verbessert diesen Mittel-
unächst für etwaige Fehler der Nonien oder für die

Runfehler der Mikroskope (s. S. 129). Damit nun aus diesen Kreisablesungen am Universal die richtigen Höhen- bzw. Azimutalwinkel resultieren, muß noch folgendes beachtet werden.

Die Einstellungen in Zenitdistanz sind zunächst für den Ausschlag des Höhenniveaus (s. S. 155), für den Zenitpunktsfehler (s. S. 169), sowie gelegentlich auch für etwaige große Beträge von i und c zu verbessern, ehe die scheinbaren Zenitdistanzen des beobachteten Objekts abgeleitet werden können. Aus den scheinbaren folgen die wahren Zenitdistanzen, wenn noch die Korrektionen für Refraktion (s. S. 51) und nötigenfalls für Parallaxe (s. S. 61) angebracht werden. Die Einstellungen in Azimut endlich sind nötigenfalls für die Beträge der Fehler i und c zu korrigieren, um die richtigen Azimutalwinkel zu erhalten, die nur bei Mondbeobachtungen noch für den Parallaxenfehler im Azimut (siehe S. 62) eine kleine Verbesserung verlangen.

Es soll nun die Herleitung der Zenitdistanzen und der Azimute am Universal getrennt betrachtet werden. Wenn z die wahre, z' die scheinbare und (z) die instrumentale Zenitdistanz ist, wenn ferner ΔZ den Zenitpunktsfehler, ι die Neigungskorrektion für Höhenniveau, i die Neigung der Horizontalachse, c den Kollimationsfehler, r die Refraktionskorrektion und p die Parallaxenverbesserung bezeichnet, so ergibt sich folgende Relation:

$$\text{48)}\qquad \begin{aligned} z &= z' + r - p \\ z' &= (z) + \iota + \Delta Z + [\tfrac{1}{2}(i^2 + c^2)\, cotg\, z\, sin\, 1'' \\ &\qquad + i\, c\, cosec\, z\, sin\, 1''] . \end{aligned}$$

Über die Anbringung der Korrektionen r, p, ι und ΔZ sind im vorangehenden bereits hinreichende Mitteilungen gemacht worden, die außerdem noch durch die im IV. Teile gegebenen Beispiele hinsichtlich ihrer praktischen Anwendung ergänzt werden. Es erübrigt nur noch, die etwaigen geringen Einwirkungen der Neigungs- und Kollimationsfehler auf die gemessenen Zenitdistanzen kurz zu betrachten, die in den letzten Gliedern der obigen Formel 48) als $\{\frac{1}{2}(i^2 + c^2)\, cotg\, z + i \cdot c\, cosec\, z\}\, sin\, 1''$ zum Ausdruck kommen. Für $i < 30''$ und $c < 30''$ können diese Fehlereinflüsse, sogar bei Messungen dicht am Zenit, gänzlich vernachlässigt werden, wenigstens für die Zwecke des vorliegenden Handbuches; außerdem auch in dem sehr leicht für die Korrektionen i und c herzustellenden Falle,

daß beide entgegengesetztes Vorzeichen haben, da alsdann das stets positive erste und das in diesem Falle negative zweite Glied sich fast aufheben. Nur für Zenitdistanzmessungen, bei denen i oder $c > 30''$ und $z < 10^0$ ist, bedürfen die Zenitdistanzen einer kleinen Verbesserung für Neigung und Kollimation. Die Beträge dieser Korrektionen sind, allerdings auch nur in seltenen Fällen, bei Reduktionen von Ortsbestimmungs-Beobachtungen ganz dicht am Zenit, die meist vermieden werden können, mitzunehmen. Ihre kleinen Beträge werden aus der folgenden Tafel ersichtlich, in welcher unter der Annahme, daß i und c gleiche Größe und gleiches Vorzeichen haben, die obere Reihe das quadratische und die untere das Quotientenglied der Formel 48) enthält:

Zenit-distanz z		$\frac{1}{2}(i^2 + c^2) \; cotg \, z \; sin \, 1'' = m$, $i \, . \, c \; cosec \, z \; sin \, 1'' = n$; für $i = c$.			
		$i = 30''$ $c = 30''$	$i = 40''$ $c = 40''$	$i = 50''$ $c = 50''$	$i = 60''$ $c = 60''$
1^0	m	$+0,2''$	$+0,4''$	$+0,7''$	$+1,0''$
	n	$+0,2$	$+0,4$	$+0,7$	$+1,0$
2	m	$+0,1$	$+0,2$	$+0,4$	$+0,5$
	n	$+0,1$	$+0,2$	$+0,4$	$+0,5$
3	m	$+0,1$	$+0,1$	$+0,2$	$+0,3$
	n	$+0,1$	$+0,1$	$+0,2$	$+0,3$
4	m	$+0,1$	$+0,1$	$+0,2$	$+0,3$
	n	$+0,1$	$+0,1$	$+0,2$	$+0,3$
5	m	—	$+0,1$	$+0,1$	$+0,2$
	n	—	$+0,1$	$+0,1$	$+0,2$
6	m	—	$+0,1$	$+0,1$	$+0,2$
	n	—	$+0,1$	$+0,1$	$+0,2$
7	m	—	$+0,1$	$+0,1$	$+0,1$
	n	—	$+0,1$	$+0,1$	$+0,1$
8	m	—	$+0,1$	$+0,1$	$+0,1$
	n	—	$+0,1$	$+0,1$	$+0,1$
9	m	—	—	$+0,1$	$+0,1$
	n	—	—	$+0,1$	$+0,1$
10^0	m	—	—	$+0,1$	$+0,1$
	n	—	—	$+0,1$	$+0,1$

Werden die Zenitdistanzmessungen in beiden Kreislagen ausgeführt, so verschwindet für das Mittel aus diesen Beobachtungen in Formel 48) zunächst der Einfluß des Zenitpunktsfehlers gänzlich. Auch die Fehlereinflüsse der beiden letzten Glieder für i und c in Formel 48) lassen sich für die Zwecke des vorliegenden Handbuches stets aus den Messungen eliminieren, wenn man nur dafür sorgt, daß die Neigung i der Horizontalachse am Universal und der Kollimationsfehler c der Visierlinie kleiner als 30″ sind. Endlich soll man in beiden Kreislagen die Höheneinstellungen des Objekts zwischen oder auf den beiden Horizontalfäden ganz dicht am vertikalen Mittelfaden ausführen.

Für ganz kleine Reise-Universale, deren Kreise nur ganze Bogenminuten abzulesen gestatten, können die Korrektionen der Zenitdistanz für Neigungs- und Kollimationsfehler übrigens stets vernachlässigt werden, wenn nur i und c kleiner als 3′ gehalten werden, was eigentlich eine selbstverständliche Forderung darstellt.

Betrachtet man jetzt auch die Herleitung der Azimutalwinkel, so gilt, wenn A die für Neigung und Kollimation korrigierte und A' die entsprechende unverbesserte Ablesung des Horizontalkreises bedeutet, die folgende Relation:

$$A = A' \pm i \operatorname{cotg} z \pm c \operatorname{cosec} z \begin{cases} \text{K. L.} \\ \text{K. R.} \end{cases} \tag{49}$$

wobei die Vorzeichen auf den fast immer bei Universalen gültigen Fall sich beziehen, daß die Teilung des Horizontalkreises im Sinne des Uhrzeigers wächst und der Kreis fest bleibt, während die Nonien- oder Mikroskoparme sich drehen. Aus Formel 49) folgt, daß im Mittel aus Beobachtungen in beiden Kreislagen der Einfluß des Kollimationsfehlers verschwindet und daß dasselbe auch für den Neigungsfehler gilt, falls i in beiden Kreislagen nahezu den gleichen Wert hat. Ist dagegen die Neigung der Horizontalachse in beiden Kreislagen verschieden, so muß bei Ableitung der Azimutalwinkel wenigstens für kleinere Zenitdistanzen und etwas genauere Messungen der Einfluß des Neigungsfehlers berücksichtigt werden.

Zum Zweck der Vollständigkeit sei noch der auf Reisen allerdings seltenere Fall kurz besprochen, daß längere Beobachtungs-

reihen zur geographischen Ortsbestimmung auf permanenten Stationen auszuführen sind. Alsdann empfiehlt es sich, das Universal auf einen festen, gemauerten Pfeiler zu stellen und es daselbst gegen Staub und Witterungseinflüsse möglichst geschützt für die Dauer der Beob-

Fig. 43.



Schutzkasten für Universale auf Pfeilern. Der Kasten, dessen vordere Seite nach Öffnen des Schlosses nach oben zurückgeklappt wird, läßt sich auf Schienen vom Pfeiler abschieben, und ebenso nach Schluß der Beobachtungen wieder aufschieben. Das auf dem Pfeiler stehende Instrument ist das photographische Universal des Verf., welches sowohl zur Ausführung visueller wie photographischer Ortsbestimmungen dient und mit einer Vorrichtung zur elektrischen Feldbeleuchtung versehen ist [1]).

[1]) Im vorliegenden Handbuche sollen die Instrumente und Methoden zur photo-geographischen Ortsbestimmung nicht zur Besprechung gelangen, weil sich diese wichtige Anwendung der Photographie innerhalb der messenden Astronomie, wenigstens was die expedite Ortsbestimmung auf Reisen betrifft, noch im Entwickelungsstadium befindet. Hier kommt es zunächst darauf an, für Geographen und Forschungsreisende etwas in sich Abgeschlossenes zu bieten, was bisher nur auf Grund der visuellen Instrumente und Methoden möglich ist. Sobald die umfassenden Versuche mit dem photographischen Universalinstrument abgeschlossen sein werden, welche alle Aufgaben der genäherten geographischen Ortsbestimmung in Zeit, Breite, Azimut und Länge zu lösen gestatten, sollen in einem besonderen Leitfaden auch die Prinzipien der photogeographischen Ortsbestimmung behandelt werden.

achtungen stehen zu lassen. In Fig. 43 ist eine zweckmäßige und bewährte Aufstellung dieser Art abgebildet, welche vom Verfasser an einem Pfeiler auf der Plattform der Berliner Sternwarte angebracht worden ist.

Unter Umständen kann es dem Beobachter auch obliegen, bei längerem Aufenthalte an besonders wichtigen Stationen, selbst einen permanenten Pfeiler errichten zu lassen. In diesem Falle muß der Boden womöglich bis zum Grundwasser ausgehöhlt werden und auf einer großen Basisfläche von Zement mit Sand der Beobachtungspfeiler in allmählich bis zu den vorgeschriebenen Dimensionen (meist etwa 40 cm Quadratseite) sich verjüngender Form aus Ziegelsteinen mit fester Mörtelverbindung errichtet werden.

Zum Schlusse dieses Abschnittes über das Universal mögen noch einige spezielle Einrichtungen an demselben kurz erwähnt werden, welche bei Verwendung derartiger Instrumente zu Ortsbestimmungen in den Tropen oder in polaren Regionen sich bewährt haben. Für heiße Gegenden empfiehlt es sich sowohl hinsichtlich der Libellen, wie auch des Fadennetzes im Fernrohr, besondere Vorsichtsmaßregeln zu ergreifen. Da die Ätherflüssigkeit schon bei $+ 36^0$ C verdampft, werden die Libellen zweckmäßig mit Benzin gefüllt. Da es ferner in den Tropen gewisse kleine Insekten gibt, die bei nicht absolut dichter Okularöffnung in das Fernrohr dringen und die Spinnfäden zerstören können, empfiehlt es sich, statt jener Meßfäden entweder dünne Metallfäden oder planparallele Glasplatten mit eingeritzten Strichen zu verwenden.

Ist das Universal zu Beobachtungen in den Polargegenden bestimmt, so werden, um ein Anfrieren der Augenwimpern zu vermeiden, die Fassungen der Okulare für Fernrohr und Mikroskope mit Hartgummi überzogen. Ebenso erhalten alle Köpfe der Bewegungs- und Preßschrauben, welche mit der Hand zu drehen sind, Verkleidungen aus Hartgummi. Endlich muß mit dem Dreifuß, an welchem die Fußschrauben des Universals sitzen, ein kräftiger Hartgummiring verbunden werden, um beim Tragen des Instrumentes nicht mit den Metallteilen in Berührung zu kommen.

* * *

Der Libellenquadrant.

Für weniger genaue Beobachtungen auf Landreisen und besonders für eine Ortsbestimmung im Luftballon geeignet ist der äußerst bequem zu transportierende und sehr handliche Libellenquadrant (s. Fig. 44) zu empfehlen, der vor etwa 10 Jahren von dem Mechaniker Butenschön in Bahrenfeld bei Hamburg konstruiert und neuerdings nicht unerheblich vervollkommnet worden ist. Dieser zunächst freihändig zu benutzende Höhenwinkelmesser beruht auf dem Prinzip, daß eine Libellenblase in das Gesichtsfeld gespiegelt wird und bei richtiger Höheneinstellung das direkt im Fernrohr anvisierte Objekt symmetrisch umspült (s. Fig. 45).

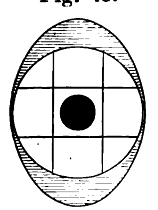
Fig. 44.



Libellenquadrant von Butenschön zum Messen von Höhenwinkeln.

An einem Metallquadranten, dessen Kreisbogen in ganze Grade geteilt und mit Nonius ohne Lupe bis auf 2′ direkt ablesbar ist, befindet sich in fester Verbindung mit dem oberen Winkelstück des Quadranten das Fernrohr. Unter demselben, am beweglichen Alhidadenarm angebracht, sitzt die Libelle, die mittels des Alhidadenarms zum Einspielen gebracht werden kann, während das mit der Hand an einem Holzgriff des Quadranten zu fassende Fernrohr auf das einzustellende Objekt gerichtet wird. Um nun Objekt wie Libellenblase gleichzeitig im Fernrohr zu sehen und die in Fig. 45 angedeutete symmetrische Stellung beider zu erreichen, ist im Fernrohr unter einem Winkel von 60° ein durchlochter und versilberter Metallspiegel angebracht, in welchem die Libellenblase aufrecht gestellt sichtbar wird, während durch die Öffnung des Spiegels Fadenkreuz und Objekt gesehen werden können.

Fig. 45.



Einstellung eines Objekts, z. B. der Sonne, im Gesichtsfeld des Libellenquadrantenfernrohrs mit symmetrisch umspülender Libellenblase.

Will man den Libellenquadranten zu Höhenmessungen benutzen, so richtet man zunächst das Fernrohr auf das Objekt oder Gestirn und sucht das Bild des letzteren möglichst genau in der Mitte des durch je zwei zueinander rechtwinkelige Parallelfäden gebildeten Quadrats (s. Fig. 45) festzuhalten. Darauf wird die Libelle mittels der in den Kreisbogen mit Zahnrädern eingreifenden Triebschraube so eingestellt, daß sie ungefähr wagerecht liegt. Beim nochmaligen Hineinsehen in das Fernrohr nach dem auf die Quadratmitte gebrachten Objekte dreht man die Triebschraube noch etwas, bis die Enden der Blase auf beiden Seiten oben und unten gleichweit von der Fadenkreuzöffnung entfernt sind (s. Fig. 45). Bei dieser Stellung des Alhidadenarms wird am Kreise die Größe des Höhenwinkels direkt abgelesen. Zur Erhöhung der Messungsgenauigkeit macht man zwei Einstellungen mit entgegengesetzter Bewegung der Libellenblase, indem man einmal die Blase scheinbar von oben nach unten und dann von unten nach oben durch das Gesichtsfeld laufend einstellt. Das Mittel aus diesen beiden, durch entgegengesetzte Drehungen der Schraube bewirkten Messungen ist frei von den Fehlern des sog. toten Ganges der Triebschraube und zugleich weniger behaftet mit persönlichen Einstellungsfehlern des Beobachters.

Die auf solche Weise mit dem Libellenquadranten gemessenen Zenitdistanzen (z) sind nur noch für den Indexfehler ΔZ zu verbessern, um die scheinbaren Zenitdistanzen z' zu erhalten, aus denen die wahren Zenitdistanzen z durch Anbringung der Refraktionskorrektion r folgen. Parallaxenkorrektionen sind, da es sich beim Libellenquadranten nur um ganze Bogenminuten handelt, nur für Mondhöhen mitzunehmen. Die einfachen Formeln zur Reduktion von Zenitdistanzen mit dem Libellenquadranten lauten daher (s. Formel 48):

$$50)\quad \begin{aligned} z &= z' + r; \qquad \text{beim Monde } z = z' + r - p_{☽}; \\ z' &= (z) + \Delta Z. \end{aligned}$$

Die einzige Konstante am Instrument, welche bestimmt werden muß, ist daher der Indexfehler; derselbe ist im Gegensatz zu den Indexfehlern am Sextanten nur äußerst geringen Veränderungen unterworfen, da das Fernrohr am Libellenquadranten ein

für allemal fest mit dem Kreise verbunden ist. Dagegen ist der Indexfehler am Libellenquadranten für jeden Beobachter besonders zu bestimmen, weil die Messungen verschiedener Personen infolge der ungleichmäßigen Beurteilung bei Einstellung der Libellenblase etwas differieren. Bei Beobachtungen an Land wird der Indexfehler am Libellenquadranten durch Einstellungen von Objekten mit anderweitig bekannter Höhe ermittelt. Mißt man zweckmäßig an einem Gestirn, z. B. der Sonne, so kann man die Vergleichshöhe bis auf die Bogenminute entweder am Universal oder durch Rechnung mittels des Stundenwinkels, der Ortsbreite und der Deklination finden.

Fig. 46.



Libellenquadrant von Butenschön mit Horizontalkreis und Bussole zum Messen von Höhen- und Azimutalwinkeln, auf einem Stativ montiert.

Bei Tagbeobachtungen mit der Sonne wird auf das Objektiv ein neutrales und planes Blendglas aufgesetzt. Bei Nachtmessungen an Sternen muß die Libelle sowie das Fadenkreuz durch eine kleine Beobachtungslaterne beleuchtet werden. Die Genauigkeit, welche bei einem freihändigen Gebrauche des verbesserten Libellenquadranten für Beobachtungen am Lande erzielt werden kann, läßt sich für eine Zenitdistanz im Mittel aus je zwei Einstellungen (Blase von oben und Blase von unten) bis auf $\pm 4'$ Fehlergrenze angeben.

Wesentlich genauer und zugleich vielseitiger nicht nur für Höhen-, sondern auch für Azimuteinstellungen gestaltet sich der Gebrauch des Libellenquadranten, wenn man diesen Höhenwinkelmesser auf ein Stativ mit Horizontalkreis und Bussole montiert, wie dies in Fig. 46 veranschaulicht ist.

Alsdann kann man bis auf 2 Bogenminuten genau in Höhe und bis auf etwa 2′ sicher in Azimut einstellen und erhält somit einen für rohere geographische und geodätische Zwecke äußerst bequemen Ersatz des Universals auf Orientierungsreisen.

* * *

Was schließlich die Preise von Reise-Universalen und Libellenquadranten betrifft, so kann hierfür nur ein beiläufiger Anhalt gegeben werden. Das kleinste, noch zweckmäßig für geographisch-astronomische Ortsbestimmungen eingerichtete Universal kostet mit Stativ etwa 400 bis 500 Mk. Der einfache Libellenquadrant wird schon für 60 Mk. und der mit Horizontalkreis sowie Bussole auf Stativ montierte für etwa 100 Mk. geliefert. Ein gutes Boxchronometer kostet neu ungefähr 600 Mk.; ein vorzügliches Taschenchronometer in einfachster Ausstattung bedingt neu einen Preis von etwa 300 Mk.

Vierter Teil.

Methoden zur geographischen Ortsbestimmung.

Als im elften Jahrhundert die Normannen weite Strecken des Atlantischen Ozeans durchfuhren, navigierten sie nach den Sternen, aber noch ohne Instrumente; sie halfen sich dabei auf sinnreiche und einfache Weise. Sobald die Fahrtrichtung unsicher wurde, ließen sie von ihren Wikingerschiffen pfadfindende Vögel, z. B. Raben oder Tauben, aufsteigen, die schnell in Höhen von vielen Kilometern emporflogen und bei der im Horizont verbergend, in großen Höhen aber enthüllend wirkenden Erdkrümmung ferne Küstenstriche erblicken konnten. Dem landwärts gerichteten Fluge dieser Lotsen in der Luft folgten die Schiffe und erreichten in Etappen von Insel zu Insel bereits damals die Küste Nordamerikas.

Als vier Jahrhunderte später Kolumbus die Neue Welt wieder entdeckte, kannte und benutzte er schon die Grundlehren astronomischer Nautik, welche von den Arabern zu hoher Blüte gebracht waren; der große Seefahrer navigierte bereits nach astronomischen Beobachtungen unter Anwendung von Astrolabien, wie sie schon Ptolemäus gehandhabt hatte, und mit Benutzung des Jakobstabes, eines zweischenkligen Winkelmeßinstruments, das, von Regiomontan (Johannes Müller) konstruiert, als Vorläufer des Sextanten angesehen werden kann. Die Genauigkeit, welche Kolumbus bei seinen Ortsbestimmungen erzielte, betrug in Breite etwa 30′ oder in linearem Maße auf der Erdoberfläche (s. S. 30) 55 km; in Länge war die Unsicherheit wesentlich größer.

Als nach weiteren 240 Jahren, also im 18. Jahrhundert, die ersten zuverlässigeren Marinechronometer von Harrison konstruiert wurden und der Sextant mit Spiegelvorrichtung von Hadley in

Anwendung kam, gelangen Ortsbestimmungen auf See in Breite mit einer Genauigkeit von etwa 10′, in Länge bis auf 20′. Bei der modernen Navigation endlich wird eine Positionsbestimmung des Schiffes in Breite auf 1′,5 oder rund 2,7 km, in Länge auf etwa 3′,0 = 12^s ziemlich sicher erzielt. Man erkennt schon aus diesen Genauigkeitsverhältnissen die großen Fortschritte, welche in der Konstruktion der Instrumente und in der Entwickelung der Beobachtungsmethoden erzielt worden sind.

Ähnlich liegen die Verhältnisse für geographische Ortsbestimmungen am Lande, die den Gegenstand des vorliegenden Handbuches bilden. Während die arabischen Astronomen bei ihren Orientierungen im 9. Jahrhundert noch Fehler von 20′ begingen, gelang es im 15. Jahrhundert, zur Zeit des dänischen Astronomen Tycho Brahe, Ortsbestimmungen bis auf 1′ genau auszuführen; heutzutage verlangt und erreicht man bei der genäherten Ortsbestimmung zu Lande für die Polhöhe 1″ oder in mittleren Breiten etwa 31 m (s. S. 30), für die Länge mindestens 1^s, während die mit höchster Präzision von Astronomen gemessenen geographischen Orientierungen z. B. der Hauptpunkte einer Landesvermessung sogar das Fünftel der Bogensekunde bzw. die Zehntel Zeitsekunde für eine einzelne Bestimmung sichern können. Auch hier liegen große Fortschritte im Laufe weniger Jahrhunderte vor, die nicht nur auf Vervollkommnung der Instrumente, sondern vor allen Dingen auch auf Verfeinerung der Beobachtungsmethoden beruhen.

Alle diese soeben skizzierten Genauigkeitsgrenzen beziehen sich lediglich auf die alsbald näher zu erörternden astronomischen Festlegungen des Zenits vom Beobachtungsorte unter den Sternen, ohne Rücksicht auf die als geodätische Korrektionen astronomischer Bestimmungen auftretenden Lotstörungen usw. Letztere, die, wie früher schon erwähnt (s. S. 34), in manchen Fällen erhebliche Beträge erreichen können, müssen auf Grund besonderer Messungsreihen ermittelt werden.

Die Aufgaben der geographisch-astronomischen Ortsbestimmung zerfallen, nach den im ersten Teil entwickelten Grundbegriffen, in Ermittelungen der geographischen Breite oder Polhöhe und der geographischen Länge eines Beobachtungsortes, ferner in gelegentliche Azimutbestimmungen eines entfernten Punktes und endlich in die Ermittelung der für diese

drei Aufgaben im allgemeinen unentbehrlichen Ortszeit[1]), in einem bestimmten Augenblick am Beobachtungspunkte geltend. Zur Lösung dieser Aufgaben bedarf es bestimmter astronomischer Instrumente, von denen die für den Geographen und den Forschungsreisenden am Lande zweckmäßigsten bereits im vorausgehenden dritten Teile besprochen wurden, sowie besonderer Methoden zur Ausführung und Berechnung jener astronomischen Messungen, die nunmehr erörtert werden sollen.

Die zahlreichen Methoden zur Lösung der geographischen Orientierungsaufgaben, Zeit, Breite, Länge und Azimut, zumeist aus Höhenmessungen oder Durchgangsbeobachtungen von Gestirnen zu bestimmen, beziehen sich, wie schon früher erwähnt, auf Beobachtungen in verschiedenen, zum Koordinatensystem des Horizonts gehörenden Vertikalebenen. Die meisten derselben liegen, besonders zum Zweck der hier in erster Linie interessierenden genäherten geographischen Ortsbestimmung, schon seit Jahrhunderten als Hauptaufgaben der sphärischen Astronomie wissenschaftlich durchgearbeitet vor. Dennoch läßt sich von einer stetigen und besonders in neuester Zeit fortschreitenden Entwickelung der Methoden zur geographischen Orientierung sprechen, wenn dabei folgende Momente berücksichtigt werden.

Erstens haben die Instrumentenformen, wie im dritten Teile geschildert wurde, manche Verbesserungen und Vereinfachungen erfahren, die Beobachtungskunst ist erweitert und vertieft worden, neben den visuellen sind u. a. auch wichtige photographische Methoden in Anwendung gekommen. Die Rechnungen konnten, wie im Verlauf dieses Abschnitts und in einem besonderen Anhange noch gezeigt wird, durch Benutzung graphischer Konstruktionen, durch Verwendung geeigneter Tafeln und durch Einführung spezieller, mit der Erdgestalt zusammenhängender Funktionen der nach den Polen hin wachsenden Breiten (Methode der Mercatorfunktionen, s. Anhang, I) einfacher und sicherer gestaltet werden.

Zweitens sind die Methoden der geographischen Ortsbestimmung besonders in den letzten Jahren immer mehr spe-

[1]) Wie später (s. S. 232) gezeigt wird, gibt es zur Ermittelung der vorläufigen Breite auf Reisen auch einige Methoden, welche die Kenntnis der Zeit entweder gar nicht oder nur genähert voraussetzen.

zialisiert worden. Dies ist nicht nur mit Bezug auf die verlangte und in der Natur der Aufgabe liegende Genauigkeitsstufe geschehen, da auf Reisen ganz andere Bedingungen obwalten, als auf permanenten Beobachtungsstationen, sondern vor allen Dingen auch mit Rücksicht auf die geographische Lage des zu bestimmenden Beobachtungsortes, je nachdem derselbe in mittleren, in tropischen oder in zirkumpolaren Breiten sich befindet. Es leuchtet ohne weiteres ein, daß eine zweckmäßige Lösung von Orientierungsaufgaben auf der Erde mittels Gestirnsbeobachtungen im System des Horizonts im allgemeinen verschieden aufzufassen sein wird, je nachdem die zur Messung dienenden Sterne ihre scheinbaren täglichen Bahnen in Vertikalkreisen senkrecht zum Horizont, wie am Äquator, in Horizontalkreisen parallel dem Horizont, wie an den Polen, oder, wie in mittleren Breiten, in schrägliegenden Kreisen durchlaufen. Auf diese bereits im ersten Abschnitt (s. S. 23) erwähnten Gesichtspunkte soll später bei Erörterung der einzelnen Aufgaben zur geographischen Orientierung noch näher eingegangen werden.

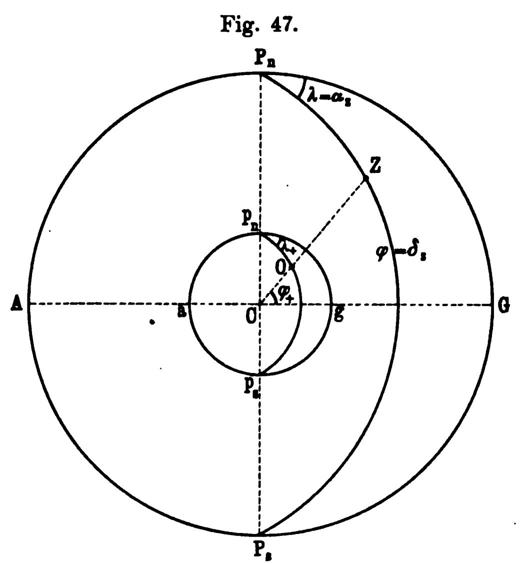
Drittens ist die Anwendung der Methoden zur geographischen Orientierung in neuester Zeit nach zwei Richtungen hin erweitert worden, die in einem besonderen Anhange tunlichst Berücksichtigung finden sollen. Es liegt diese Erweiterung einmal in der Möglichkeit, auch ohne winkelmessende astronomische Instrumente nur mit einer Uhr und mit vertikalen, an Stangen befestigten, sowie durch Gewichte gespannten Fäden Zeit, Breite, Länge und Azimut genähert zu ermitteln (s. Anhang, II). Sodann kommt als neues und wichtiges Gebiet die geographisch-astronomische Orientierung bei Fahrten im Luftballon (s. Anhang, III) hinzu, welche besonders für Dauerreisen von geradezu entscheidender Bedeutung werden kann, wenn die Orientierung nach unten versagt.

* *
*

Jeder Punkt auf der Erdoberfläche wird, wie im ersten Teil gezeigt worden ist, astronomisch vollständig bestimmt durch seine Breite (φ) und seine Länge (λ), gerechnet von einem bestimmten Anfangsmeridian, z. B. Greenwich. Da nun für irgend einen Beobachtungsort O in Fig. 47 seine geographische Breite gleich der

Deklination seines Zenits Z, seine geographische Länge identisch mit der Rektaszension des Zenits ist, so läuft die ganze Ortsbestimmung darauf hinaus, die Richtung der zum Beobachtungsorte gehörigen Zenit- oder Vertikallinie COZ am Himmel unter den Gestirnen festzulegen. In Fig. 47 sei $p_n a p_s g$ ein vollständiger Meridiandurchschnitt durch die kugelförmig gedachte Erde, so daß $p_n p_s$ die Pollinie, ag die Äquatorlinie darstellt und der Meridian $p_n g p_s$ durch den Anfangspunkt der Längenzählung (Greenwich), der Meridian $p_n O p$ durch den zu bestimmenden Beobachtungsort O selbst geht. Konzentrisch zu diesen Erdkreisen liegen die zugehörigen Kreise der Himmelskugel, die sich infolge der täglichen Bewegung scheinbar von Ost nach West um die Pollinie $P_n P_s$ gleichförmig dreht. In einem bestimmten Augenblick dieser Drehung, d. h. zu einem bestimmten Zeitmoment sei Z der Punkt der Himmelssphäre, den die über die Erdoberfläche hinaus verlängerte Vertikale CO des Beobachtungsortes unter den Sternen einnimmt.

Fig. 47.



Geographische Ortsbestimmung durch astronomische Festlegung des Zenits: $\varphi = \delta_z$, $\lambda = \alpha_z$.

Kennt man nun für diesen, durch die entsprechende Drehungsphase der Himmelssphäre oder die zugehörige Ablesung einer genauen Uhr gegebenen Zeitpunkt die sphärischen Koordinaten bestimmter Gestirne und mißt man gleichzeitig die Lage des Zenits mit Bezug auf jene Himmelskörper, so ist die Richtung der Linie COZ an der Himmelssphäre gegeben und somit die astronomisch-geographische Ortsbestimmung des Beobachtungspunktes O gelöst.

Die Lage der maßgebenden Gestirne wird durch die astronomischen Jahrbücher geliefert (s. Teil II), und der Abstand des

Zenitpunktes des Beobachtungsortes von denselben folgt aus den astronomischen Beobachtungen mit winkel- und zeitmessenden Instrumenten (s. Teil III) nach Methoden, die im folgenden ausführlicher, aber in besonderer Auswahl erörtert werden, soweit sie sich auf geographische Orientierungen bei Landreisen beziehen.

Die Ortsbestimmungen auf Landexpeditionen sollen in der Weise behandelt werden, daß zuerst die als Grundlage für alle Orientierungen dienenden Zeitbestimmungen, dann die eigentlichen Breiten- und Längenermittelungen und schließlich die für astronomische, kartographische, sowie manche geophysikalische Aufgaben wichtigen Azimutbestimmungen zur Darstellung gelangen. Darauf folgen in besonderem Anhange drei Abschnitte, von denen der erste sich mit der einfachen Lösung geographischer Orientierungsaufgaben nach der Methode der sogenannten Mercatorfunktionen beschäftigt, während der zweite die geographische Ortsbestimmung ohne winkelmessende Instrumente, soweit dieselbe für Forschungsreisende bequem anwendbar ist, behandelt und der dritte endlich die Ortsbestimmungen im Luftballon, ein ziemlich neues Gebiet der sogenannten aëronautischen Astronomie, in vorläufiger Fassung enthält.

Zeitbestimmungen.

Unter einer Zeitbestimmung versteht man die Aufgabe, zu einer bestimmten, am Chronometer abgelesenen Uhrzeit die entsprechende Ortszeit (in Sternzeit, wahrer oder mittlerer Zeit) zu ermitteln, wodurch der Stand der Uhr oder die Uhrkorrektion $\varDelta U$ gegen Ortszeit bestimmt wird.

Alle Methoden der Zeitbestimmung kommen darauf hinaus, den zur Uhrzeit U gehörigen Stundenwinkel t eines Gestirns mit bekannter Rektaszension α und Deklination δ durch Beobachtung und Rechnung zu finden. Wird nämlich U in Sternzeit ausgedrückt und nach Hinzufügung der Uhrkorrektion $\varDelta U$ auf richtige Zeit gebracht, so gilt (s. Teil I, S. 8, 16) die einfache Relation

$$51) \quad \left.\begin{aligned} U + \varDelta U &= \alpha \pm t \\ \text{oder} \quad \varDelta U &= (\alpha \pm t) - U \end{aligned}\right\} \begin{matrix}\text{West}\\ \text{Ost}\end{matrix}$$

Da α aus der astronomischen Ephemeride, U von der Chronometerablesung gegeben sind, findet man das gesuchte $\varDelta U$, sobald noch t bekannt wird.

Eine direkte Messung des Stundenwinkels t im äquatorialen Koordinatensystem, welche scheinbar am einfachsten zum Ziel führen würde, läßt sich mit brauchbarer Genauigkeit bisher nicht ausführen[1]). Man muß daher andere Größen, und zwar im System des Horizonts messen, wie Zenitdistanzen und Azimute bei Reisebeobachtungen oder Durchgänge durch bestimmte Vertikalebenen auf festen Stationen, um daraus durch Rechnung nach den Transformationsformeln der Koordinaten (s. Teil I) den Stundenwinkel zu finden. Zu solchen Beobachtungen dienen naturgemäß nur Gestirne mit genau bekannten Rektaszensionen und Deklinationen. Da ferner zur Berechnung der Messungen scheinbare, für den Tag der Beobachtung geltende Örter gebraucht werden, empfiehlt es sich, zur Zeitbestimmung lediglich solche Fixsterne zu wählen, deren scheinbare, für den Tag geltende Örter in den astronomischen Ephemeriden (s. Teil II) aufgeführt sich vorfinden. Für ganz genäherte Zeitbestimmungen, besonders auf schnellen Reisen oder etwa bei Ballonfahrten, läßt sich mit Vorteil auch die Sonne benutzen. Allerdings sind Sonnenbeobachtungen nicht so genau wie Sternmessungen, ferner werden die Berechnungen für die Sonnenpositionen infolge der starken Veränderlichkeit von $\alpha_{\odot}$ und $\delta_{\odot}$ etwas umständlicher. Aus denselben Gründen und außerdem noch, weil am Tage die Sonne und in der Nacht die Fixsterne vorteilhafter zu beobachten sind, werden der Mond und die großen Planeten zu Zeitbestimmungen im allgemeinen nicht verwendet.

Im großen und ganzen zerfallen die Methoden zur Ermittelung der Ortszeit in der vollständigen Theorie geographischer Ortsbestimmungen in zwei Hauptklassen, einmal Höhenmessungen von Gestirnen in der Nähe bestimmter Vertikalebenen und sodann

[1]) Neuerdings sind Versuche begonnen worden, um Stundenwinkel direkt an kleineren, im System des Äquators, d. h. parallaktisch aufgestellten besonderen Refraktoren zu messen, indem man die Achsenbewegungen durch Einführung von Kugellagerungen genauer zu gestalten suchte. Für die Zwecke der geographischen Ortsbestimmung auf Reisen werden diese astronomisch interessanten Experimente kaum Bedeutung erlangen, weil die betreffenden Instrumente für den bequemen Transport viel zu schwer sind.

Durchgangsbeobachtungen von Sternen durch gewisse Vertikalebenen. Dementsprechend können im ganzen sechs mehr oder weniger verschiedene Methoden für die Zeitbestimmung in Anwendung kommen: erstens Messungen von Gestirnshöhen in der Nähe des Ost-West-Vertikals, zweitens Messungen korrespondierender Höhen desselben Gestirns vor und nach der Kulmination, drittens Messungen korrespondierender Höhen oder Zenitdistanzen verschiedener Sterne, viertens Durchgangsbeobachtungen im Vertikal des Polarsterns, fünftens Durchgangsbeobachtungen des Polarsterns und eines Zeitsterns durch beliebige Vertikalebenen in der Nähe des Meridians, sechstens endlich Durchgangsbeobachtungen von Sternen im Meridian. Ohne an dieser Stelle[1]) näher auf das Wesen der einzelnen Methoden zur Zeitbestimmung einzugehen, von denen Nr. 1 und Nr. 2 im folgenden für die Zwecke des vorliegenden Handbuchs zunächst ausführlich erörtert werden, sollen doch einige allgemeine Bemerkungen hinsichtlich der Anwendungsfähigkeit jener Methoden nicht unterdrückt werden. Vom astronomischen Standpunkte muß die sechste Methode mittels Durchgangsbeobachtungen von Sternen im Meridian als die genaueste gelten, die mit besonderem Vorteil allerdings auf Sternwarten und festen astronomischen Stationen benutzt wird[2]). Die Methode Nr. 4, aus Durchgangsbeobachtungen im Vertikal des Polarsterns die Zeit zu bestimmen, ist wegen des mit ihr vorbundenen großen Rechnungsaufwandes für Nichtastronomen wenig praktisch, und sie kann auf Reisen auch hinsichtlich ihrer Bedeutung für die Eliminierung von Instrumentalfehlern durch eine kritische Verwendung der viel einfacheren Methoden Nr. 1 und 3 ersetzt werden. In dem ganz speziellen Falle jedoch, daß sich der Beobachter ziemlich dicht an den Polen der Erde befindet, wo die Methoden 1, 2 und 3 mehr oder weniger versagen, läßt sich die vierte Methode mittels Durchgangsbeobach-

---

[1]) Hierfür sei, ebenso wie für viele andere Einzelheiten, auf das ausführliche Lehrbuch von W. Chauvenet verwiesen, welches folgenden Titel hat: „Manual of spherical and practical astronomy, embracing the general problems of spherical astronomy, the special application to nautical astronomy, and the theory and use of fixed and portable astronomical instruments.“ Two volumes. 5th Edition. Philadelphia, London 1896.

[2]) Für diese Methode sei auf Th. Albrechts Formeln und Hilfstafeln, 3. Aufl., S. 13 bis 24, hingewiesen.

tungen im Vertikal des Polarsterns mit Vorteil zur Zeitbestimmung verwenden[1]).

Was die weitere Spezialisierung der oben genannten sechs Methoden je nach der Breitenlage des Beobachtungsortes auf der Erde betrifft, so lassen sich in mittleren Breiten jene Methoden sämtlich, je nach den jeweilig herrschenden instrumentalen und meteorologischen Bedingungen (z. B. bei sehr ungünstiger Witterung Methode Nr. 5) individualisiert anwenden, während zur Zeitbestimmung in äquatorialen Gegenden besonders vorteilhaft die erste Methode aus Höhenmessungen von Sternen in der Nähe des Ost-West-Vertikals benutzt wird.

Im folgenden sollen nun zunächst die beiden ersten Methoden zur Zeitbestimmung unter $1)_t$ und 2), welche auf Zenitdistanzmessungen beruhen, als besonders praktisch und einfach für Reisezwecke ausführlicher erörtert werden. Eine dritte Methode der Zeitbestimmung findet sich später unter $3)_t$, $5)_\varphi$ (s. S. 237) bei Erörterung der Aufgabe, Breite und Zeit zugleich aus den gleichen Zenitdistanzen von drei Sternen zu ermitteln, ein Verfahren, welches einen speziellen Fall der oben unter Nr. 3 genannten Methode aus Messungen korrespondierender Zenitdistanzen verschiedener Sterne bildet. Eine vierte Methode endlich zur Zeitbestimmung findet sich ebenfalls später bei Gelegenheit der Ortsbestimmung ohne winkelmessende astronomische Instrumente (s. Anhang, II; $4)_t$), wobei es auf Durchgangsbeobachtungen von Sternen durch bestimmte Vertikalebenen ankommt, also auf eine Variation der oben unter Nr. 5 und 6 genannten Methoden.

$1)_t$. Zeitbestimmung durch Messung von Zenitdistanzen in der Nähe des ersten Vertikals.

Mit einem Universal für genauere oder mit einem Libellenquadranten für genäherte Zeitbestimmungen sei am Orte von der Breite φ ein Gestirn mit bekannten α, δ am Höhenkreise zur Uhrzeit U eingestellt, so daß z' die scheinbare, z die für Re-

[1]) Für die praktische Verwendung dieser Methode sei auf Th. Albrecht, Formeln und Hilfstafeln für geographische Ortsbestimmungen, 3. Auflage, S. 24 bis 31, verwiesen. Ihre praktische Durcharbeitung rührt im wesentlichen von Döllen her, der auch besondere Hilfstafeln und fortlaufende Sternephemeriden für jenen Zweck herausgegeben hat. (Fortsetzungen sind

fraktion und Parallaxe (s. S. 173) verbesserte Zenitdistanz desselben angibt. Aus dem schon im ersten Abschnitt besprochenen fundamentalen astronomischen Dreieck (s. S. 11) ergibt die Formel

(1) $$\cos z = \sin \varphi \sin \delta + \cos \varphi \cos \delta \cos t$$

den folgenden Ausdruck für den Stundenwinkel:

$$\cos t = \frac{\cos z - \sin \varphi \sin \delta}{\cos \varphi \cos \delta}.$$

Derselbe läßt sich durch Einführung des Hilfswinkels

$$\sigma = {}^1/_2\,(\varphi + \delta + z)$$

für die logarithmische Rechnung bequemer und durch Benutzung der Tangentenformel zugleich genauer folgendermaßen darstellen:

52) $$tg\ {}^1/_2\, t = \sqrt{\frac{\sin(\sigma - \varphi) \sin(\sigma - \delta)}{\cos \sigma \cos(\sigma - z)}}.$$

Aus dem Stundenwinkel folgt alsdann die gesuchte Uhrkorrektion unmittelbar durch die frühere Gleichung

51) $$\varDelta U = (\alpha \pm t) - U \begin{cases} \text{West} \\ \text{Ost.} \end{cases}$$

Um nun auf Grund dieser allgemeinen, für beliebige Zenitdistanzen geltenden Betrachtungen zu erkennen, unter welchen besonderen Umständen etwaige Fehler in den gegebenen Größen φ, δ und z einen möglichst kleinen Einfluß auf den daraus zu berechnenden Stundenwinkel t haben, wird Gleichung (1) vollständig differenziert. Es ergibt sich dann nach Einführung des Azimuts A und des parallaktischen Winkels q (s. Fig. 5) folgender Ausdruck für die Abhängigkeit eines Fehlers im Stundenwinkel von Fehlern der Zenitdistanz (s. S. 19), Deklination und Polhöhe:

53) $$dt = \frac{dz}{\sin A \cos \varphi} + \frac{d\delta \cos q}{\sin A \cos \varphi} - \frac{d\varphi}{tg\, A \cos \varphi}.$$

Man erkennt sofort, daß für Gestirne im ersten Vertikal, wo $A = \pm 90^0$ ist, die Koeffizienten von dz und $d\delta \cos q$ ein Minimum werden, da $\sin A$ seinen größten Wert erreicht; auch der Faktor von $d\delta$, $\cos q$, wird im Ost-West-Vertikal wesentlich kleiner als im Meridian. Ferner verschwindet für $A = \pm 90^0$ der Koeffizient

von Wittram in Pulkowa erschienen.) Besonders wichtige Erweiterungen hat diese für Astronomen sehr interessante und bei Anwendung lichtstärkerer Instrumente nicht nur für den nördlichen, sondern auch für den südlichen Polarstern (5,5. Größenklasse) geltende Methode durch Harzer erfahren (Publikation X der Kieler Sternwarte).

von $d\varphi$, da $tg\,A = \infty$ wird; ein kleiner Fehler in der angenommenen Breite hat also bei Zenitdistanzmessungen im ersten Vertikal keinen Einfluß auf die Zeitbestimmung.

Die Differentialformel 53) liefert aber noch mehr Fingerzeige für die beste Anwendung der vorliegenden Methode. Zunächst zeigt der gemeinschaftliche Faktor $\frac{1}{\cos\varphi}$ an, daß diese Art der Zeitbestimmung in äquatorialen Breiten ($\varphi = 0$, $\cos\varphi = 1$) am günstigsten, auch in mittleren Breiten wegen der im ersten Vertikal raschesten Höhenänderung noch vorteilhaft ist ($\varphi = 60^0$, $\cos\varphi = 0{,}5$, $\frac{1}{\cos\varphi} = 2$) und in circumpolaren Gebieten (z. B. $\varphi = 84^0$, $\cos\varphi = 0{,}10$, $\frac{1}{\cos\varphi} \doteq 10$) gerade noch brauchbar sein dürfte. Ferner gibt die Differentialformel, wenn für $\sin A$ der entsprechende Ausdruck $\frac{\sin q \cos\delta}{\cos\varphi}$ eingeführt wird[1]), an, daß mit Vorteil nur Sterne bis zu mäßigen Abständen vom Himmelsäquator zu wählen sind, weil sonst der Faktor $\frac{1}{\cos\delta}$ zu groß wird. Gleichzeitig sind aber auch sehr große Zenitdistanzen wegen der Refraktionsunsicherheiten zu meiden. Endlich folgt aus dem obigen Ausdruck 53) noch, daß infolge der im Nenner stehenden Sinus- und Tangentenfunktion von A sämtliche Fehler das Zeichen wechseln, wenn Gestirne östlich und westlich vom Meridian beobachtet werden. Wählt man daher zur Zeitbestimmung nacheinander zwei Sterne in nahezu gleichen Azimutabständen östlich und westlich vom Meridian und mißt deren Zenitdistanzen, wenn auch nur in der Nähe des ersten Vertikals, so muß die im Mittel aus beiden Sternen abgeleitete Uhrkorrektion nicht nur von etwaigen konstanten Fehlern der angenommenen Polhöhe, sondern auch von solchen der gemessenen Zenitdistanzen frei sein. Wählt man schließlich die betreffenden Sterne noch so aus, daß ihre nacheinander im Osten und Westen zu beobachtenden Zenitdistanzen (bei fast gleichen Deklinationen) nahezu gleich sind, so wird das aus beiden Messungen hergeleitete Ergebnis auch noch von etwaigen Biegungs- und Re-

---

[1]) Alsdann nimmt die obige Differentialgleichung folgende Fassung an:

$$\text{53 a)} \qquad dt = \frac{dz}{\sin q \cos\delta} + \frac{d\delta}{tg\,q \cos\delta} - \frac{d\varphi}{\sin q \sec A \cos\delta}.$$

fraktionsfehlern frei. Den bei Zenitdistanzmessungen mittels Universals zu beachtenden Zenitpunktfehler eliminiert man durch Ausführung der Messungsreihe für jeden Stern in beiden Kreislagen des Instruments. Bei Beobachtungen am Libellenquadranten muß der Indexfehler an die Ablesungen des Höhenkreises angebracht werden.

Es verdient hervorgehoben zu werden, daß die soeben abgeleiteten Bedingungen für eine gute Zeitbestimmung aus Zenitdistanzmessungen in der Nähe des ersten Vertikals noch genügend erfüllt bleiben, wenn die Azimute der im Osten und Westen auszuwählenden Sterne vom ersten Vertikal auf beiden Seiten noch je etwa 25° abstehen ($sin \pm 65^\circ = \pm 0{,}91$) und wenn ihre Deklinationsdifferenz unter 5° beträgt ($dr = 10''$ für $dz = 5^\circ$, in der Zenitdistanzzone 45° bis 50°). Solche Bedingungen werden aber durch zahlreiche Kombinationen von Sternen aus den astronomischen Jahrbüchern mit gegebenen scheinbaren Örtern gewährleistet; sogar unter den hellen Fixsternen bis zur vierten Größenklasse lassen sich in dieser Beziehung passende Beobachtungsobjekte im allgemeinen zur Zeitbestimmung auf Reisen auswählen.

Zum schnellen und sicheren Auffinden von Sternen in der Nähe des ersten Vertikals müssen, wenn nicht etwa ganz helle, dem Beobachter genau bekannte Fixsterne direkt eingestellt werden können, Stundenwinkel und Zenitdistanz für den Durchgang durch den ersten Vertikal ermittelt werden. Nach den vom ersten Teil (s. S. 16) her bekannten Formeln gelten für diese Größen die folgenden Ausdrücke:

$$(7) \qquad cos\, t_I = \frac{tg\, \delta}{tg\, \varphi}, \quad sin\, z_I = \frac{sin\, \delta}{sin\, \varphi}.$$

Den berechneten Stundenwinkel t_I des Sternes bringt man unmittelbar an die in der astronomischen Ephemeride gegebene Rektaszension α, im Sinne $\alpha \pm t_I \begin{cases} \text{Westvertikal} \\ \text{Ostvertikal} \end{cases}$ an, um die Durchgangszeit des Sternes durch den ersten Vertikal zu finden; die berechnete Zenitdistanz z_I wird unter Berücksichtigung des Zenitpunkts- bzw. Indexfehlers direkt am Höhenkreise des Universals oder des Libellenquadranten eingestellt[1]).

[1]) Für die Breitenzone von 30° bis 60° lassen sich Stundenwinkel und Zenitdistanz für den Durchgang von Sternen durch den ersten Vertikal auch unmittelbar aus den Hilfstafeln von Albrecht (3. Aufl.), Nr. 2 u. 3 entnehmen.

Zur Einstellung, an den Kreisen des Universals, von Sternen, welche sich in der Nähe des ersten Vertikals befinden und noch innerhalb der oben festgesetzten Grenzen ($\pm 25^0$ vom ersten Vertikal) liegen, ermittelt man mit Vorteil die zu dem Stundenwinkel $t_I \mp dt$ gehörigen Azimute (von Norden ab gerechnet) und Zenitdistanzen nach folgenden Formeln:

$$54) \quad \begin{aligned} A^n &= 90^0 \pm \sin\varphi\, dt \text{ für den Ostvertikal} \\ A^n &= 270^0 \mp \sin\varphi\, dt \text{ für den Westvertikal} \\ z &= z_I \mp \cos\varphi\, dt. \end{aligned}$$

Soviel über die Vorbereitungen zu dieser Methode; nun zu den Beobachtungen und Berechnungen. Sind die Zenitdistanzmessungen in der Nähe des ersten Vertikals mit einem Universal angestellt, so verfährt man mit jeder Messung, wie im dritten Teile (s. Formel 48), bei Erörterung des Universalinstruments, angegeben ist. Für jede mit Ablesung der Uhr ausgeführte Einstellung eines Sternes[1]) in jeder Kreislage wird das arithmetische Mittel der Höhenkreisablesungen gebildet, dasselbe für die Ablesung der Libelle des Nonien- oder Mikroskopträgers, für den Zenitpunktfehler und bei Instrumenten mit Mikroskopablesung auch für Run korrigiert. Aus der so erhaltenen scheinbaren Zenitdistanz leitet man durch Anbringung der für Barometer- und Thermometerstand verbesserten Refraktion, sowie nötigenfalls der Parallaxe die wahre Zenitdistanz z ab und berechnet dann für jede Beobachtung getrennt den Stundenwinkel t nach der oben angegebenen Tangentenformel 52). Die Uhrkorrektion findet man darauf aus der ebenfalls schon oben angegebenen Relation

$$51) \quad \varDelta U = (\alpha \mp t) - U \begin{cases} \text{Ostvertikal} \\ \text{Westvertikal.} \end{cases}$$

Hat man zur genäherten Zeitbestimmung im ersten Vertikal die Zenitdistanzen an einem einfachen Libellenquadranten gemessen, so gestaltet sich die Reduktion nach denselben Formeln noch einfacher (s. Formel 50). Die beobachtete Zenitdistanz ist nur für Indexfehler und Refraktion zu verbessern, und eine Wieder-

---

[1]) Für die zweckmäßigste Ausführung von Einstellungen in Zenitdistanz vgl. Teil III, S. 164, auch die Bemerkungen gelegentlich der Breitenbestimmungen, S. 212.

holung der Messung kann natürlich nicht in getrennten Kreislagen ausgeführt werden.

Die obige Formel 51) für die Uhrkorrektion gilt unmittelbar nur dann, wenn das eingestellte Gestirn ein Fixstern ist und wenn die Beobachtungsuhr nach Sternzeit geht. Ist, wie gewöhnlich, die Uhr nach mittlerer Zeit reguliert, so muß die aus der Ephemeride und der berechneten Beobachtung folgende Sternzeit $\alpha \mp t$ erst in mittlere Zeit verwandelt werden. Alsdann ergibt die obige Gleichung den Stand der Beobachtungsuhr gegen mittlere Zeit.

Hat man nun aber die Sonne beobachtet, so ist der unmittelbar berechnete Stundenwinkel t identisch mit wahrer Sonnenzeit. Durch Anbringung der Zeitgleichung (s. S. 9) an dieselbe wird die mittlere Zeit gefunden, welche, mit der Uhrzeit U der Beobachtung verglichen, wieder den Stand der Uhr gegen mittlere Zeit ergibt. Hierbei ist zu beachten, daß für die Sonne sowohl die Koordinaten α, δ als auch die Zeitgleichung aus der astronomischen Ephemeride für die Epoche der Beobachtung gültig entnommen werden müssen (s. Teil II). Zu diesem Zweck wird man die beobachtete Uhrzeit mit einem genäherten Werte der Uhrkorrektion zunächst auf nahezu richtige Ortszeit bringen und diese mittels des Längenunterschiedes zwischen Beobachtungs- und Ephemeridenmeridian auf letzteren reduzieren.

Beispiele zur Methode $1)_t$.

A) An einem Universal mit Nonienablesung und mit einem nach Sternzeit gehenden Chronometer sind auf der Berliner Sternwarte in der Nähe des Ostvertikals in beiden Kreislagen Zenitdistanzen von α Lyrae gemessen worden; es soll daraus die Uhrkorrektion hergeleitet werden. Beobachtet z_1 und z_2 zu den Uhrzeiten U_1 und U_2; gesucht ΔU.

1898, Juni 6, $9^h 30^m$ p. m. Station: Berlin ($\varphi = 52^0 30' 17''$), Instrument: Universal von Wanschaff, Uhr: Sternzeitchronometer, Beobachter: Marcuse.

Instrumentalfehler: $i = + 15''$, $c = - 10''$, $\Delta Z = 0'$.
Koordinaten von α Lyrae nach der Ephemeride:

$$\alpha = 18^h 33^m 32^s, \ \delta = + 38^0 41' 13''.$$

Barometer 0° = 750,0 mm, Lufttemperatur + 16°,0 C.

Uhrzeiten	Kreislage	Höhenkreis-ablesung im Mittel aus Non. I u. II	Scheinbare Zenitdistanz korrigiert für Höhenlibelle	Refraktion	z
14h 40m 2s	K. R.	41° 52′ 15″	41° 52′ 15″	+ 50″	41° 53′ 5″
14 50 0	K. L.	319 43 45	40 16 15	+ 47	40 17 2

Rechnung nach Formel 52) und 51):

$$\begin{aligned} z_1 &= 41^\circ\ 53'\ 5'' \\ \delta &= 38\ \ 41\ \ 13 \\ \varphi &= 52\ \ 30\ \ 17 \\ \hline 2\sigma &= 133\ \ 4\ \ 35 \\ \sigma &= 66\ \ 32\ \ 18 \\ \hline \sigma - \varphi &= 14\ \ 2\ \ 1 \\ \sigma - \delta &= 27\ \ 51\ \ 5 \\ \sigma - z_1 &= 24\ \ 39\ \ 13 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} z_2 &= 40^\circ\ 17'\ 2'' \\ \delta &= 38\ \ 41\ \ 13 \\ \varphi &= 52\ \ 30\ \ 17 \\ \hline 2\sigma &= 131\ \ 28\ \ 32 \\ \sigma &= 65\ \ 44\ \ 16 \\ \hline \sigma - \varphi &= 13\ \ 13\ \ 59 \\ \sigma - \delta &= 27\ \ 3\ \ 3 \\ \sigma - z_2 &= 25\ \ 27\ \ 14 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \log\sin(\sigma - \varphi) &= 9{,}38469 \\ \log\sin(\sigma - \delta) &= 9{,}96949 \\ \hline & \ 9{,}05417 \\ & \ {*}\ 9{,}56113 \\ \hline & \ ({*})\ 9{,}49304 \\ \log\cos\sigma &= 9{,}60264 \\ \log\cos(\sigma - z_1) &= 9{,}95849 \\ \hline & \ {*}\ 9{,}56113 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \log\sin(\sigma - \varphi) &= 9{,}35967 \\ \log\sin(\sigma - \delta) &= 9{,}65780 \\ \hline & \ 9{,}01747 \\ & \ {*}\ 9{,}56940 \\ \hline & \ ({*})\ 9{,}44807 \\ \log\cos\sigma &= 9{,}61375 \\ \log\cos(\sigma - z_2) &= 9{,}95565 \\ \hline & \ {*}\ 9{,}56940 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} ({*})\ \log tg\ {}^1/_2\, t_1^2 &= 9{,}49304 \\ \log tg\ {}^1/_2\, t_1 &= 9{,}74652 \\ {}^1/_2\, t_1 &= 29^\circ\ 9'\ 20'' \\ t_1 &= 58^\circ\ 18'\ 40'' \\ &= 3^h\ 53^m\ 14{,}7^s \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} ({*})\ \log tg\ {}^1/_2\, t_2^2 &= 9{,}44807 \\ \log tg\ {}^1/_2\, t_2 &= 9{,}72404 \\ {}^1/_2\, t_2 &= 27^\circ\ 54'\ 39'' \\ t_2 &= 55^\circ\ 49'\ 18'' \\ &= 3^h\ 43^m\ 17{,}2^s \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \alpha &= 18^h\ 33^m\ 32{,}0^s \\ t_1 &= 3\ \ 53\ \ 14{,}7 \\ \hline \text{ber. } U_1 &= 14\ \ 40\ \ 17{,}3 \\ \text{beob. } U_1 &= 14\ \ 40\ \ 2{,}0 \\ \hline \Delta U &= +\ \ 15{,}3^s \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \alpha &= 18^h\ 33^m\ 32{,}0^s \\ t_2 &= 3\ \ 43\ \ 17{,}2 \\ \hline \text{ber. } U_2 &= 14\ \ 50\ \ 14{,}8 \\ \text{beob. } U_2 &= 14\ \ 50\ \ 0{,}0 \\ \hline \Delta U &= +\ \ 14{,}8^s \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta U_1 &= +\ 15{,}3^s \\ \Delta U_2 &= +\ 14{,}8 \\ \hline \Delta U &= +\ 15^s \end{aligned}$$

B) An einem Libellenquadranten und mit einem nach Mitteleuropäischer Zeit (MEZ.) gehenden Taschenchronometer ist in Berlin in der Nähe des Ostvertikals eine Zenitdistanz der Sonne gemessen worden; es soll daraus die Uhrkorrektion hergeleitet werden. Beobachtet $z_{\odot}$ zur Uhrzeit U, gesucht $\varDelta U$.

1904, August, 22. (bürgerl.) $9^h\ 30^m$ a. m. Station: Berlin; Instrument: Libellenquadrant von Butenschön; Uhr: Taschenchronometer von Grandjean, Loccle; Beobachter: Marcuse.

Instrumentalfehler: $\varDelta Z$ (Indexfehler) $= - 5'$. Barometer $(0^0) = 752$ mm, Lufttemperatur $= + 22^0{,}5$ C.

1904, August, 21.; astronomisch (s. S. 26) $21^h\ 35^m\ 3^s$, $z_{\odot} = 51^0\ 3'$ beobachtet. Da es sich um Sonnenbeobachtungen handelt, müssen zunächst aus der Ephemeride, in diesem Falle mit genügender Genauigkeit aus dem Nautischen Jahrbuche (N. J.), die veränderliche Zeitgleichung und Sonnendeklination für die der Beobachtungszeit entsprechende genäherte wahre Greenwicher Zeit entnommen werden.

Die hierzu führende Rechnung gestaltet sich unter der Annahme, daß die genäherte Uhrkorrektion 0 sei, folgendermaßen:

Uhrzeit der Beobachtung in MEZ.	=	21^h	35^m	3^s
Reduktion der MEZ. auf Berliner M. Ortszeit (s. S. 29)	= —		6	25
Berliner M. Zeit der Beobachtung	=	21	28	38
Reduktion von Berliner auf Greenwicher M. Zeit (s. S. 22).	= —		53	35
Greenwicher M. Zeit = MEZ. — 1^h.	=	20	35	3
Zeitgleichung (zu $20^h{,}6$ Gr. M. Zeit gehörig) . .	= —		2	52
Genäherte Greenw. wahre Zeit	=	20^h	32^m	11^s

Zu der genäherten Gr. w. Zt. $20^h{,}54$ gehören nach Interpolation aus dem N. J. (für Aug. 22 — $3^h{,}46$) folgende Daten für die Zeitgleichung und die Sonnendeklination:

$$\text{Zeitgl.} = \text{M. Zt.} - \text{W. Zt.} = + 2^m\ 52^m{,}1;\ \delta_{\odot} = + 11^0\ 53'{,}9.$$

Die Reduktion der beobachteten Zenitdistanz gestaltet sich, da im Libellenquadranten die ganze Sonnenscheibe eingestellt wird und die Höhenparallaxe der Sonne (etwa $0'{,}1$) hier vernachlässigt werden kann, folgendermaßen:

Beob. scheinb. Zenitdistanz	$= 51^0\ 3'$
ΔZ (Indexfehler)	$= -\ 5$
Refraktion	$= +\ 1,2$
Wahre Zenitdistanz der Sonne	$= 50^0\ 59',2$

Mit diesen Daten und der gegebenen Polhöhe φ ergibt die Rechnung nach Formel 52):

$\varphi = 52^0\ 30,3'$	$\sigma - \varphi = 5^0\ 11,4'$
$\delta = 11\ 53,9$	$\sigma - \delta = 45\ 47,8$
$z = 50\ 59,2$	$\sigma - z = 6\ 42,5$
$2\sigma = 115^0\ 23,4'$	Chronometerangabe in BMZ. $= 21^h\ 28^m\ 38^s$
$\sigma = 57\ 41,7$	

$log\,sin\,(\sigma - \varphi) = 8,9564,$ $\qquad log\,cos\,\sigma = 9,7279$

$log\,sin\,(\sigma - \delta) = 9,8554,$ $\qquad log\,cos\,(\sigma - z) = 9,9970$

$8,8118 \qquad\qquad * 9,7249$

$* 9,7249$

$log\,tg\tfrac{1}{2}t^2 = 9,0869$

$log\,tg\tfrac{1}{2}t = 9,5435, \quad \tfrac{1}{2}t = 19^0\ 16'$

$t = 38^0\ 32' = 2^h\ 34^m\ 8^s$ (östl.)

Wahre Berliner Zeit der Beobachtung .	$= 21^h\ 25^m\ 52^s\ (24^h - t)$
Zeitgleichung	$= +\ 2\ 52$
Mittlere Berliner Zeit	$= 21\ 28\ 44$
Chronometerangabe in BMZ.	$= 21\ 28\ 38$
Uhrkorrektion ΔU	$= +\ 6^s$

Da diese Uhrkorrektion von dem in erster Näherung angenommenen $\Delta U = 0$ nur um 6^s verschieden ist und die Sonnendeklination für 6^s sich nur wenig ändert, ist eine Wiederholung der Rechnung mit dem neuen ΔU unnötig.

2)t. Zeitbestimmung durch Messung korrespondierender Zenitdistanzen desselben Gestirns.

Das Wesen dieser Methode ist von demjenigen der vorangehenden nur insofern verschieden, als es sich hierbei um die Bestimmung der Uhrkorrektion aus den Uhrangaben handelt, zu welchen ein und dasselbe Gestirn vor und nach dem Meridiandurchgange, aber auch möglichst nahe dem ersten Vertikal, die

gleiche Zenitdistanz erreicht. Man erkennt sofort, daß das vorliegende Verfahren $2)_t$ einen viel größeren Zeitaufwand beansprucht und doch nicht mit größerer Genauigkeit die Zeit bestimmt als $1)_t$, weil mehrere Stunden zwischen den vor und nach der Kulmination des Gestirns stattfindenden gleichen Zenitdistanzen verstreichen müssen, innerhalb welcher auch Änderungen der instrumentalen und atmosphärischen Bedingungen auftreten können.

Trotzdem ist Verfahren $2)_t$ wichtig und auf Reisen oft sehr vorteilhaft, da es unabhängig von der Kenntnis der Lage des Beobachtungsortes, der Deklination des Gestirns und frei von systematischen Fehlern der Instrumente die Uhrkorrektion zu bestimmen erlaubt, so daß auch Instrumente von geringerer Qualität, selbst einfache Libellenquadranten, unter Umständen mit Vorteil verwendet werden können.

Die Methode, die Zeit aus Messungen korrespondierender Zenitdistanzen eines Gestirns zu finden, besteht, wenn zunächst der einfachste Fall ins Auge gefaßt wird, in folgendem:

Beobachtet werden die in Sternzeitangaben zu verwandelnden Uhrzeiten U_a und U_p (ante und post meridiem), zu welchen ein Gestirn mit der Position α, δ dieselbe Zenitdistanz z vor und nach der Kulmination erreicht. Da nun gleichen Zenitdistanzen z_a und z_p östlich und westlich vom Meridian auch gleiche Stundenwinkel t entsprechen, falls die Deklination des Gestirns sich nicht ändert, so gilt offenbar die folgende Relation:

54) $$\varDelta U = \alpha - {}^1/_2\,(U_a + U_p).$$

Damit findet man den Stand der Uhr gegen die Sternzeit der Kulmination, welche aus dem astronomischen Jahrbuche als α, aus dem Mittel der zu beiden Seiten der Kulmination beobachteten Uhrzeiten als ${}^1/_2\,(U_a + U_p)$ folgt. Vorausgesetzt wird bei dieser einfachen Aufgabe nichts weiter, als daß in der Zwischenzeit zwischen den beiden Beobachtungen der Gang der Uhr ein gleichförmiger ist.

In Wirklichkeit werden aber die beiden Zenitdistanzen z und z_p des Gestirns, dessen Deklination vorläufig als unveränderlich zwischen U_a und U_p angenommen ist (Fixstern), nicht genau gleich sein, da diese Momente bei der Beobachtung nicht immer scharf zu erfassen sind. Es wird vielmehr in der Regel ein geringer Unterschied $dz = z_p - z_a$ zwischen den Zenitdistanzen der

Nachmittags- und Vormittagsmessung vorhanden sein, der an sich und in seinem Einfluß auf die Kulminationszeit $\frac{1}{2}(U_a + U_p)$ scharf bestimmt werden muß. Letzterer folgt aus der bereits im ersten Teil (s. S. 19) angegebenen Beziehung zwischen Stundenwinkel- und Zenitdistanzänderung, welche nach Formel 10) folgendermaßen lautet:

$$dt = \frac{\sin z}{\cos \varphi \cos \delta \sin t} dz.$$

Da nun, wenn dz positiv, also $z_p > z_a$ ist, die Uhrzeiten U_a und U_p um dt zu groß erhalten werden, so gestaltet sich die Korrektion ζ für ungleiche Zenitdistanzen in Zeitsekunden, für dz in Bogensekunden, folgendermaßen:

$$\zeta^s = \mp \frac{\sin z_a}{30 \cos \varphi \cos \delta \sin t} dz'' \begin{cases} z_p > z_a \\ z_p < z_a. \end{cases}$$

Hierbei reichen zur Berechnung des Nenners im trigonometrischen Koeffizienten ziemlich rohe Näherungswerte von φ, δ und t aus, wie sie jederzeit zur Verfügung stehen werden. Auch die Fehler der vor- und nachmittags gemessenen Zenitdistanzen beeinflussen nur in sehr geringem Maße, wie schon der durch Verwandlung von Zeit in Bogen entstandene Faktor $\frac{1}{30}$ zeigt, die Verbesserung der Uhrzeiten wegen ungleicher Zenitdistanzen. Die Qualität des höhenmessenden Instruments kommt daher bei dieser Methode nicht in erster Linie in Betracht. Dennoch empfiehlt es sich, zur Erhöhung der Genauigkeit des Resultats mehrere Zenitdistanzen des Gestirns nacheinander vor und entsprechend nach der Kulmination zu messen, wobei am Universal für genauere Zeitbestimmung zweckmäßig mit der Kreislage zu wechseln ist und die Ablesung des Höhenkreises, ebenso wie am Libellenquadranten, für genäherte Ermittelungen von ΔU entsprechend der Gestirnsbewegung um eine Anzahl voller Minuten von einer Beobachtung zur anderen geändert wird.

Beachtung verdient der Umstand, daß selbst bei gleichen Zenitdistanzen vor und nach der Kulmination des Gestirns die Refraktionskorrektion derselben verschieden ausfallen kann, wenn in der mehrere Stunden betragenden Zwischenzeit der Stand der meteorologischen Instrumente sich erheblicher geändert hat. Es müssen deshalb Druck und Temperatur der Luft bei diesen Beobachtungen ebenfalls gemessen werden. Für eine etwaige Un-

gleichheit der Zenitdistanzen beträgt übrigens die zugehörige Refraktionskorrektion der entsprechenden Kulminationszeit, wenn $dr = r_p - r_a$, also die Refraktion nachmittags größer als vormittags ist:

$$\varrho^s = \mp \frac{\sin z}{30 \cos \varphi \cos \delta \sin t} dr'' \left\} \begin{matrix} r_p > r_a \\ r_p < r_a. \end{matrix} \right.$$

Die bisherigen Erörterungen der vorliegenden Methode zur Zeitbestimmung beziehen sich auf den einfachen Fall, daß das zu beobachtende Gestirn ein Fixstern sei, also keine merkliche Deklinationsänderung zwischen den Zenitdistanzmessungen vor und nach der Kulmination erfährt. Gewöhnlich benutzt man aber, besonders auf Forschungsreisen, zur Zeitbestimmung aus korrespondierenden Zenitdistanzen keine Nachtbeobachtungen, sondern Messungen der Sonne, deren Deklination sich infolge der Erdbewegung erheblich in der Zwischenzeit zwischen der Vor- und Nachmittagsbeobachtung ändert. Die an einer nach mittlerer Zeit gehenden Uhr abgelesenen Uhrzeiten werden dann nicht auf Sternzeiten gebracht, sondern das Mittel derselben, $\frac{1}{2}(U_a + U_p)$, bedarf, ehe es die Uhrzeit des wahren Mittags und in Verbindung mit der Zeitgleichung die Uhrkorrektion ergibt, noch einer besonderen Korrektion, der sogenannten „Mittagsverbesserung". Dieselbe, mit m bezeichnet, wird auf folgende Weise gefunden:

Es sei δ_m die Sonnendeklination zur Zeit der Kulmination, $\Delta\delta$ ihre Änderung vom Moment des wahren Mittags bis zu den Beobachtungszeiten U_a und U_p, positiv, wenn $\delta_\odot$ nach Norden zunimmt; ferner bezeichne z die wahre Zenitdistanz der Sonne, bei jeder korrespondierenden Beobachtung vorläufig als gleich angenommen, endlich t_a bzw. t_p die entsprechenden, zur Vormittags- bzw. Nachmittagsbeobachtung gehörigen Stundenwinkel. Dann gelten in dem fundamentalen astronomischen Dreieck (Pol, Zenit, $\odot$, s. Fig. 5), wie vom ersten Teil her bekannt ist, die folgenden Gleichungen:

$$\cos z = \sin \varphi \sin (\delta - \Delta\delta) + \cos \varphi \cos (\delta - \Delta\delta) \cos t_a$$
$$\cos z = \sin \varphi \sin (\delta + \Delta\delta) + \cos \varphi \cos (\delta + \Delta\delta) \cos t_p.$$

Löst man die Sinus- und Cosinusfunktionen von $\delta - \Delta\delta$ und $\delta + \Delta\delta$ auf und bedenkt, daß für das stets kleine $\Delta\delta$ (stündliche Änderung im Maximum 59″) der Sinus gleich dem Bogen

und der Cosinus gleich der Einheit gesetzt werden kann, so folgt:

$$\cos z = \sin\varphi \sin\delta - \Delta\delta \sin\varphi \cos\delta + \cos\varphi \cos\delta \cos t_a$$
$$+ \Delta\delta \cos\varphi \sin\delta \cos t_a$$
$$\cos z = \sin\varphi \sin\delta + \Delta\delta \sin\varphi \cos\delta + \cos\varphi \cos\delta \cos t_p$$
$$- \Delta\delta \cos\varphi \sin\delta \cos t_p.$$

Subtrahiert man in diesem Gleichungssystem die erste von der zweiten und dividiert durch $\cos\varphi \cos\delta$, so ergibt sich:

55) $$0 = 2\Delta\delta \, tg\,\varphi + (\cos t_p - \cos t_a) - \Delta\delta \, tg\,\delta (\cos t_p + \cos t_a).$$

Da die Kulminationszeit für den verbesserten Mittag

$$1/2 \, (U_a + U_p) + m$$

ist, so gelten, wenn $\tau = 1/2 \, (U_p - U_a)$ gesetzt wird, für die Stundenwinkel die Ausdrücke:

$$t_a = [1/2 (U_a + U_p) + m] - U_a = 1/2 (U_p - U_a) + m = \tau + m$$
$$t_p = U_p - [1/2 (U_a + U_p) + m] = 1/2 (U_p - U_a) - m = \tau - m.$$

Hieraus folgen, da bei der Kleinheit von m $\cos m = 1$, $\sin m = m$ gesetzt werden kann:

$$\cos t_a = \cos\tau - m \sin\tau$$
$$\cos t_p = \cos\tau + m \sin\tau$$
$$\cos t_p - \cos t_a = 2 m \sin\tau$$
$$\cos t_p + \cos t_a = 2 \cos\tau$$

Setzt man diese letzten Relationen in Gleichung 55) ein, so findet sich nach einfacher Umformung für die Mittagsverbesserung

56) $$m = \mp \Delta\delta \left\{ \frac{tg\,\varphi}{\sin\tau} - \frac{tg\,\delta}{tg\,\tau} \right\} \begin{matrix} \delta_\odot \text{ nach Norden} \\ \delta_\odot \text{ nach Süden} \end{matrix} \text{ wachsend.}$$

Im Nautical Almanac, in den Triester astronomisch-nautischen Ephemeriden und im Nautischen Jahrbuche finden sich unmittelbar die stündlichen Deklinationsänderungen $\Delta\delta$ der Sonne angegeben. Behufs bequemer Tabulierung läßt sich aber der obige Ausdruck zweckmäßig noch folgendermaßen umformen. Die stündliche Deklinationsänderung der Sonne $\Delta\delta$ erhält man, wenn man sie nicht unmittelbar aus dem N. A., dem N. E. oder dem N. J. entnimmt, am genauesten aus dem zweitägigen Unterschiede der Deklinationen im wahren Mittage des dem Beobachtungstage voraufgehenden und folgenden Tages. Wird diese 48stündige, gleichfalls aus dem Astronomischen Jahrbuche zu entnehmende Änderung der Sonnendeklination in Bogensekunden ausgedrückt mit μ bezeichnet, so ist $\Delta\delta = \frac{\mu}{48} \tau^h$. Die Gleichung für die Mittagsverbesserung wird

daher nach Division mit 15, um m in Zeitsekunden zu finden,

$$m^s = -\frac{\mu}{720}\left\{\frac{\tau}{\sin\tau}\, tg\,\varphi - \frac{\tau}{tg\,\tau}\, tg\,\delta\right\}.$$

Setzt man zur Abkürzung $\frac{\tau}{\sin\tau}\cdot\frac{1}{720} = A$, $\frac{\tau}{tg\,\tau}\cdot\frac{1}{720} = B$, so wird schließlich die gesuchte Mittagsverbesserung in die Form gebracht

$$57)\qquad m = -A\mu\, tg\,\varphi + B\mu\, tg\,\delta.$$

Die Größen A und B lassen sich mit dem Argument der halben Zwischenzeit $^1/_2(U_p - U_a) = \tau$ in logarithmischer Form aus der Hilfstafelsammlung von Albrecht entnehmen (Nr. 24, Tafel für die Mittagsverbesserung, wo statt τ das Argument t steht). Hierbei brauchen φ und δ auch nur näherungsweise bekannt zu sein.

Um endlich die Uhrkorrektion zu finden, bezeichnet man die durch die Zeitgleichung $\mathfrak{z}$ gegebene mittlere Zeit im wahren Mittage mit M, so daß $M = 12^h + \mathfrak{z}$ ist. Dann wird die Uhrkorrektion

$$54\,a)\qquad \varDelta U = M - \{^1/_2\,(U_a + U_p) + m\}.$$

Für den wohl seltenen Fall, daß die Beobachtungsuhr etwa nach Sternzeit gehen sollte, sind die Uhrangaben U_a und U_p in mittlerer Zeit auszudrücken und auch der aus Gleichung 57) gefundene Wert der Mittagsverbesserung m muß noch mit der Verhältniszahl $\frac{\text{mittl. Zt.}}{\text{wahre Zt.}} = 1{,}0027$ multipliziert werden.

Sollten die am Vormittage und Nachmittage gemessenen Zenitdistanzen der Sonne nicht ganz gleich sein, so muß das der Kulmination entsprechende arithmetische Mittel der Uhrangaben $^1/_2(U_a + U_p)$ außer mit der soeben entwickelten Mittagsverbesserung m noch mit den früher abgeleiteten Korrektionen (s. S. 200, 201) ζ^s und ϱ^s für Ungleichheit der Zenitdistanzen und Verschiedenheit der Refraktionen verbessert werden.

Die Zeitbestimmung aus korrespondierenden Zenitdistanzen der Sonne, welche soeben näher besprochen wurde, läßt endlich noch eine, unter Umständen besonders auf Reisen, sehr praktische Kombination zu. Falls nämlich die Beobachtungen der Sonne aus meteorologischen oder persönlichen Gründen nicht am Vor- und Nachmittage ein und desselben Tages gelingen sollten, lassen sich auch die am Nachmittage gemessenen Zenitdistanzen der

Sonne mit korrespondierenden Werten von z verbinden, welche erst am Vormittage des folgenden Tages beobachtet werden. Alsdann tritt an die Stelle der oben hergeleiteten Mittagsverbesserung m die entsprechende Mitternachtsverbesserung

$$m_1 = + \frac{\mu}{720} \left\{ \frac{\tau^h}{\sin \tau}\, tg\, \varphi + \frac{\tau^h}{tg\, \tau}\, tg\, \delta \right\}.$$

Führt man in diesen Ausdruck statt der halben Zwischenzeit zwischen der Beobachtung nachmittags und vormittags

$$\tau = {}^1/_2\, (U_p - U_a)$$

die Ergänzung derselben zu 12^h, nämlich $\mathfrak{t} = 12^h - \tau$ ein, so lautet der Ausdruck für die Mitternachtsverbesserung:

$$\text{57 a)} \qquad m_1^s = \frac{\mu}{720}\, \frac{12^h - \mathfrak{t}}{\mathfrak{t}} \left\{ \frac{\mathfrak{t}}{\sin \mathfrak{t}}\, tg\, \varphi - \frac{\mathfrak{t}}{tg\, \mathfrak{t}}\, tg\, \delta \right\}.$$

oder

$$m_1^s = + \mathfrak{f}\, A \mu\, tg\, \varphi - \mathfrak{f}\, B \mu\, tg\, \delta.$$

Zur Berechnung der Mitternachtsverbesserung nach dieser Formel läßt sich wiederum die Albrechtsche Tabelle Nr. 24 für $lg\, A$ und $lg\, B$ mit dem Argument $\mathfrak{t}$ (Supplement der halben Zwischenzeit zu 12^h) verwenden, und der Wert von $lg\, \mathfrak{f} = lg\, \frac{12^h - \mathfrak{t}}{\mathfrak{t}}$ kann mit demselben Argument aus der Tabelle Nr. 25 der Albrechtschen Tafelsammlung entnommen werden.

Beispiel zur Methode 2).

An einem Universal mit Nonienablesung und mit Benutzung eines nach mittlerer Ortszeit gehenden Chronometer sind am Vor- und Nachmittage desselben Tages korrespondierende Sonnenhöhen des oberen und unteren Sonnenrandes gemessen worden. Das Fernrohr wurde dabei auf bestimmte Zenitdistanzen mittels des Höhenkreises eingestellt und die Zeit beobachtet, wann derselbe Sonnenrand jene Zenitdistanz erreichte. Beobachtet sind also verschiedene Uhrzeiten U_a und U_p, gesucht wird die Uhrkorrektion $\varDelta U$.

1903, Oktober 2. Station Berlin $\varphi = 52^0\, 30',3$; Instrument: Universal von Wanschaff; Uhr: Chronometer nach mittlerer Ortszeit; Beobachter: Marcuse.

Instrumentalfehler: $i = -12''$, $c = +10''$, $\varDelta Z = 0'$.

Sonnenrand	Einstellung am Höhenkreise	Uhrablesung		Unverbesserter Mittag
		vormittags U_a	nachmittags U_p	$\frac{1}{2}(U_a + U_p)$
$\overline{\odot}$	67° 0′	$9^h\ 14^m\ 7{,}6^s$	$2^h\ 27^m\ 30{,}8^s$	$11^h\ 50^m\ 49{,}2^s$
$\overline{\odot}$	66 30	16 24,2	25 23,8	49,0
$\overline{\odot}$	66 0	18 20,8	23 16,0	48,4
$\underline{\odot}$	64 30	29 38,2	11 59,2	48,7
$\underline{\odot}$	64 0	31 54,4	9 44,0	49,2
$\underline{\odot}$	63 30	34 11,4	7 27,4	49,4
				11 50 49,0

Die Berechnung der Mittagsverbesserung erfolgt am schnellsten nach Formel 57). Dazu entnimmt man dem Nautical Almanac (N. A.) für den wahren Mittag des obigen Datums 1903, Oktober 2 und den Beobachtungsort ($0^h{,}9$ östlich Greenwich) gültig die folgenden Angaben:

Gr. W. Mittag $\delta_\odot$ . . . $= -3^0\ 12'\ 57'',2$, $\varDelta\delta_\odot = -58'',23$

Red. auf Berl. W. Mittag

($-0^h{,}9 \times -58'',23$) . $= +$ $52'',4$

Berl. W. Mittag $\delta_\odot$ . . . $= -3^0\ 12''\ 4'',8$

Zeitgl. (W. Gr. Mittag) . . $= -10^m\ 18{,}70^s$

Red. auf Berlin W. Mittag

($-0^h{,}9 \times 0^s{,}8$) . . . $= +$ 0,7

Zeitgl. (W. Berl. Mittag) . $= -10^m\ 18{,}0^s$

$\mu = (\delta_\odot$ Okt. 3. $- \delta_\odot$ Okt. 1.)

reduziert auf Berlin . . $= 2794'',6$

$$2\tau = \frac{\Sigma(U_p - U_a)}{n} = 4^h\ 53^m\ 27{,}4^s$$

$$\tau = 2\quad 26\quad 43{,}7$$

Nach Formel 57) und mit Benutzung der Hilfstafeln[1]) von Albrecht (2. Auflage, Tafel 24) zur Herleitung von $lg\,A$ und $lg\,B$ folgt für die weitere Rechnung, wobei auch zur Ableitung von $lg\,\mu$, $lg\,tg\,\varphi$ und $lg\,tg\,\delta$, die in den Albrechtschen Tafeln Nr. 43, 45 gegebenen vierstelligen Logarithmen benutzt werden können:

[1]) Zur Ableitung der Mittags- oder Mitternachtsverbesserung lassen sich auch die Hilfstafeln von Peters, S. 89—92, benutzen.

$\log A = 7{,}7548$	$\log B = 7{,}6590$
$\log \mu = 3{,}4463_n$	$\log \mu = 3{,}4463_n$
$\log tg\, \varphi = 0{,}1151$	$\log tg\, \delta = 8{,}7477_n$
$1{,}3162_n$	$9{,}8530$
Numerus $= -20^s{,}7$	Numerus $= +0^s{,}7$

Mittagsverbesserung nach Formel 57) $m = +20^s{,}7 + 0^s{,}7 = +21^s{,}4$

Unverbesserter Mittag im Mittel	$= 11^h$	50^m	$49{,}0^s$
Mittagsverbesserung m	$= +$		$21{,}4$
Uhrablesung im W. Mittag	$= 11$	51	$10{,}4$
M. Zt. im wahren Berliner Mittage (12^h + Zeitgl. $- 10^m\ 18^s{,}0$)	$= 11$	49	$42{,}0$
Gesuchte Uhrkorrektion gegen M. Zt. ΔU . .	$= -$	1^m	$28{,}4^s$

Breitenbestimmungen.

Zur Ermittelung der Breite oder Polhöhe eines Ortes, welche im astronomischen Sinne auf die Festlegung des Zenits vom Beobachtungspunkte in Deklination (s. S. 186) an der scheinbaren Himmelskugel hinausläuft, gibt es im ganzen drei Hauptklassen von Methoden. Es ist dies erstens die gewöhnliche Methode, welche auf Messungen von Zenitdistanzen der Gestirne in bestimmten Vertikalebenen beruht; zweitens die sog. Horrebow-Talcott-Methode, bei welcher man es mit Messungen der Differenzen von Meridian-Zenitdistanzen nördlich und südlich vom Zenit kulminierender Sternpaare zu tun hat; drittens die als Uhrmethode zu bezeichnende, welche auf Durchgangsbeobachtungen von Sternen durch die Ebene des ersten Vertikals beruht.

Für die Zwecke des vorliegenden Handbuches der geographischen Ortsbestimmung auf Reisen soll nur die gewöhnliche Methode der Breitenbestimmung aus Zenitdistanzen in allen ihren für Reisezwecke passenden Abarten behandelt werden. Die Uhrmethode, welche ein größeres, besonders stabil gebautes Instrument, vorzügliche Nivellierung der Horizontalachse und eine sehr genau gehende Pendeluhr voraussetzt, muß als rein astronomische, nur auf Sternwarten anzuwendende Methode an und für

sich an dieser Stelle unberücksichtigt bleiben[1]). Auch das Horrebow-Talcott-Verfahren, welches in der Ausmessung von Differenzen nahezu gleicher Meridianzenitdistanzen je zweier kurz nacheinander nördlich und südlich vom Zenit kulminierender Sterne besteht, wird im allgemeinen bei Polhöhenbestimmungen an kleineren Universalen auf Reisen keine Verwendung finden[2]). Diese Breitenmethode ist zwar bei weitem die genaueste und einwandfreieste in der astronomischen Meßkunst, aber sie setzt zwei besondere Hilfseinrichtungen am Instrument voraus, ein vollkommenes Mikrometer am Okular des Fernrohrs und ein feines Höhenniveau senkrecht zur Horizontalachse, wovon auch ihre gelegentliche Bezeichnung als „Mikrometerniveau"-Methode herrührt. Bei genäherten Ortsbestimmungen auf Reisen an kleineren Universalen könnte allerdings das Mikrometer fortfallen und durch geeignete Systeme von parallelen Horizontalfäden in engeren Winkelabständen ersetzt werden. An letzteren müßten dann die Distanzen der Sterne vom horizontalen Mittelfaden geschätzt werden; derartige Messungen würden aber an Genauigkeit den gewöhnlichen Zenitdistanzbeobachtungen an geteilten Kreisen, besonders in den alsbald zu erörternden speziellen Kombinationen, nicht unerheblich nachstehen. Auch die von Angelitti vorgeschlagene Modifikation der Horrebow-Talcott-Methode ohne Anwendung eines Mikrometerapparates, aber mit Durchgangsbeobachtungen je zweier Sterne östlich und westlich vom Meridian durch mehrere Horizontalfäden, hat nicht unwesentliche Nachteile. Erstens dauern die Beobachtungen viel länger, zweitens sind die Rechnungen umständlicher und drittens verlieren auch die Resultate nicht unerheblich an Genauigkeit.

Aus allen diesen Gründen und da außerdem die Einrichtung des Instruments mit einer feinen Horrebow-Libelle eine beträchtliche Kostenerhöhung und wesentlich größere Transportgefahren

---

[1]) Für diese Methode sei unter anderem auf Th. Albrechts Formeln und Hilfstafeln für geographische Ortsbestimmungen, 3. Auflage, S. 58 bis 74, verwiesen. — Im Anhange II unter Nr. 6)φ des vorliegenden Handbuches ist bei Erörterung von Ortsbestimmungen ohne winkelmessende Instrumente auch eine einfache Methode zur genäherten Breitenbestimmung aus Durchgängen von Sternen durch eine nahe dem ersten Vertikal gelegene Ebene gegeben.

[2]) Auch für diese Methode sei auf das soeben genannte Buch von Th. Albrecht, S. 75 bis 82, hingewiesen.

mit sich bringt, soll die Horrebow-Talcott-Methode mit ihren Modifikationen für die Zwecke des vorliegenden Handbuches nicht näher berücksichtigt werden[1]).

Breitenbestimmung aus Messungen von Zenitdistanzen.

1)$_\varphi$. Allgemeine Methode. Wird die vorläufig in beliebiger Vertikalebene angenommene Zenitdistanz eines Sterns mit bekannter Rektaszension und Deklination zur Uhrzeit U nach Reduktion auf Sternzeit beobachtet, so ergibt sich für die Bestimmung der Breite des Beobachtungsortes folgende strenge und allgemeine Gleichung aus dem fundamentalen astronomischen Dreieck (s. S. 11)

$$1) \qquad \cos z = \sin\varphi \sin\delta + \cos\varphi \cos\delta \cos t.$$

Hierin ist die wahre Zenitdistanz z unmittelbar aus der Beobachtung nach Reduktion der scheinbaren Zenitdistanz gegeben, die Deklination δ aus der astronomischen Ephemeride und der Stundenwinkel t endlich mittelbar aus der bekannten Relation $t = U + \varDelta U - \alpha$, wo α aus der Ephemeride folgt, und $\varDelta U$ den aus einer Zeitbestimmung (s. S. 187 bis 206) genau oder aus der Gangtabelle des Chronometers genähert hergeleiteten Stand der Uhr gegen Sternzeit bezeichnet.

Zur bequemen Berechnung der Breite φ führt man in Gleichung (1) die schon früher (s. Teil I, S. 12) näher bezeichneten Hilfsgrößen

$$2) \qquad \begin{aligned} m \sin M &= \sin\delta \\ m \cos M &= \cos\delta \cos t \end{aligned}$$

ein und findet zunächst

$$\cos z = m \sin\varphi \sin M + m \cos\varphi \cos M = m \cos(\varphi - M),$$

woraus zur Bestimmung der Breite der einfache Ausdruck folgt:

$$58) \qquad \cos(\varphi - M) = \frac{\cos z}{\sin\delta} \sin M; \quad tg\, M = tg\,\delta \sec t.$$

Der dem Ausdruck $\cos(\varphi - M)$ entsprechende Winkel $\varphi - M$, welcher 180^0 nicht überschreitet, ist insofern unbestimmt, als er

[1]) Bei der photographischen Bestimmung der Breite dagegen wird die Horrebow-Talcott-Methode auch für Reiseuniversale weitaus die zweckmäßigste sein, unter anderem schon deshalb, weil alsdann Mikrometereinrichtungen am Fernrohr überflüssig sind.

der Kosinusfunktion gemäß positiv oder negativ genommen werden kann. Es folgen also eigentlich zwei Werte von φ aus Gleichung 58), von denen man jedoch unschwer denjenigen wählt, welcher der stets wenigstens näherungsweise bekannten Ortsbreite zunächst liegt. Für die Wahl des Hilfswinkels M selbst sind noch folgende Gesichtspunkte maßgebend: für $t < 90^0$ ist auch $M < 90^0$ und von gleichem Vorzeichen mit δ, für $t = 90^0$ wird $M = 90^0$, für $t > 90^0$ endlich ist auch $M > 90^0$ und M hat mit δ gleiches Vorzeichen.

Allgemeine Betrachtungen zu $1)_\varphi$: Um zu erkennen, in welchen Stellungen der Gestirne an der scheinbaren Himmelskugel am vorteilhaftesten Zenitdistanzen gemessen werden, damit die Breitenbestimmung möglichst günstig ausfällt, differenziert man die Grundgleichung 1) nach allen darin vorkommenden Größen. Werden außerdem noch, gemäß den früher erörterten Transformationsgleichungen (s. Teil I, S. 11), das Azimut A und der parallaktische Winkel q eingeführt, so ergibt sich nach dem Differential der Breite aufgelöst die folgende Relation:

59) $$d\varphi = sec A \,.\, dz - cos\varphi \; tg A \,.\, dt + sec A \; cos q \,.\, d\delta.$$

Die Breite φ läßt sich am sichersten bestimmen, wenn die Koeffizienten von dt, dz und $d\delta$ ein Minimum werden, was bei den beiden ersteren ohne Einschränkung für $A = 0^0$ oder 180^0, also für Sterne im Meridian zutrifft.

Betrachtet man für diesen Fall zunächst den Faktor von dt, so verschwindet derselbe, weil $tg A = 0$ wird; ein Fehler im Stundenwinkel oder, was dasselbe ist, in der angenommenen Uhrkorrektion hat also bei Zenitdistanzmessungen im Meridian keinen Einfluß auf die gesuchte Polhöhe. Auch wenn in der Nähe des Meridians, in gleichen Azimuten zu beiden Seiten derselben, Zenitdistanzen eines Gestirns beobachtet werden, bleibt das Mittel der auf diese Weise bestimmten Polhöhen unbeeinflußt von Fehlern der Uhrkorrektion, weil $tg\,A$ in beiden Fällen das entgegengesetzte Zeichen annimmt.

Was nun den Faktor von dz, nämlich $sec A$ betrifft, so erreicht derselbe seinen kleinsten Wert auch im Meridian und wird $+1$ oder -1, je nachdem der Stern südlich oder nördlich vom Zenit beobachtet ist. Eine Polhöhe, welche im Mittel aus Beobachtungen eines Nord- und Südsterns im Meridian resultiert,

kann daher als frei von konstanten Fehlern der Zenitdistanzmessung angesehen werden. Kombiniert man außerdem Nord- und Südstern in nahezu gleichen Zenitdistanzen (Bedingung dafür ist, daß $z_s = z_n$, $\varphi - \delta_s = \delta_n - \varphi$, $\delta_s + \delta_n = 2\varphi$ wird), so lassen sich die dem Sinus der Zenitdistanz proportionalen Biegungsfehler (s. Teil III, S. 132) des Instruments gleichfalls aus dem Messungsergebnis eliminieren.

Es bleibt endlich noch in der Gleichung 59) der Koeffizient von $d\delta$, nämlich $\sec A \cos q$, zu betrachten übrig, für den wegen des parallaktischen Winkels q die beiden Fälle zu unterscheiden sind, daß die Sterne südlich oder nördlich vom Zenit kulminieren. Im ersten Falle ($\delta < \varphi$) erreicht jener Faktor seinen kleinsten Wert $+1$ im Meridian, wo q und $A = 0$ werden. Im zweiten Fall ($\delta > \varphi$) wird der Koeffizient von $d\delta$ gerade ein Maximum im Meridian ($+1$ in der oberen, -1 in der unteren Kulmination), während er seinen kleinsten Wert (0) in der größten östlichen oder westlichen Digression des Sterns (s. S. 16), also für $q = 90^0$, erreicht. Faßt man die aus obiger Differentialgleichung 59) für die vorteilhafteste Bestimmung der Polhöhe gezogenen Folgerungen zusammen, so ergeben sich nachstehende Vorschriften:

Auf der nördlichen Halbkugel wird die Polhöhe am zweckmäßigsten aus einer Kombination von Zenitdistanzmessungen des Polarsterns (α Ursae minoris, $\delta_n = + 88^0{,}8$) in allen Stundenwinkeln und eines südlichen Sterns in ungefähr gleicher Höhe ($\delta_s = 2\varphi - 88^0{,}8$) dicht am Meridian zu beiden Seiten desselben ermittelt. Während der Polarstern, dessen Azimut wenige Grade nie übersteigt[1]), zu allen Nachtzeiten beobachtet werden kann, sind die zugehörigen Südsterne so zu wählen, daß die Stundenwinkel der Beobachtung unter 20 Zeitminuten betragen und die Zenitdistanzen im Mittel bis auf etwa 5^0 mit derjenigen des Polarsterns übereinstimmen.

In niedrigen Breiten, zwischen $\varphi = 0^0$ und $\varphi = + 16^0$, also nördlich vom Äquator, wo der Polarstern allzunahe dem Horizont steht, empfiehlt es sich, Zenitdistanzen in der Nähe und zu beiden Seiten des Meridians von Sternen in mittleren nördlichen und südlichen Deklinationszonen ($\delta = \pm 30^0$ bis $\pm 60^0$) zu kom-

[1]) Vgl. z. B. Astronomisch-Nautische Ephemeriden (N. E.), Jahrg. 1905, Tafel S. 240: Azimut des Polarsterns, oder Nautisches Jahrbuch, Tafel I.

binieren. Dasselbe gilt für niedrige Breiten ($\varphi = 0^0$ bis $- 16^0$) südlich vom Äquator, während in höheren südlichen Breiten bei dem Fehlen eines helleren südlichen Polarsterns (σ Octantis, $\delta = - 89^0{,}2$, ist nur 5,5^{ter} Größe) meist Sterne von größeren südlichen Deklinationen, wie β Hydri, α Eridani, ι Argus, Θ Argus, α Crucis, α Trianguli australis und α Pavonis, mit entsprechend gelegenen Nordsternen zu Zenitdistanzmessungen verbunden werden, falls nicht etwa σ Octantis doch gewählt werden kann. Auch hierbei gilt die oben erwähnte Forderung, daß die zu einem Polhöhenpaar kombinierten Süd- und Nordsterne in Zenitdistanz bis zu 5^0 voneinander abweichen können und in Stundenwinkeln bis zu 20 Zeitminuten von beiden Seiten des Meridians beobachtet werden dürfen.

Diese Bedingungen werden durch eine genügend große Anzahl hellerer Fixsterne erfüllt, deren scheinbare Örter sich in den Astronomisch-Nautischen Ephemeriden oder, falls die 149 Sterne derselben für derartige Breitenbestimmungen nicht ausreichen sollten, im Nautical Almanac mit 486 nahezu gleichmäßig über beide Hemisphären verteilten Sternen vorfinden.

Die zur Breitenbestimmung in der Nähe des Meridians auszuführenden Zenitdistanzmessungen können sowohl mit dem Libellenquadranten für genäherte als auch am Universal für genauere Ortsbestimmungen erhalten werden. Im ersteren Falle sind die Höheneinstellungen der Fixsterne, deren scheinbare Örter alsdann auch dem Nautischen Jahrbuche (132 Sterne) entnommen werden können, außer für Refraktion noch für den Indexfehler des Libellenquadranten zu korrigieren, wozu auch bei Sonnenbeobachtungen keine weitere Korrektion kommt, da im Libellenquadrant nicht der Sonnenrand, sondern die ganze Sonnenscheibe in die Mitte des Fadenquadrats eingestellt wird (s. Teil III, Fig. 45).

Werden die Messungen mit einem Universal ausgeführt so sind die Höheneinstellungen außer für Refraktion noch für den Fehler des Zenitpunktes, für Neigung der Höhenlibelle am Nonien- oder Mikroskopträger und bei Mikroskopeinstellungen noch für den Runfehler zu korrigieren; bei Sonnenbeobachtungen kommt außerdem die aus der Ephemeride zu entnehmende Halbmesserverbesserung zur Reduktion auf den Sonnenmittelpunkt sowie die Parallaxe hinzu.

Um am Universal eine Zenitdistanz genau zu messen, wird das Fernrohr so eingestellt, daß die zwischen beiden Horizontalfäden liegende ideale Mittellinie dem Stern oder dem Sonnenrande im Sinne der Zenitdistanzbewegung etwas voraus liegt. Alsdann wird nach der Uhr beobachtet, wann das Gestirn genau in die Mitte zwischen beide Horizontalfäden kommt, und nach Einstellung sowie Notierung der Libelle am Höhenkreise wird letzterer selbst abgelesen. Um etwaige Fehler in der Kenntnis des Zenitpunktes, dessen Ermittelung am Universal früher (s. Teil III, S. 169) erörtert ist, zu eliminieren, müssen die Beobachtungen auf beide Kreislagen symmetrisch verteilt werden. Sollen außerdem die periodischen Teilungsfehler des Meßkreises möglichst eliminiert werden, so empfiehlt es sich, jeden Beobachtungssatz (Kr. R. und Kr. L. kombiniert) bei veränderter Stellung des Höhenkreises (s. S. 131) zu wiederholen.

Bei diesen Zenitdistanzmessungen ist vorausgesetzt, daß das Universalinstrument möglichst genau nivelliert und der Kollimationsfehler seines Fernrohres möglichst klein gehalten wird. Es läßt sich sehr leicht zeigen, daß der Einfluß kleinerer Neigungs- und Kollimationsfehler auf die gemessenen Zenitdistanzen im allgemeinen verschwindet (s. Teil III, S. 174).

Wie endlich schon früher erwähnt (s. S. 209), werden zur Elimination der Biegungsfehler nahezu gleiche Meridianzenitdistanzen von Nord- und Südsternen miteinander kombiniert[1]), aus denen die gesuchte Polhöhe nach der Formel 58) berechnet wird. Bei der Auswahl passender Sterne nach den Ephemeriden z. B. des Nautical Almanac sind Sterne nahe dem Zenit und dicht am Horizont zu meiden, erstere, weil bei kleinen Meridianzenitdistanzen der Einfluß eines Fehlers in der beobachteten Zeit erheblich zunimmt und letztere, da in sehr großen Zenitdistanzen beträchtliche Unsicherheiten in den Refraktionswerten auftreten können.

---

[1]) Bezeichnet man die Konstante der Instrumentenbiegung im Horizont mit b, so ergibt sich als Einwirkung derselben auf die Polhöhe für Sterne südlich vom Zenit $+ b \sin z$, nördlich vom Zenit $- b \sin z$. Im Mittel aus den Zenitdistanzmessungen von Nord- und Südsternen verschwindet daher der Biegungseinfluß auf die Polhöhe.

Beispiel zur allgemeinen Breitenbestimmung $1)_\varphi$.

An einem Universal mit Nonienablesung und mit einem nach MEZ. gehenden Chronometer wurden in Berlin Zenitdistanzen eines Südsterns in der Nähe des Meridians beobachtet. Gesucht wird die geographische Breite φ des Beobachtungspunktes.

1902, Februar 13, γ Geminorum; Station: Berlin; Instrument: Universal von Wanschaff; Uhr: Mittl. Zeitchronometer nach MEZ.; Beobachter: Marcuse.

$$\text{Instrumentalfehler: } i = +15'',\ c = -10''$$

$$\varDelta Z = +4'\,30'',\ \varDelta U = -15^s$$

$$\text{Barometer } 0^0 = 756{,}7\text{ mm, Lufttemp.} = -2^0{,}5\text{ C.}$$

$$\gamma\text{ Geminorum: } \alpha = 6^h\ 32^m\ 5^s{,}3,\ \delta = +16^0\ 28'\ 49''$$

Beobachtungen am Höhenkreis und an der Uhr:

Kr. West	$9^h\ 2^m\ 31^s$	Höhenlibelle	Kr. Ost	$9^h\ 8^m\ 0^s$	Höhenlibelle
Non. A	$323^0\ 54'\ 10''$	$+6^p{,}0\ -6^p{,}0$	Non. A	$35^0\ 56'\ 10''$	$+6^p{,}5\ -5^p{,}5$
„ B	143 54 10		„ B	215 56 10	
	$323^0\ 54'\ 10''$			$35^0\ 56'\ 10''$	
$\varDelta Z =$	+ 4 30		$\varDelta Z =$	+ 4 30	
Höhenlibelle	—		Höhenlib. ($1^p = 10''$)	+ 5	
	323 58 40			36 0 45	
z'	36 1 20		z'	36 0 45	
Mittl. Refr.	+ 42			+ 42	
Bar. Therm.	+ 3			+ 3	
$z_w =$	$36^0\ 2'\ 5''$		$z_0 =$	$36^0\ 1'\ 30''$	

Nach Ableitung der Zenitdistanzen sollen nunmehr die Uhrzeiten reduziert werden:

Kreis West:			Kreis Ost:	
MEZ. nach der Uhr	=	$9^h\ 2^m\ 31^s$		$9^h\ 8^m\ 0^s$
Red. auf Ortszeit	=	— 6 25		— 6 25
$\varDelta U$	=	— 15		— 15
Berl. M. Z.	=	8 55 51		9 1 20
8^h M. Z. = St. Z.		$8^h\ 1^m\ 18{,}9^s$	$9^h =$	9 1 28,7
55^m „ = „		55 9,0	$1^m =$	1 0,2
51^s „ = „		51,1	$20^s =$	20,0
		8 57 19,0		9 2 48,9

Sternzeit im M.		
Mittage Berlin	21 30 11,4	21 30 11,4
Orts-Sternzeit	6^h 27^m $30^s,4$	6 33 0,3
α Geminorum: Rektasz.	6 32 5,3	6 32 5,3
Stundenwinkel $t =$	— 4^m $34^s,9$	+ 0^m $55^s,0$
$t =$	1^0 8′ 43″,5 Ost	$t = 0^0 13' 45'',0$ West

Die weitere Berechnung erfolgt nun nach Formel 58):

Kreis West:		Kreis Ost:	
$tg\,\delta$ . . . =	9,47106	=	9,47106
$cos\,t$ . . . =	9,99991	=	0,00000
$tg\,M$ . . . =	9,47115	=	9,47106
M . . . . =	$16^0 29' 1''$	=	$16^0 28' 50''$
$sin\,M$ . . =	9,45292	=	9,45284
$cos\,z$ . . . =	9,90777	=	9,90782
	9,36069		9,36066
$sin\,\delta$ . . . =	9,45284	=	9,45284
$cos(\varphi - M)$ =	9,90785	$cos(\varphi - M)$ =	9,90782
$(\varphi - M)$. =	36^0 1′11″	$(\varphi - M)$ . . =	36^0 1′30″
M . . . . =	16 29 1	M . . . . =	16 28 50
φ_1 . . . . =	52 30 12	φ_2 . . . . =	52 30 20

Kreis West	$\varphi_1 =$	$52^0 30' 12''$
Kreis Ost	$\varphi_2 =$	52 30 20
	Im Mittel	$52^0 30' 16''$

Mit dieser Beobachtung von Zenitdistanzen eines Südsterns in der Nähe des Meridians ($z_s = 36^0 2'$) ist zugleich die Beobachtung der Höhe des Polarsterns ($z_n = 37^0$) in fast gleicher Zenitdistanz nach Norden verbunden worden. Die Berechnung dieser letzten Beobachtung findet sich auf S. 229 als Beispiel zur Breitenmethode $3)_\varphi$; daselbst sind auch die Polhöhenwerte aus den Zenitdistanzen von Süd- und Nordstern kombiniert (s. S. 230). —

Es sei nunmehr zur Erörterung einiger wichtiger Spezialfälle jener zuerst besprochenen allgemeinen Methode der Breitenbestimmung übergegangen, welche sich einmal auf Messungen der Zirkummeridian-Zenitdistanzen von Gestirnen, dann auf Höhenmessungen des nördlichen Polarsterns α Ursae minoris und schließlich auf solche Fälle beziehen, wenn entweder gar keine Uhr oder eine Uhr mit unbekanntem Stand und Gang vorhanden ist.

2)$_\varphi$. Breitenbestimmung aus Zirkummeridian-Zenitdistanzen eines Gestirns.

Am einfachsten würden zur Kenntnis der Polhöhe Messungen von Zenitdistanzen eines Fixsterns im Meridian führen, wie nicht nur aus der früheren Gleichung 1) für $t = 0$, sondern auch aus den im ersten Teil des vorliegenden Handbuchs gegebenen Formeln (s. S. 14) klar hervorgeht. Bezeichnet man nämlich die Zenitdistanz eines Gestirns im Meridian mit z_m^o für die obere und mit z_m^u für die untere Kulmination, letztere bekanntlich nur bei Zirkumpolarsternen ($\delta > 90^0 - \varphi$) wahrnehmbar, so gelten die folgenden einfachen Beziehungen zwischen Breite, Deklination und Zenitdistanz im Meridian:

6)
O. C., * südlich vom Zenit a) $\varphi = \delta + z_m^o$
O. C., * nördlich vom Zenit b) $\varphi = \delta - z_m^o$
U. C. . . . . c) $\varphi = 180^0 - (\delta + z_m^u)$

Diese einfachste Art der Polhöhenbestimmung, bei welcher man übrigens durch Kombination der Zenitdistanzen eines Zirkumpolarsterns in beiden Kulminationen sogar die Deklination (nach Anbringung von Präzession, Nutation, Aberration) eliminieren kann[1]), ließe sich mit Vorteil nur auf Sternwarten an großen, fest im Meridian aufgestellten Instrumenten ausführen.

Für die Zwecke geographischer Ortsbestimmung mit transportabeln Instrumenten, wie Universalen für die genauere und Libellenquadranten für die genäherte Orientierung, beobachtet man eine Reihe von Zenitdistanzen in der Nähe und zu beiden Seiten des Meridians. Man wendet also sowohl für südliche und nördliche Sterne in der Nacht als auch für die Sonne am Tage die Methode der sogenannten Zirkummeridian-Zenitdistanzen an. Bei derselben ist es von Vorteil, statt aus jeder beobachteten Zenitdistanz die Breite mittels der früher (s. S. 208) abgeleiteten Formel 58) zu berechnen, zunächst aus den einzelnen

---

[1]) Kombiniert man die Gleichungen (6^b) und (6^c) für obere und untere Kulmination, so folgt aus dem arithmetischen Mittel derselben

6d) $$\varphi = 90^0 - \tfrac{1}{2}(z_m^o + z_m^u).$$

Hierbei fällt δ heraus, aber die Beobachtung setzt wegen der 12stündigen Zwischenzeit ein ganz besonders stabiles und großes Instrument voraus.

zirkummeridionalen z die zugehörigen Zenitdistanzen im Meridian herzuleiten und dann mit Hilfe dieser z_m nach den obigen einfachen Formeln (6) die Breite φ zu finden.

Damit nun die Reduktion von z auf z_m gefunden wird, setzt man in der früher hergeleiteten Grundgleichung

$$1) \qquad \cos z = \sin\varphi \sin\delta + \cos\varphi \cos\delta \cos t,$$

um zugleich eine schnell zum Ziele führende Reihenentwickelung anwenden zu können, für $\cos t$, $1 - 2 \sin^2 {}^1/_2 t$ und findet

$$\cos z = \cos(\varphi - \delta) - 2 \cos\varphi \cos\delta \sin^2 {}^1/_2 t.$$

Da $\cos(\varphi - \delta) = \cos z^0_m$ ist, läßt sich diese Gleichung auch in folgender Form schreiben:

$$\cos z = \cos z^0_m - \cos\varphi \cos\delta \, 2 \sin^2 {}^1/_2 t,$$

oder, wenn man das dritte Glied von stets kleinem Betrage mit ζ bezeichnet,

$$\cos z = \cos z^0_m - \zeta \text{ und } z = arc\cos[\cos z^0_m - \zeta].$$

Diese Funktion wird nun in eine sogenannte Taylorsche Reihe nach steigenden Potenzen von ζ entwickelt und dabei $\cos z^0_m = x$ und $arc\cos x = f(x)$ gesetzt. Auf diese Weise entsteht die folgende Reihe:

$$z = f(x) - \frac{df}{dx}\zeta + \frac{1}{2}\frac{d^2 f}{dx^2}\zeta^2 - \frac{1}{6}\frac{d^3 f}{dx^3}\zeta^3 + \cdots\cdot$$

Die einzelnen Glieder dieser Reihe, welche in fast allen Fällen bis zur zweiten Potenz von ζ, bei Stundenwinkeln bis zu 20 Minuten, eine völlig ausreichende Genauigkeit für die gesuchte Breite gibt, haben die folgende Bedeutung:

$$f(x) = arc\cos x = z^0_m,$$

$$\frac{df}{dx} = -(1 - x^2)^{-1/2} = -\frac{1}{\sin z^0_m},$$

$$\frac{d^2 f}{dx^2} = -x(1 - x^2)^{-3/2} = -\frac{1}{\sin z^{0\,2}_m} ctg\, z^0_m,$$

. . . .

Daher läßt sich die obige Gleichung auch in der Form schreiben:

$$f(x) = z^0_m = z - \frac{\zeta}{\sin z^0_m} + \frac{1}{2}\frac{\zeta^2}{\sin z^{0\,2}_m} ctg\, z^0_m \cdots\cdot$$

Wird hierin für ζ wieder sein Wert $\cos\varphi \cos\delta \, 2 \sin^2 {}^1/_2 t$ zurückgesetzt und jedes mit Potenzen von ζ multiplizierte Glied zur Gewinnung in Bogensekunden durch den Reduktionsfaktor $\sin 1''$

dividiert, so erhält man nach Einführung von $\varphi - \delta$ für z_m^o den Ausdruck:

$$\varphi - \delta = z - \frac{\cos\varphi \cos\delta}{\sin(\varphi - \delta)} \cdot \frac{2 \sin^2 {}^1/_2 t}{\sin 1''} + \frac{1}{2} \frac{\cos^2\varphi \cos^2\delta}{\sin^2(\varphi - \delta)} \cdot \frac{4 \sin^4 {}^1/_2 t}{\sin 1''} \, ctg(\varphi - \delta).$$

Setzt man hierin zur Abkürzung

$$\frac{\cos\varphi \cos\delta}{\sin(\varphi - \delta)} = A, \qquad \frac{2 \sin^2 {}^1/_2 t}{\sin 1''} = m, \qquad \frac{2 \sin^4 {}^1/_2 t}{\sin 1''} = n,$$

so folgt aus der obigen Reihenentwickelung die einfache Schlußformel zur Berechnung der Polhöhe

$$60) \qquad \varphi = \delta + z - A \,.\, m + A^2 \,.\, n \; ctg \; (\varphi - \delta).$$

Dieser Ausdruck gilt entsprechend der Einführung von $z_m^o = \varphi - \delta$ für Sterne, die südlich vom Zenit des Beobachtungsortes kulminieren. Um dieselbe Reihenentwickelung endlich für Beobachtungen von nördlichen Sternen zugleich bei oberer und unterer Kulmination brauchbar zu machen, werden folgende Faktoren eingeführt

$$A' = \frac{\cos\varphi \cos\delta}{\sin(\delta - \varphi)}, \qquad A'' = \frac{\cos\varphi \cos\delta}{\sin(\varphi + \delta)},$$

und zur Berechnung der Polhöhe aus Zirkummeridian-Zenitdistanzen von Gestirnen die nachstehenden endgültigen Formeln erhalten:

60) *O. C.* * südl. v. Zen. $\varphi = \delta + z - A \,.\, m + A^2 \,.\, n \; ctg(\varphi - \delta)$
O. C. * nördl. v. Zen. $\varphi = \delta - z + A' \,.\, m - A'^2 \,.\, n \; ctg(\varphi - \delta)$
U. C. . . $\varphi = 180^0 - \delta - z - A'' . m + A''^2 . n \; ctg(\varphi + \delta)$[1].

Zur Berechnung der Konstanten A und $A^2 . ctg\,(\varphi - \delta)$ wird ein Näherungswert der Breite zugrunde gelegt, und die Werte der Koeffizienten m und n können mit dem Argumente des Stundenwinkels aus den Hilfstafeln 27, 28, 29 der oft erwähnten Albrechtschen Tafelsammlung für geographische Ortsbestimmungen unmittelbar entnommen werden.

Da das Glied mit der vierten Potenz von ${}^1/_2 t$, also der Koeffizient n, erst für Stundenwinkel über 18 Zeitminuten den Wert einer Bogensekunde überschreitet, läßt sich für südliche Sterne, deren Zenitdistanz gleich dem Komplement der Breite gewählt

[1]) In dieser für *U. C.* geltenden Gleichung muß der in m und n vorkommende Stundenwinkel t von der unteren Kulmination, also vom nördlichen Meridian ab gezählt werden.

wird ($\delta_s = 2\varphi - 90^0$) und deren Stundenwinkel 15 Zeitminuten nicht überschreitet, mit Vorteil eine noch bequemere und kürzere Formel als 60) zur Ermittelung der Breite bis auf 1″ genau benutzen. Es ergibt sich nämlich, wenn das Glied vierter Potenz vernachlässigt, für $sin^2 \frac{1}{2} t$ der ausreichende Näherungswert $\frac{1}{2} t^2 sin^2 1''$ gesetzt und t in Bruchteilen der Zeitminute ausgedrückt wird, die überaus bequeme Formel:

$$61) \qquad \varphi = \delta + z - \frac{(15 \,.\, 60)^2}{2} \sin 1'' \frac{\cos\varphi \cos\delta}{\sin(\varphi - \delta)} \cdot t^2$$

$$= \delta + z - C \,.\, t^2.$$

Aus den unter Nr. 10 und 11 in der Albrechtschen Tafelsammlung (3. Auflage 1894) stehenden Hilfstabellen lassen sich unmittelbar die Größen C und t^2 entnehmen, deren Produkt, in Bogensekunden gefunden, die Reduktion von z auf z_m ergibt.

Beispiel zur Breitenmethode $2)_\varphi$ mittels Sternbeobachtungen.

An einem Universal mit Mikroskopablesung bis auf die Bogensekunde genau und nach einem Sternzeitchronometer sind auf der Station Kremsmünster (Österreich) Zirkummeridianzenitdistanzen des Sterns α Orionis (Beteigeuze) beobachtet worden. Gesucht wird die geographische Breite φ der Station.

1874, Aug. 22, α Orionis; Station: Kremsmünster; Instrument: Universal; Uhr: Sternzeitchronometer; Beobachter: Tinter;

Instrumentalfehler und Konstanten:

$\Delta U = + 2^m 13^s$, $\Delta Z = + 2' 2''$, Höhenlibelle $1p = 2'',1$

Barom. $0^0 = 732$ mm, Lufttemp. $= + 15^0$ C.

$i = - 10''$, $c = + 12''$

α Orionis sch. Ort: $\alpha = 5^h 48^m 22^s$, $\delta = + 7^0 23' 7''$.

Die Beobachtungen nach der Uhr und am Höhenkreis ergaben folgendes:

Kreislage	Uhrablesung	Höhenkreis	Höhenlibelle	
			—	+
Rechts	$5^h 37^m 2^s$	40° 40′ 7″	16,4	18,8
„	40 45	38 17	15,0	20,0
Links	52 37	319 17 8	16,3	18,4
„	56 21	15 0	17,2	17,2

Zur weiteren Berechnung sind zunächst die Stundenwinkel zu bilden, indem die mit der Uhrkorrektion verbesserten Uhrzeiten der Beobachtung von der Rektaszension des Sterns abgezogen werden. Ferner ist an die Höhenkreisablesungen der Zenitpunktsfehler und die Libellenkorrektion anzubringen, um die zugehörigen scheinbaren Zenitdistanzen zu erhalten.

Kreislage	Stundenwinkel t	Scheinbare Zenitdistanz z'	Refraktion	z
Rechts	$9^m\ 7^s$	40° 42′ 12″	+ 47″	40° 42′ 59″
„	5 24	40 24	+ 47	41 11
Links	6 28	40 53	+ 47	41 40
„	10 12	42 58	+ 47	43 45

Die Auswertung von φ geschieht nach Formel 61) und unter Benutzung der Albrechtschen Hilfstafeln Nr. 11 für t^2 sowie Nr. 10 für C mit Annahme eines genäherten Wertes der Breite zu 48° 0′.

Kreislage	$\delta + z$	t^2	C	$C.t^2$ in Bogensekunden
Rechts	48° 6′ 6″	83,1	2,0	166″,2 = 2′ 46″
„	4 18	29,2	2,0	58,4 = 0 58
Links	4 47	41,8	2,0	83,6 = 1 24
„	6 52	104,0	2,0	208,0 = 3 28

Subtrahiert man von der zweiten Kolumne $\delta + z$ die fünfte $C.t^2$, so erhält man die gesuchten Polhöhenwerte, nämlich:

K. R.	$\varphi =$ 48° 3′ 20″	
„ „	= 3 20	Im Mittel aus beiden Kreislagen
K. L.	= 3 23	$\varphi =$ 48° 3′ 22″
„ „	= 3 24	

* * *

Für Breitenbestimmungen am Tage und bei genäherten Orientierungen werden mit Vorteil auch Zirkummeridian-Zenitdistanzen der Sonne beobachtet entweder am Universal oder für weniger genaue Ortsbestimmungen am Libellenquadranten. Im ersteren Falle sind die gemessenen Zenitdistanzen für Zenitpunktsfehler, Refraktion, Sonnenhalbmesser und Höhenparallaxe

($8'',8 . \sin z$) zu korrigieren; im anderen Falle werden, wie öfter erwähnt, nur Refraktions- und Indexfehler angebracht.

Vor allen Dingen aber muß bei Berechnung der Breite aus Zenitdistanzen der Sonne auf die Veränderlichkeit der Sonnendeklination während der Beobachtungszeit Rücksicht genommen werden. Für kleinere Stundenwinkel unter 15 Zeitminuten reicht die zuletzt für Südsterne entwickelte Formel 61) (s. S. 218) auch bei Sonnenbeobachtungen völlig aus:

61) $$\varphi = \delta_\odot + z - C . t_\odot^2$$

Um nun aber der veränderlichen Sonnendeklination Rechnung zu tragen, wählt man für $\delta_\odot$ zwar die im Jahrbuch für den wahren Mittag oder den Meridiandurchgang der Sonne am Beobachtungstage gegebene Deklination, zählt jedoch den Stundenwinkel $t_\odot$ nicht von der Durchgangszeit α_0 der Sonne durch den Meridian, sondern von der Zeit der größten Höhe, welche infolge der Erdrevolution um den kleinen Betrag y von α_0 abweicht.

Es kommt also nur darauf an, y auf einfache Weise zu finden, um dann unter Benutzung der erwähnten Hilfstafeln für $\frac{2 \sin^2 {}^1/_2 t}{\sin 1''}$, wo für t, $t - y$ zu setzen ist, auch die gesuchte Breite nach Formel 61) zu bestimmen.

Um eine Definitionsgleichung für y, den kleinen Stundenwinkel zur Zeit der größten Sonnenhöhe, zu finden, geht man unter Vernachlässigung des Gliedes vierter Ordnung von der Breitengleichung 60) s. S. 217 aus:

$$\varphi = \delta + z - \frac{\cos \varphi \cos \delta}{\sin (\varphi - \delta)} \frac{2 \sin^2 {}^1/_2 t}{\sin 1''}.$$

Es sei nun $\delta_\odot$ die Sonnendeklination im wahren Mittag, $\Delta \delta_\odot''$ ihre stündliche Änderung in Bogensekunden, positiv bei zunehmender Deklination; dann entspricht dem Stundenwinkel der Beobachtung die Sonnendeklination $\delta = \delta_\odot + \Delta \delta_\odot'' t^h$, wo t in Stunden auszudrücken ist. Die obige Gleichung für φ wird daher:

$$\varphi = \delta_\odot + z + \left\{ \Delta \delta_\odot'' t^h - \frac{\cos \varphi \cos \delta}{\sin (\varphi - \delta)} \frac{2 \sin^2 {}^1/_2 t}{\sin 1''} \right\}$$

oder $$\varphi = \delta_\odot + z - \frac{\cos \varphi \cos \delta}{\sin (\varphi - \delta)} \frac{2 \sin^2 {}^1/_2 (t - y)}{\sin 1''}.$$

Folglich ergibt sich zur Bestimmung von y die Gleichung:

$$\varDelta\delta_{\odot}''\,t = \frac{2}{\sin 1''}\,\frac{\cos\varphi\,\cos\delta}{\sin(\varphi-\delta)}\,\{\sin^2 {}^1\!/_2 t - \sin^2 {}^1\!/_2 t - y\}$$

$$= \frac{2}{\sin 1''}\,\frac{\cos\varphi\,\cos\delta}{\sin(\varphi-\delta)}\,\sin(t - {}^1\!/_2 y)\,\sin {}^1\!/_2 y,$$

woraus als Definitionsgleichung für y die einfache Beziehung herzuleiten ist:

$$\sin {}^1\!/_2 y = {}^1\!/_2 \varDelta\delta_{\odot}''\,\sin 1''\,\frac{\sin(\varphi-\delta)}{\cos\varphi\,\cos\delta}\,\frac{t^h}{\sin(t - {}^1\!/_2 y)}.$$

Da $\varDelta\delta_{\odot}''$ unter 60″ liegt und y sehr klein wird, läßt sich mit ausreichender Genauigkeit y in Bogensekunden folgendermaßen ausdrücken:

$$y = \varDelta\delta_{\odot}''\cdot\frac{\sin(\varphi-\delta)}{\cos\varphi\,\cos\delta}\cdot\frac{t^h}{\sin t}.$$

Bedenkt man, daß $t^h = \frac{t^s}{3600} = \frac{t''}{15.3600} = \frac{206265}{15.3600}\,t$ in Bogenmaß für den Halbmesser 1 ausgedrückt ist, ferner daß bei der Kleinheit von t (höchstens 15 Zeitminuten) und y, $\frac{t}{\sin t} = 1$ gesetzt werden kann, so erhält man für y in Zeitsekunden, also nach Division mit 15 den Ausdruck:

$$y^s = \frac{206265}{15^2.3600}\cdot\varDelta\delta_{\odot}''\cdot\frac{\sin(\varphi-\delta)}{\cos\varphi\,\cos\delta}.$$

Rechnet man endlich den Zahlenfaktor aus und drückt $\varDelta\delta_{\odot}''$ durch die 48stündige Änderung μ der Sonnendeklination (vom wahren Mittage des der Beobachtung vorhergehenden bis zu jenem des darauffolgenden Tages) aus, so ergibt sich schließlich:

$$y^s = \frac{\mu}{188.5}\cdot\frac{1}{A}, \tag{62}$$

wo A die schon früher (s. S. 217) eingeführte Hilfsgröße $\frac{\cos\varphi\,\cos\delta}{\sin(\varphi-\delta)}$ bedeutet. Nachdem auf diese einfache Weise y für jede Sonnenbeobachtung berechnet worden ist, läßt sich das zugehörige φ sehr leicht unmittelbar aus Formel 61) mit Benutzung der Sonnendeklination im wahren Mittag des Beobachtungstages, der reduzierten Zenitdistanz und der Albrechtschen Tafeln 10, 11 für C sowie t^2, in diesem Falle $[t - y]^2$, finden.

Beispiel zur Breitenmethode $2)_\varphi$ mittels Sonnenbeobachtungen.

An einem Universal mit Mikroskopablesung und mit einem nach M. Ortszeit gehenden Chronometer sind Zenitdistanzen des oberen Sonnenrandes kurz vor und nach der Kulmination beobachtet worden; gesucht wird die geographische Breite φ.

1903, August 16; Station: Berlin; Instrument: Universal von Pistor und Martins; Uhr: Chronometer nach M. Ortszeit; Beobachter: Marcuse.

Instrumentalfehler: $i = -8''$, $c = +10''$
$(\Delta Z) = (0)$; $(\Delta U) = 0$. Barom. $0^0 = 754{,}0$ mm.
Lufttemp. $+20{,}0^0$ C. Näherungswert von $\varphi = 52^0\,30'$.

Kreislage	Uhrzeit	Zenitdistanz des oberen Sonnenrandes $z_{\overline{\odot}}$	Angaben aus den *N. A.* für den wahren Berliner Mittag interpoliert
Kr. R.	$23^h\,58^m\,35{,}2^s$	$38^0\,11'\,5{,}0''$	$\delta_\odot = +14^0\,3'\,13'',3$
„ L.	0 1 55,2	10 56,0	$R_\odot = .15'\,49'',3$
„ L.	0 6 35,7	10 48,0	Zeitgl. $= +4^m\,20^s,2$
„ R.	0 10 5,2	11 8,0	$\pi_\odot = 8'',7$, $\mu = -37'\,50'',3$
	Mittel	38 10 59,2	$= -2250'',3$

$(z)_{\overline{\odot}}$ . . $= 38^0\,10'\,59{,}2''$
Refr. . . $= +$ 45,4
$R_\odot$ . . $= +$ 15 49,3
Höhenpar.
$\pi \sin z$. $= -$ 5,4
$z_\odot$ . . . $=$ 38 27 28,5
$\delta_\odot$ . . . $=$ 14 3 13,3
$\delta + z$. $=$ 52 30 41,8

Nach Formel 62)
$lg\cos\varphi$ . . . $=$ 9,78445
$lg\cos\delta$ . . . $=$ 9,98680
9,77126
$lg\sin(\varphi-\delta)$. $=$ 9,79364
$lg\,A$ . . . . $=$ 9,97762
$lg\,188{,}5$ . . . $=$ 2,27531
2,25293
$lg\,\mu$ . . . . $=$ 3,35224
$lg\,y^s$ . . . . $=$ 1,09931

y^s . . . . $= -$ 12,6^s
M. Uhrzeit im W. Mittag (0^h + *Ztgl.*) $= 0^h\,4^m\,20{,}2^s$
M. Uhrzeit der größten Höhe . . . $= 0^h\,4^m\,7{,}6^s$.

Zieht man von der mittleren Uhrzeit der größten Sonnenhöhe die Uhrzeiten für die beobachteten Zenitdistanzen der Sonne ab, so erhält man die einzelnen Stundenwinkel $t - y$:

$$\begin{aligned} t - y &= 5^m\ 22{,}4^s \\ &= 2\ \ 12{,}4 \\ &= 1\ \ \ 2{,}9 \\ &= 5\ \ 32{,}4 \\ \hline \text{Im Mittel} &= 3\ \ 47{,}5. \end{aligned}$$

Rechnet man mit diesem Mittelwerte von $t - y$ nach Formel 61) unter Benutzung der Albrechtschen Tafeln 10 und 11 für C und $(t - y)^2$ die Breite aus, so erhält man

$$\begin{aligned} \delta + z &= 52^0\, 30'\, 41{,}8'' \\ C.(t - y)^2 &= -\qquad 26{,}8 \\ \hline & \quad 52^0\, 30'\, 15{,}0''. \end{aligned}$$

3)$_\varphi$. Breitenbestimmung aus Zenitdistanzmessungen des nördlichen Polarsterns (α Ursae minoris).

Am schnellsten und einfachsten erfolgt die Bestimmung der Breite auf der Nordhalbkugel mittels Zenitdistanzmessungen des nördlichen Polarsterns α Ursae minoris ($\delta = + 88^0{,}8$, Gr. 2,2) der mit Vorteil hierzu in jedem Stundenwinkel beobachtet werden kann, da sein größtes Azimut, selbst auf einem Breitenparallel von 75^0, noch unter 5^0 beträgt.

Besonders, wenn mehrere Zenitdistanzen des Polarsterns gemessen werden, liefert diese expedite Methode ziemlich genaue Resultate; nur auf niedrigen nördlichen Breiten ($\varphi < + 15^0$), wo der Polarstern zu tief steht, wird man wegen der alsdann ungenaueren Einstellung und der etwas unsicheren Refraktionswerte von der Methode 3)$_\varphi$ Abstand nehmen. An ihre Stelle tritt alsdann die vorher besprochene Methode 2)$_\varphi$, wobei zweckmäßig korrespondierende Zenitdistanzen von Sternen mittlerer nördlicher und südlicher Deklination miteinander verbunden werden. Dasselbe gilt in südlichen Breiten der Erde, da in der Nähe des Südpols der Himmelskugel kein heller Fixstern steht. Der einzige hierfür in Frage kommende südliche Polarstern wäre σ Octantis ($\delta = -89^0{,}2$, Gr. 5,5), der jedoch seiner geringen Helligkeit wegen bisher im allgemeinen nicht zu Breitenbestimmungen mit Reiseinstrumenten benutzt worden ist[1]).

[1]) Nach den Erfahrungen des Verf. ließe sich übrigens auch der südliche Polarstern σ Octantis selbst an kleineren Reiseinstrumenten von 25 mm Öffnung, wenn die Objektive z. B. aus dem neueren Jenenser Glas hergestellt

Was nun die Berechnung der Polhöhe aus Messungen des **nördlichen Polarsterns** betrifft, so bedient man sich bei der Kleinheit des Polabstandes dieses Sterns ($p = 72'$) zur Ableitung der Meridianzenitdistanz aus dem beobachteten z zweckmäßig einer nach Potenzen der Poldistanz fortschreitenden Reihenentwickelung.

Wird in die früher entwickelte Hauptgleichung (s. S. 12) aus dem fundamentalen astronomischen Dreieck Pol—Zenit—Stern für $\cos z$ statt der Deklination die Poldistanz $p = 90^0 - \delta$ eingeführt, so erhält man

$$1\,a) \qquad \cos z = \sin\varphi \cos p + \cos\varphi \sin p \cos t.$$

Setzt man ferner $z = 90^0 - \varphi + x$, wo x den Unterschied zwischen dem Komplement der Polhöhe ($90^0 - \varphi$) und zwischen der Zenitdistanz (z) des Polarsterns bezeichnet, also einen sehr kleinen, die Poldistanz von *α Ursae minoris* niemals überschreitenden Bogen, so ergibt sich nach Division der obigen Gleichung mit $\cos\varphi$ und Auflösung des linksstehenden goniometrischen Ausdrucks $[\cos(90^0 - \varphi + x) = \sin(\varphi - x)]$

$$63) \qquad tg\,\varphi \cos x - \sin x = tg\,\varphi \cos p + \sin p \cos t$$

oder

$$\sin x = -\sin p \cos t - tg\,\varphi(\cos p - \cos x).$$

Substituiert man in diese Gleichung für die trigometrischen Funktionen der kleinen Bogen p und x die entsprechenden Reihenentwickelungen bis zu Gliedern vierter Ordnung, nämlich

$$\sin p = p - {}^1/_6\, p^3 + \cdots\cdots, \qquad \sin x = x - {}^1/_6\, x^3 + \cdots\cdot,$$
$$\cos p = 1 - {}^1/_2\, p^2 + {}^1/_{24}\, p^4 - \cdots, \quad \cos x = 1 - {}^1/_2\, x^2 + {}^1/_{24}\, x^4 - \cdots,$$

so folgt die nach Potenzen von p und x fortschreitende Reihe

$$x = -p \cos t + {}^1/_2(p^2 - x^2)\, tg\,\varphi + {}^1/_6(p^3 \cos t + x^3)$$
$$- {}^1/_{24}(p^4 - x^4)\, tg\,\varphi.$$

---

sind, mit Vorteil zu Breitenbestimmungen verwenden. Bei der im allgemeinen durchsichtigen Luft auf der südlichen Hemisphäre läßt sich ein Stern 5,5ter Größe bei ausreichender Beleuchtung des Gesichtsfeldes noch bequem selbst in kleineren Fernrohren messen. Man muß allerdings auf den Vorteil der direkten Einstellung des Sterns mit bloßem Auge verzichten und die Zenitdistanz von σ Octantis am Höhenkreise einstellen, was bei der kleinen Poldistanz desselben von etwa 46′ fast ohne vorbereitende Rechnung geschehen kann. Die Tafeln, welche zur Bestimmung der Breite aus Höhen des südlichen Polarsterns nötig sein würden, gestalten sich übrigens bei der gegen α Ursae minoris um fast 0°,5 kleineren Poldistanz noch besonders einfach und kurz.

Aus dieser Progression läßt sich x sehr leicht durch sukzessive Näherung finden, indem in erster Annäherung $x = -p \cos t$, in zweiter $x = -p \cos t + \frac{1}{2} p^2 \, tg \, \varphi \, \sin^2 t$ und in dritter Annäherung endlich

$$x = -p \cos t + \frac{1}{2} p^2 \, tg \, \varphi \, \sin t^2 + \frac{1}{6} p^3 \, (1 + 3 \, tg \, \varphi^2) \cos t \sin t^2$$

folgt.

Substituiert man diesen letzten Ausdruck von x in die obige Definitionsgleichung $z = 90^0 - \varphi + x$, so erhält man zur Bestimmung von φ, wenn p in Bogensekunden ausgedrückt und das Glied vierter Ordnung weggelassen wird, folgende schließliche Reihenentwickelung:

$$64) \quad \varphi = (90^0 - z) - p \cos t + \frac{1}{2} p^2 \sin 1'' \, tg \, \varphi \, \sin t^2 + \frac{1}{6} p^3 \sin^2 1'' \, (1 + 3 \, tg \, \varphi^2) \cos t \, \sin t^2 \ldots\ldots$$

Das in dieser Endgleichung vernachlässigte Glied vierter Ordnung erreicht im Maximum nur den Betrag von wenigen Hundertsteln der Bogensekunde, kann also unter allen Umständen fortfallen. Aber auch das in obiger Reihenentwickelung noch mitgenommene Glied dritter Ordnung kann für alle Zwecke einer genäherten Ortsbestimmung fortgelassen werden, da es nur den Betrag von etwa einer Bogensekunde zu erreichen und erst in hohen Breiten zu überschreiten vermag. Endlich muß man bei Anwendung der Formel 64) noch bedenken, daß im Tangentenausdruck des quadratischen und kubischen Gliedes ein Näherungswert von φ zur Berechnung der gesuchten Breite eingeführt werden muß.

Es fragt sich nun, wie genau dieser genäherte Wert von φ sein muß, um bei der scharfen Polhöhenbestimmung das Zehntel, bei der genäherten die ganze Bogensekunde zu sichern. Aus der Differenzierung der hierfür maßgebenden Gleichung folgt, daß im ersteren Falle der Näherungswert der Breite bis auf 1′, im zweiten nur bis auf 10′ bekannt zu sein braucht.

Zur wesentlichen Erleichterung der Rechnungen nach Formel 64) sind nun besondere Hilfstafeln sowohl für die genauere als auch für die genäherte Breitenbestimmung eingerichtet worden.

Die ersteren sind in der schon mehrfach erwähnten Albrechtschen Sammlung von Tafeln zur geographischen Ortsbestimmung (3. Auflage, Nr. 26) enthalten und beruhen auf folgender Einrichtung:

In die Gleichung 64) werden die Hilfsgrößen

$$M = \tfrac{1}{2}\, p^2 \sin 1'' \, tg\,\varphi$$
$$N = \tfrac{1}{6}\, p^3 \sin^2 1'' \,(1 + 3\, tg\,\varphi^2)\, \cos t \sin t^2$$

eingeführt und zur Bestimmung der Breite wird die Relation erhalten:

$$65)\qquad \varphi = 90^0 - z - p \cos t + M \sin^2 t + N\text{[1]}.$$

Zwei Tafeln, von denen die erste nach φ und die zweite nach den Argumenten φ, t fortschreitet, ergeben für eine bestimmte Poldistanz von α *Ursae minoris*, für $p_0 = 1^0 13' = 4380''$, die entsprechenden Werte M_0 bzw. N_0. Daraus folgt

$$M = \frac{p^2}{p_0^2} \cdot M_0,\quad N = \frac{p^3}{p_0^3} \cdot N_0,$$

und aus zwei kleinen, unter den Haupttafeln für M_0 und N_0 stehenden Tabellen können die Faktoren $\frac{p^2}{p_0^2}$, $\frac{p^3}{p_0^3}$ mit dem Argument der Deklination des Polarsterns entnommen werden. Leider gelten die Tafeln für M_0 und N_0 nur zwischen den Breitengrenzen von 30° bis 65°, bzw. 30° bis 63°.

Beispiel zur Breitenmethode $3)_\varphi$ nach den Hilfstafeln von Albrecht.

Den folgenden genaueren Rechnungen sollen dieselben Beobachtungen von Zenitdistanzen des Polarsterns zugrunde gelegt werden, welche weiter unten auf S. 229 näherungsweise nach den Korrektionstafeln des *N. A.* reduziert worden sind.

1902 Februar 13. α Ursae minoris:

$$\alpha = 1^h\, 23^m\, 22^s{,}7,\quad \delta = +\, 88^0\, 47'\, 24''{,}8.$$

Kreislage	Orts-Sternzeit	Polarstern $90^0 - z = h$
West	$6^h\ 10^m\ 40{,}0^s$	52° 52′ 14,0″
Ost	6 19 47,2	52 48 54.0

Zur Berechnung der Breite nach Formel 65) sind zunächst die Stundenwinkel $t = \Theta - \alpha$ und die Poldistanz $p = 90^0 - \delta$ zu bilden, daraus das Glied $p \cos t$, diesmal ausnahmsweise unter Benutzung sechsstelliger Logorithmen (Bremickers Tafeln, neu bearbeitet

[1]) In den Albrechtschen Hilfstafeln (Nr. 26) steht an Stelle von p, π und für p_0, π_0.

von Th. Albrecht), ferner $sin^2 t$ und endlich die Größen M, N, $\frac{p^2}{p_0^2}$, $\frac{p^3}{p_0^3}$ aus den Albrechtschen Hilfstafeln Nr. 26, wobei das Produkt $M sin^2 t$ nur mit fünfstelligen Logarithmen berechnet und die Abweichung der Quotienten $\frac{p^2}{p_0^2}$, $\frac{p^3}{p_0^3}$ von der Einheit nach der Albrechtschen Hilfstafel Nr. 37 zur Vereinfachung der Rechnung in einen echten Bruch verwandelt wird.

$$p = 90^0 - \delta = 1^0\ 12'\ 35'',2 = 4355'',2$$

	Kreis West	Kreis Ost
Θ	$= 6^h\ 10^m\ 40{,}0^s$	$= 6^h\ 19^m\ 47{,}2^s$
α	$= 1\ 23\ 22{,}7$	$= 1\ 23\ 22{,}7$
t	$= 4\ 47\ 17{,}3$	$= 4\ 56\ 24{,}5$
	$= 71^0\ 49'\ 18'',5$	$= 74^0\ 6'\ 7'',5$
$lg\ sin\ t$	$= 9{,}97777$	$= 9{,}98306$
$lg\ cos\ t$	$= 9{,}494117$	$= 9{,}437630$
$lg p$	$= 3{,}639008$	$3{,}639008$
$lg p\ cos\ t$	$= 3{,}133125$	$= 3{,}076638$
$p\ cos\ t$	$= 1358'',7$	$= 1193'',0$

Aus den Albrechtschen Hilfstafeln Nr. 26 folgt nun für $\varphi = 52^0\ 30'$ als Näherungswert, für $\delta = 88^0\ 47'\ 25''$ und die obigen Stundenwinkel t:

$$M_0 = 60{,}61,\ \frac{p^2}{p_0^2} = 0{,}9886 = 1 - \frac{1}{88}\ \text{(Tafel 37)}$$

$$N_0 = 0{,}57 \text{ und } 0{,}51,\ \frac{p^3}{p_0^3} = 0{,}983 = 1 - \frac{1}{59}\ \text{(Tafel 37).}$$

Daraus ergibt sich: $M = 60{,}61\left(1 - \frac{1}{88}\right) = 59'',9$.

$$N_1 = 0{,}57\left(1 - \frac{1}{59}\right) = 0'',56$$

$$N_2 = 0{,}51\left(1 - \frac{1}{59}\right) = 0'',50$$

	Kreis West	Kreis Ost
$lg M$	$= 1{,}77743$	$= 1{,}77743$
$lg\ sin^2 t$	$= 9{,}95554$	$= 9{,}96612$
	$1{,}73297$	$1{,}74355$
$M sin^2 t$	$= 54'',07$	$= 55'',41$

$90^0 - z$	$= 52^0 52' 14{,}0''$		$= 52^0 48' 54{,}0''$
$-p \cos t$	$= -\ 22\ 38{,}7$		$-\ 19\ 53{,}0$
	$52\ 29\ 35{,}3$		$52\ 29\ 1{,}0$
$+ M \sin^2 t$	$+\ 54{,}07$		$+\ 55{,}41$
$+ N$.	$+\ 0{,}56$		$+\ 0{,}50$
φ . .	$= 52^0 30' 29{,}9''$		$52^0 29' 56{,}9''$

$$\varphi_w = 52^0 30' 29{,}9''$$
$$\varphi_0 = 52\ 29\ 56{,}9$$
$$\text{Ortsbreite } \varphi = 52^0 30' 13{,}4''$$

Vergleicht man mit diesem Werte den auf S. 230 näherungsweise mittels der Korrektionstafeln des *N. A.* erhaltenen, so erkennt man die befriedigende Übereinstimmung beider. Wenn die Breitenbeobachtungen mittels des Polarsterns an einem kleineren Universalinstrument erhalten sind und die Rechnungen nur bis auf die Bogensekunde genau geführt zu werden brauchen, so kann man in der obigen Formel 65) auch das Glied dritter Ordnung fortlassen und im quadratischen Gliede unter $tg\,\varphi$ für φ den Näherungswert $90^0 - z$ oder die Höhe h des Polarsterns setzen. Alsdann ergibt sich die folgende einfache Formel:

65 a) $$\varphi = h - p \cos t + \tfrac{1}{2}\, p^2 \sin 1''\, tg\, h\, \sin^2 t.$$

Nach dieser Näherungsformel enthält der Nautical Almanac (auch die kleine Ausgabe) in jedem Jahrgange sehr bequeme Hilfstafeln, welche ohne Anwendung irgend welcher Formeln die Breite aus der Höhe des Polarsterns mit den Argumenten: Sternzeit der Beobachtung, beobachtete Höhe des Polarsterns und Datum der Beobachtung zu bestimmen erlauben. Diese Hilfstafeln enthalten nämlich drei an die Höhe des Polarsterns anzubringende Verbesserungen, von denen die erste mit der Sternzeit der Beobachtung entnommene positiv oder negativ sein kann, die zweite mit den Argumenten Sternzeit und Höhe, die dritte mit der Sternzeit und dem Beobachtungsdatum entnommene stets positiv sind. Zugleich ist zu beachten, daß die beobachteten Höhen des Polarsterns nach Verbesserung für Zenitpunktfehler und Refraktion noch um 1′ zu verkleinern sind, ehe die Korrektionstafeln des Nautical Almanac (*N. A.*) benutzt werden können.

Die Tafeln der astronomisch-nautischen Ephemeriden (*N. E.*) enthalten die Korrektionsglieder unmittelbar für die reduzierte

Höhe des Polarsterns ohne Anbringung der Verkleinerung um 1′, so daß in diesem Falle die beobachtete Höhe des Polarsterns nur für Zenitpunktfehler und Refraktion zu verbessern ist.

Beispiel zur Methode $3)_\varphi$ nach dem N. A.

An einem Universal mit Nonienablesung und mit einem nach MEZt. gehenden Chronometer sind Zenitdistanzen des nördlichen Polarsterns *α Ursae minoris* beobachtet worden. Gesucht wird die geographische Breite φ des Beobachtungsortes.

1902, Februar 13; Station: Berlin; Instrument: Universal von Wanschaff; Uhr: Chronometer nach MEZt.; Beobachter: Marcuse.

Instrumentalfehler: $i = +15''$, $c = -10''$

$\Delta z = +4'30''$, $\Delta U = -15^s$

Barometer $0^0 = 756{,}7$ mm, Lufttemp. $= -2^0{,}5$ C.

α Ursae minoris: $\alpha = 1^h 23^m 22^s{,}7$, $\delta = +88^0 47' 24''{,}8$.

Beobachtung am Höhenkreis und an der Uhr:

Kreis West	$8^h 45^m 43^s{,}5$		Kreis Ost	$8^h 54^m 49^s$	
Non. A	$37^0 2' 30''$	Höhenlibelle	Non. A	$322^0 45' 10''$	Höhenlibelle
„ B	2 30	+6,0 — 6,0	„ B	142 45 10	+6,0 — 6,0
	37 2 30			322 45 10	
ΔZ . . =	+ 4 30		ΔZ . =	+ 4 30	
Höhenlib.	0		Höhenlib.	0	
	37 7 0			322 49 40	
z' . . .	37 7 0			37 10 20	
M. Refr.	+ 44			+ 44	
Bar. Therm.	+ 2			+ 2	
z_w . . =	$37^0 7' 46''$		z_o . . =	$37^0 11' 6''$	
h_w . . =	52 52 14		h_o . . =	52 48 54	

Nach Ableitung der Zenitdistanzen und Höhen von Polaris sollen nunmehr die Uhrzeiten reduziert werden:

	Kreis West	Kreis Ost
MEZ. der Uhr . =	$8^h 45^m 43{,}5^s$	$8^h 54^m 49^s$
Red. auf Ortszeit =	— 6 25,2	— 6 25
ΔU . . . . =	— 15	— 15
Berl. M. Z. . =	8 39 3,3	8 48 9

8^h M. Z. = St. Z.	8	1	18,9,	8^h M. Z. =	8	1	18,9
39^m . . =		39	6,4,	48^m . . =		48	7,9
$3,3^s$ . . =			3,3,	9^s . . . =			9,0
	8	40	28,6		8	49	35,8
Sternzeit im M. Mittage Berlin	21	30	11,4		21	30	11,4
Ortssternzeit	6^h	10^m	40^s		6^h	19^m	47^s

Die weitere Reduktion geschieht nach Formel 65a) und mit Benutzung der Tafeln I, II, III des *N. A.* zur Berechnung der Breite aus Höhen des Polarsterns.

Kreis West	Kreis Ost
$h = 52^\circ 52' 14'$	$h = 52^\circ 48' 54''$
— 1	— 1
52 51 14	52 47 54

	Kreis West	Kreis Ost
I. Korrektion	= — 0° 22′ 58″	= — 0° 20′ 11″
II. „	= + 56	= + 57
III. „	= + 1 19	= + 1 18
	— 0 20 43	— 0 17 56
h_w . . . . . = / h_o =	52 51 14	52 47 54
φ_w . . . . . = / φ_o =	52 30 31	52 29 58

$$\begin{aligned} \varphi_w \;.\;.\; &= 52^\circ 30' 31'' \\ \varphi_o \;.\;.\; &= 52\;\; 29\;\; 58 \\ \text{Ortsbreite } \varphi \;\;.\;.\; &= 52^\circ 30' 15'' \end{aligned}$$

Aus den Zenitdistanzmessungen eines zugehörigen Südsterns (γ Geminorum, s. S. 212) in der Nähe des Meridians ergab sich $\varphi = 52^\circ 30' 16''$. Daher folgt im kombinierten Mittel aus Nord- und Südstern $\varphi = 52^\circ 30' 15'',5$.

* * *

Sind endlich die Breitenbestimmungen mittels des Polarsterns nur ganz genähert an einem Libellenquadranten ausgeführt, wobei höchstens die Bogenminute in den Rechnungen verbürgt zu werden braucht, so lassen sich auch die Hilfstafeln Nr. 2 des Nautischen Jahrbuchs (*N. J.*) verwenden, welche vom Jahrgang

1903[1]) ab die an die Polarsternhöhe zur Herleitung der Breite anzubringenden Korrektionen nur auf Zehntel Bogenminuten abgerundet enthalten. Bei Anbringung der aus diesen Tafeln zu entnehmenden drei Verbesserungen, welche mit den Argumenten der Ortssternzeit, der Höhe des Polarsterns nebst Ortssternzeit und derselben Höhe nebst dem Beobachtungsdatum sich ergeben, ist die beobachtete Höhe des Polarsterns nur für den Indexfehler des Libellenquadranten und für Refraktion zu korrigieren.

Beispiel zur Methode $3)_\varphi$ nach dem N. J.

1904, November 17, Zenitdistanz des Polarsterns. Station: Berlin; Instrument: Libellenquadrant; Uhr: Sternzeit-Chronometer; Beobachter: Marcuse.

U	$= 0^h\,34^m\,58^s$	(z)	$= 36^0\,26'$,	N. J. Korr. I	$= -1^0\,10{,}'8$
$\varDelta U$ ...	$= +\;\;7\;\;\;4$	$\varDelta Z$	$= -\;\;\;6$	„ II	$=\;\;\;0{,}0$
Orts-St.Z.	$= 0^h\,42^m\;\;2^s$	z'	$= 36\;\;20$	„ III	$= +\;\;0{,}7$
		Refr.	$+\;\;0{,}8$		$-1^0\,10',1$
		z =	$36\;\;20{,}8$		
		h =	$53\;\;39{,}2$		
		Ges. Korr. N. J.	$= -1\;\;10{,}1$		
		φ =	$52^0\;\;29'$		

$4)_\varphi$. Breitenbestimmung ohne Kenntnis der genauen Zeit aus Zenitdistanzmessungen in der Nähe des Meridians.

Bei den bisher erörterten Methoden zur Bestimmung der Polhöhe des Beobachtungsortes aus Zenitdistanzmessungen von Gestirnen wurde vorausgesetzt, daß der Beobachter im Besitz einer genau gehenden Uhr ist, deren nahezu richtigen Stand er kennt oder ermittelt hat.

Es kann jedoch bei Forschungsreisen, ja sogar auf größeren geographisch-astronomischen Expeditionen sehr wohl der Fall eintreten, besonders wenn es sich um vorausgeschickte Rekognos-

[1]) Bis zum Jahrgang 1903 waren auch die Tafeln Nr. 2 des *N. J.* zur Bestimmung der Breite aus der Höhe des Polarsterns in Übereinstimmung mit dem *N. A.* (ausschließlich der Höhenkorrektion von — 1′) bis auf die einzelne Bogensekunde für die drei Berichtigungen gegeben. Von 1903 ab sind lediglich die Bedürfnisse der nautisch-astronomischen Ortsbestimmung berücksichtigt worden, wodurch das *N. J.* für genauere geographisch-astronomische Ortsbestimmungen am Lande nicht mehr verwendbar ist (s. Teil II).

zierungen handelt, daß Breitenbestimmungen notwendig werden, ehe Stand und Gang der Beobachtungsuhr bekannt sind. Ja, ein vorsichtiger Reisender wird auch den ungünstigsten Fall in Betracht ziehen müssen, daß ihm nämlich infolge von Störungen unvorhergesehener Art überhaupt keine brauchbare Beobachtungsuhr zur Verfügung steht. In diesen beiden Fällen, die nunmehr betrachtet werden sollen, gelangt man durch verhältnismäßig einfache Methoden zur Kenntnis der geographischen Breite.

A) Breitenbestimmung aus drei Zenitdistanzmessungen eines Gestirns nahe dem Meridian und den zugehörigen Uhrzeiten, wenn weder Stand noch Gang der Beobachtungsuhr bekannt sind.

Beobachtet sind mit einem Universal oder auch bei genäherter Orientierung mit einem Libellenquadranten die drei Zenitdistanzen z_1, z_2, z_3 eines Gestirns mit bekannter Deklination zu den Uhrzeiten U_1, U_2, U_3, welche so zu wählen sind, daß die Kulminationszeit des Gestirns zwischen ihnen liegt.

Unter der einzigen Voraussetzung, daß die benutzte Uhr für die selten eine Viertelstunde überschreitende Dauer der Beobachtungen regelmäßig geht, bildet man folgende Differenzen aus den gemessenen Größen:

$$\frac{z_2 - z_1}{U_2 - U_1} = a, \quad \frac{z_3 - z_2}{U_3 - U_2} = b, \quad \frac{b - a}{U_3 - U_1} = c,$$

wo die Unterschiede der Zenitdistanzen in Bögensekunden und die Differenzen der Uhrangaben in Zeitsekunden auszudrücken sind.

Um gleich den allgemeinsten Fall zu betrachten, daß nämlich nicht nur Sterne oder große Planeten, sondern auch die Sonne mit veränderlicher Deklination zur Beobachtung gelangen, wird die wegen Mangels der Kenntnis des Uhrstandes unbekannte Uhrzeit U_0 der größten Höhe eingeführt, welche bei Sternen mit der Rektaszension, bei der Sonne mit der Kulminationszeit im wahren Mittag des Beobachtungsortes zusammenfällt. Für U_0 ergeben sich die folgenden Relationen:

$$U_0 = \frac{U_1 + U_2}{2} - \frac{a}{2c}$$
$$= \frac{U_2 + U_3}{2} - \frac{b}{2c}$$

Diese beiden sich kontrollierenden Werte von U_0 müssen innerhalb der Grenzen der Beobachtungsfehler übereinstimmen. Mit dem Mittel der beiden U_0 findet man alsdann aus jeder einzelnen beobachteten Zenitdistanz, nach Verbesserung derselben für Zenitpunkt- oder Indexfehler, Refraktion und Parallaxe, im Anschluß an die früher (s. S. 217) entwickelten Reduktionsformeln auf den Meridian folgende Gleichungen für die gesuchte Breite:

$$66\text{a})\qquad \left.\begin{aligned} \varphi &= z_1 + \delta - c\,(U_1 - U_0)^2 \\ &= z_2 + \delta - c\,(U_2 - U_0)^2 \\ &= z_3 + \delta - c\,(U_3 - U_0)^2 \end{aligned}\right\} \text{Nördliche Breite; Gestirn zwischen Horizont und Zenit kulminierend (O.C.).}$$

Liegen Sonnenbeobachtungen vor, so muß δ für den wahren Mittag des Beobachtungsortes aus der Ephemeride unter Anbringung einer genäherten Längendifferenz interpoliert werden.

Ebenso gilt für südliche Breiten das Gleichungssystem:

$$66\text{b})\qquad \left.\begin{aligned} \varphi &= \delta - z_1 + c\,(U_1 - U_0)^2 \\ &= \delta - z_2 + c\,(U_2 - U_0)^2 \\ &= \delta - z_3 + c\,(U_3 - U_0)^2 \end{aligned}\right\} \text{Südliche Breite; Gestirn zwischen Horizont und Zenit kulminierend (O.C.).}$$

Kulminiert das beobachtete Gestirn endlich zwischen Zenit und Pol (O. C.), so sind die folgenden Formeln zu benutzen:

$$66\text{c})\qquad \begin{aligned} \varphi_+ &= \delta - z_1 + c(U_1 - U_0)^2; & \varphi_- &= z_1 + \delta - c(U_1 - U_0)^2 \\ &= \delta - z_2 + c(U_2 - U_0)^2; & &= z_2 + \delta - c(U_2 - U_0)^2 \\ &= \delta - z_3 + c(U_3 - U_0)^2; & &= z_3 + \delta - c(U_3 - U_0)^2 \end{aligned}$$

Man erkennt also, daß die Gleichungen 66a) bei südlich vom Zenit kulminierenden Gestirnen für nördliche und für südliche Breiten gelten und entsprechend die Gleichungen 66b) bei nördlich vom Zenit kulminierenden Gestirnen.

Beispiel zur Methode $4)_\varphi$. A) Breitenbestimmung mit Uhr, aber ohne Kenntnis der Uhrkorrektion.

Vom Beobachter Stolze wurden auf einer Station in der Nähe von Abuschehr am Persischen Meerbusen zur Ermittelung der Breite drei Zirkummeridian-Zenitdistanzen der Sonne nach einem mittlere Zeit angebenden Taschenchronometer gemessen. Nachdem die Zenitdistanzen auf den Sonnenmittelpunkt reduziert und für Refraktion sowie Parallaxe verbessert waren, ergab sich das folgende Beobachtungsschema:

1877, Januar 16:

Uhrzeiten	$z_\odot$	$\delta_\odot = -21^\circ 4' 38'',5$
$0^h\,21^m\,10,0^s$	$50^\circ\ 0'\ 20,5''$	$U_2 - U_1 = 342,0^s$, $z_2 - z_1 = -71,1''$
26 52,0	49 59 9,4	$U_3 - U_2 = 299,6$, $z_3 - z_2 = +12,8$
31 51,6	49 59 22,2	$U_3 - U_1 = 641,6$

Die weitere Rechnung nach den voraufgehenden Formeln gestaltet sich nun folgendermaßen:

$$lg(z_2 - z_1) = 1,8519_n,\quad lg(z_3 - z_2) = 1,1072,\quad lg(b-a) = 9,3979$$

$$lg(U_2 - U_1) = 2,5340\quad lg(U_3 - U_2) = 2,4765\quad lg(U_3 - U_1) = 2,8073$$

$$lg\,a = 9,3179_n,\quad lg\,b = 8,6307,\quad lg\,c = 6,5906$$

$$a = -0,21\qquad b = +0,04\qquad lg\,2c = 6,8916$$

$$lg\,\frac{a}{2c} = 2,4263_n\qquad lg\,\frac{b}{2c} = 1,7391$$

$$\frac{a}{2c} = -4^m\,26^s,8,\qquad \frac{b}{2c} = +0^m\,54^s,8$$

$$\frac{U_1 + U_2}{2} = 0^h\,24^m\ 1,0^s \qquad \frac{U_2 + U_3}{2} = 0^h\,29^m\,21,8^s$$

$$-\frac{a}{2c} = +\ 4\ \ 26,8 \qquad -\frac{b}{2c} = -\ 0\ \ 54,8$$

$$U_0 = 0\ \ 28\ \ 27,8 \qquad U_0 = 0\ \ 28\ \ 27,0$$

$$U_1 - U_0 = -437,4^s,\qquad lg\,(U_1 - U_0)^2 = 5,2818,$$

$$U_2 - U_0 = -\ \ 95,4,\qquad lg\,(U_2 - U_0)^2 = 3,9591,$$

$$U_3 - U_0 = +204,2,\qquad lg\,(U_3 - U_0)^2 = 4,6201,$$

$$c\,(U_1 - U_0)^2 = +\ 1'\,14,5''$$

$$c\,(U_2 - U_0)^2 = +\ 0\ \ 3,5$$

$$c\,(U_3 - U_0)^2 = +\ 0\ \ 16,2.$$

$$z_1 + \delta\ \ldots = 28^0\,55'\,42,0'',\qquad z_2 + \delta\ \ldots = 28^0\,54'\,30,9'',$$

$$-c\,(U_1 - U_0)^2 = -\ \ 1\ \ 14,5\qquad c\,(U_2 - U_0)^2 = -\ \ 0\ \ 3,5$$

$$\varphi_1\ \ldots\ldots = 28\ \ 54\ \ 27,5\qquad \varphi_2\ \ldots\ldots = 28\ \ 54\ \ 27,4$$

$$z_3 + \delta\ \ldots = 28^0\,54'\,43,7''$$

$$c\,(U_3 - U_0)^2\ . = -\ \ 0\ \ 16,2$$

$$\varphi_3\ \ldots\ldots = 28\ \ 54\ \ 27,5.$$

$$\varphi = 28^0\,54'\,27,5''$$

$$= \quad 54\ \ 27,4$$

$$= \quad 54\ \ 27,5$$

Im Mittel $\varphi = 28^0\,54'\,27,5''$.

B) Breitenbestimmung aus drei nahe dem Meridian gemessenen Zenitdistanzen eines Gestirns und den Differenzen der zugehörigen Azimute ohne Benutzung einer Uhr.

Wenn dem Beobachter überhaupt keine Uhr zur Verfügung steht, so treten an Stelle der Uhrzeiten die zu den einzelnen Zenitdistanzen in der Nähe des Ortsmeridians gehörigen Ablesungen des Horizontalkreises an einem Universal oder, falls es sich nur um genäherte Ortsbestimmungen handelt, an einem mit Azimutalkreis auf Stativ montierten Libellenquadranten.

Bezeichnet man die beobachteten Zenitdistanzen eines Gestirns mit bekannter Deklination nach Verbesserung für Zenitpunkt- oder Indexfehler, Refraktion und Parallaxe mit z_1, z_2, z_3 und die zugehörigen Ablesungen des Horizontalkreises mit A_1, A_2, A_3, zwischen denen die Azimutablesung A_0 für das Gestirn im Meridian liegt, so werden ähnlich wie bei der vorigen Aufgabe A) die folgenden Quotienten gebildet:

$$\frac{z_2 - z_1}{A_2 - A_1} = \alpha, \quad \frac{z_3 - z_2}{A_3 - A_2} = \beta, \quad \frac{\beta - \alpha}{A_3 - A_1} = \gamma.$$

Hierin sind die Werte im Zähler und Nenner in Bogensekunden ausgedrückt. Alsdann wird die Ablesung für den Meridianpunkt des Azimutalkreises:

$$A_0 = \frac{A_1 + A_2}{2} - \frac{\alpha}{2\gamma}$$

$$= \frac{A_2 + A_3}{2} - \frac{\beta}{2\gamma}.$$

Mit einem mittleren A_0 aus diesen beiden sich kontrollierenden Werten findet man die gesuchte Breite nach folgenden Formeln:

$$\text{67a)} \quad \left.\begin{aligned} \varphi &= z_1 + \delta - \gamma\,(A_1 - A_0)^2 \\ &= z_2 + \delta - \gamma\,(A_2 - A_0)^2 \\ &= z_3 + \delta - \gamma\,(A_3 - A_0)^2 \end{aligned}\right\}$$ für nördliche bzw. südliche Breiten bei südlich bzw. nördlich v. Zenit kulm. Gestirnen.

$$\text{67b)} \quad \left.\begin{aligned} \varphi &= \delta - z_1 + \gamma\,(A_1 - A_0)^2 \\ &= \delta - z_2 + \gamma\,(A_2 - A_0)^2 \\ &= \delta - z_3 + \gamma\,(A_3 - A_0)^2 \end{aligned}\right\}$$ für nördliche bzw. südliche Breiten bei nördlich bzw. südlich v. Zenit kulm. Gestirnen.

Wird die Sonne beobachtet, so muß δ für den wahren Ortsmittag aus der Ephemeride mit Anbringung einer genäherten Längen-

differenz interpoliert werden. Da man durch die vorliegende Methode zugleich den genäherten astronomischen Meridian des Beobachtungsortes am Horizontalkreise findet, lassen sich gleichzeitig für etwa eingestellte terrestrische Objekte auch die zugehörigen Azimute derselben ermitteln.

Beispiel zu 4)$_\varphi$. B) Breitenbestimmung ohne Uhr.

Vom Beobachter Wislicenus[1]) wurden auf der Station Straßburg i. Els. an einem Universal drei Zirkummeridian-Zenitdistanzen der Sonne nebst den zugehörigen Differenzen der Azimute in einer Kreislage des Instruments beobachtet. Nach Reduktion der Zenitdistanzen auf den Sonnenmittelpunkt und nach Verbesserung derselben für den Zenitpunktsfehler, für Refraktion sowie Parallaxe wurde folgendes Rechnungsschema erhalten, dem zugleich die Ablesungen des Azimutkreises nebst den zugehörigen Instrumentalfehlern i und c beigefügt sind:

1890 März 27, $\delta_\odot = + 2^0 41' 14'',7$.

$z_\odot$	Ablesungen am Azim.-Kreise	i	c	$i \cot g\, z$	$c \operatorname{cosec} z$	Azimute A
45° 54′ 23,5″	346° 12′ 0,9″	+ 5,4″	— 10,8″	— 5,3″	+ 14,8″	346° 12′ 10,4″
53 50,8	348 2 17,1	+ 14,8	— 10,8	— 14,5	+ 14,8	348 2 17,4
54 43,0	349 34 30,3	+ 3,8	— 10,8	— 3,7	+ 14,8	349 34 41,4

$$A_2 - A_1 = 6607{,}0'' \qquad z_2 - z_1 = -32{,}7''$$
$$A_3 - A_2 = 5544{,}0 \qquad z_3 - z_2 = +52{,}2$$
$$A_3 - A_1 = 12151{,}0$$

$$lg\,(z_2 - z_1) = 1.5146_n, \qquad lg\,(z_3 - z_2) = 1{,}7177,$$
$$lg\,(A_2 - A_1) = 3{,}8200 \qquad lg\,(A_3 - A_2) = 3{,}7438$$
$$lg\,\alpha \;.\;.\;.\;. = 7{,}6946_n \qquad lg\,\beta \;.\;.\;.\;. = 7{,}9739$$
$$\alpha \;.\;.\;. = -0{,}00495 \qquad \beta \;.\;.\;.\;. = 0{,}00942$$

$$lg\,(\beta - \alpha) \;.\;. = 8{,}1575$$
$$lg\,(A_3 - A_1) \;. = 4{,}0846$$
$$lg\,\gamma \;.\;.\;.\;.\;. = 4{,}0729$$
$$lg\,2\gamma \;.\;.\;.\;. = 4{,}3739$$

[1]) Die Zahlen sind aus Wislicenus, Handbuch der geographischen Ortsbestimmung, Leipzig 1891, S. 168 entnommen.

$lg\ \frac{\alpha}{2\gamma} = 3{,}3207_n,$ $\qquad lg\ \frac{\beta}{2\gamma} = 3{,}6000$

$\frac{\alpha}{2\gamma} = -34'\,52{,}6''$ $\qquad \frac{\beta}{2\gamma} = +1^0\ 6'\,20{,}9''$

$\frac{1}{2}(A_1 + A_2) = 347^0\ 7'\,13{,}9''$ $\qquad \frac{1}{2}(A_2 + A_3) = 348^0\ 48'\,29{,}4''$

$-\frac{\alpha}{2\gamma} \ldots = +\ 34\ 52{,}6$ $\qquad -\frac{\beta}{2\gamma} \ldots = -1\ 6\ 20{,}9$

$A_0 \ldots\ldots = 347\ 42\ 6{,}5$ $\qquad A_0 \ldots\ldots = 347\ 42\ 8{,}5$

$A_1 - A_0 = 5397{,}1'',\quad lg(A_1 - A_0)^2 = 7{,}4643,\quad \gamma(A_1 - A_0)^2 = 34{,}4''$
$A_2 - A_0 = 1209{,}9\quad lg(A_2 - A_0)^2 = 6{,}1655\quad \gamma(A_2 - A_0)^2 = 1{,}7$
$A_3 - A_0 = 6753{,}9\quad lg(A_3 - A_0)^2 = 7{,}6591\quad \gamma(A_3 - A_0)^2 = 53{,}9.$

Die schließliche Rechnung nach Formel 67a) ergibt:

$z_1 + \delta \ldots\ldots = 48^0\,35'\,38{,}2'',$
$-\gamma(A_1 - A_0)^2 = -\quad 34{,}4$
$\varphi_1 \ldots\ldots = 48\ 35\ 3{,}8$

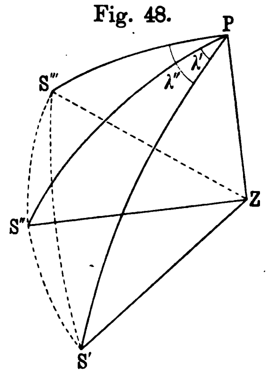
$z_2 + \delta \ldots\ldots = 48^0\,35'\,5{,}5''$ $\qquad z_3 + \delta \ldots = 48^0\,36'\,57{,}7''$
$-\gamma(A_2 - A_0)^2 = -\quad 1{,}7$ $\qquad \gamma(A_3 - A_0)^2 = -\quad 53{,}9$
$\varphi_2 \ldots\ldots = 48\ 35\ 3{,}8$ $\qquad \varphi_3 \ldots\ldots = 48\ 35\ 3{,}8$

Im Mittel $\varphi = 48^0\,35'\,4''$.

5)$_\varphi$, 3)$_t$. Bestimmung von Breite und Zeit zugleich aus den Uhrangaben, zu welchen drei Sterne dieselbe Zenitdistanz erreichen.

Bei dieser gewöhnlich als Methode von Gauss bezeichneten Aufgabe der gleichzeitigen Ermittelung von Breite und Uhrkorrektion geht man zur Herleitung der Formeln wieder von dem fundamentalen astronomischen Dreieck zwischen Pol, Zenit und Stern aus. In Fig. 48 seien S', S'' und S''' drei gleichweit von Z abstehende Punkte der Himmelssphäre, in welchen die Sterne mit den Rektaszensionen α', α'', α''' und den Deklinationen δ', δ'', δ''' zu den Sternzeiten U', U'', U''' beobachtet sind. Ferner seien t', t'', t''' die Stundenwinkel der drei in gleicher Zenitdistanz z gemessenen Sterne, $\Delta^2 U$ der Gang der Uhr für ein bestimmtes Zeitintervall. Endlich möge die gesuchte Uhrkorrektion zur

Fig. 48.



Sternzeit U' mit $\Delta U'$ und die gesuchte Polhöhe des Beobachtungsortes wie gewöhnlich mit φ bezeichnet werden.

Alsdann sind die genauen Sternzeiten der Beobachtung

$$\begin{aligned} \vartheta' &= U' + \Delta U' \\ \vartheta'' &= U'' + \Delta U' + \Delta^2 U(U'' - U') \\ \vartheta''' &= U''' + \Delta U' + \Delta^2 U(U''' - U') \end{aligned}$$

und die zu den drei Sternen gehörigen Stundenwinkel

$$\begin{aligned} t' &= \vartheta' - \alpha' \\ t'' &= \vartheta'' - \alpha'' \\ t''' &= \vartheta''' - \alpha'''. \end{aligned}$$

Bezeichnet man nun die zwischen den Deklinationskreisen der drei Sterne bei P liegenden Winkel mit

$$\begin{aligned} \lambda' &= S'PS'' = t'' - t' \\ \lambda'' &= S'PS''' = t''' - t', \end{aligned}$$

so erhält man für diese zur Auflösung der fundamentalen sphärischen Dreiecke dienenden Winkelgrößen λ die folgenden Relationen:

$$\begin{aligned} \lambda' &= U'' - U' + \Delta^2 U(U'' - U') - (\alpha'' - \alpha') \\ \lambda'' &= U''' - U' + \Delta^2 U(U''' - U') - (\alpha''' - \alpha'). \end{aligned} \tag{68}$$

λ' und λ'' sind also in einfacher Weise aus gegebenen Größen zu finden, nämlich aus den Differenzen der Uhrzeiten, dem zugehörigen Uhrgange und den Rektaszensionen der Sterne. Da nun die unbekannten Stundenwinkel der drei Sterne (t', t'', t''') durch Verwendung der Winkelgrößen λ', λ'' in Funktion des ersten Stundenwinkels als t', $t' + \lambda'$ und $t' + \lambda''$ sich ausdrücken lassen, ergibt die Auflösung der drei fundamentalen Dreiecke $S'PZ$, $S''PZ$ und $S'''PZ$ nach der gleichen Zenitdistanz $ZS' = ZS'' = ZS''' = z$ folgende Relationen:

$$\begin{aligned} \cos z &= \sin\varphi \sin\delta' + \cos\varphi \cos\delta' \cos t' \\ \cos z &= \sin\varphi \sin\delta'' + \cos\varphi \cos\delta'' \cos(t' + \lambda') \\ \cos z &= \sin\varphi \sin\delta''' + \cos\varphi \cos\delta''' \cos(t' + \lambda''). \end{aligned} \tag{69}$$

Um nun aus diesem Gleichungssystem die beiden Unbekannten φ und t' bequem zu finden, reduziert man die drei Gleichungen auf zwei, welche in besonderer Weise umgeformt werden. Zunächst subtrahiert man die beiden ersten Relationen voneinander, dividiert durch $\cos\varphi$, schafft die Differenz der Sinuswerte auf die linke Seite und erhält

$$tg\,\varphi\,[\sin\delta'' - \sin\delta'] = \cos\delta'\cos t' - \cos\delta''\cos(t' + \lambda')$$
$$= \tfrac{1}{2}[\cos\delta' - \cos\delta''][\cos t' + \cos(t' + \lambda')]$$
$$+ \tfrac{1}{2}[\cos\delta' + \cos\delta''][\cos t' - \cos(t' + \lambda')].$$

Werden die Klammerwerte aufgelöst, so folgt

$$tg\,\varphi = tg\,\tfrac{1}{2}(\delta'' + \delta')\cos\tfrac{1}{2}\lambda'\cos(t' + \tfrac{1}{2}\lambda')$$
$$+ \operatorname{cotg}\tfrac{1}{2}(\delta'' - \delta')\sin\tfrac{1}{2}\lambda'\sin(t' + \tfrac{1}{2}\lambda').$$

Führt man jetzt die aus bekannten Werten sich ergebenden Hilfsgrößen m', M' in der Form ein

$$m'\sin M' = \sin\tfrac{1}{2}\lambda'\operatorname{cotg}\tfrac{1}{2}(\delta'' - \delta')$$
$$m'\cos M' = \cos\tfrac{1}{2}\lambda'\,tg\,\tfrac{1}{2}(\delta'' + \delta'),$$

so ergibt sich

$$tg\,\varphi = m'\cos M'\cos(t' + \tfrac{1}{2}\lambda') + m'\sin M'\sin(t' + \tfrac{1}{2}\lambda')$$

oder zusammengezogen

70 a) $$tg\,\varphi = m'\cos[t' + (\tfrac{1}{2}\lambda' - M')].$$

Entsprechend erhält man aus der Subtraktion der ersten und dritten von den Gleichungen 69) und nach Einführung der Hilfsgrößen m'', M'' in der Form

$$m''\sin M'' = \sin\tfrac{1}{2}\lambda''\operatorname{cotg}\tfrac{1}{2}(\delta''' - \delta')$$
$$m''\cos M'' = \cos\tfrac{1}{2}\lambda''\,tg\,\tfrac{1}{2}(\delta''' + \delta')$$

die zweite Bestimmungsgleichung für φ und t', nämlich

70 b) $$tg\,\varphi = m''\cos[t' + (\tfrac{1}{2}\lambda'' - M'')].$$

Die Ermittelung von φ aus den Formeln 70 a) und 70 b) macht keine Schwierigkeit, dagegen muß zur Auswertung der zweiten Unbekannten t' noch eine zweckmäßige trigonometrische Umformung jener beiden Gleichungen erfolgen. Setzt man hierzu

$$N' = \tfrac{1}{2}\lambda' - M' \qquad N'' = \tfrac{1}{2}\lambda'' - M'' \qquad \Bigg| \quad \frac{1}{tg\,\varphi} = b,$$

so ergeben sich aus 70 a) und 70 b) die Relationen

$$b\cos(t' + N') = \frac{1}{m'}$$
$$b\cos(t' + N'') = \frac{1}{m''}.$$

Dividiert man jetzt die letzten beiden Gleichungen durcheinander, führt die Hilfsgröße $tg\,\eta = \frac{m'}{m''}$ ein und formt trigonometrisch um, so erhält man zur Bestimmung von t' den Ausdruck

71) $$tg[t' + \tfrac{1}{2}(N' + N'')] = tg[45^0 - \eta]\operatorname{cotg}\tfrac{1}{2}(N'' - N').$$

Ist hiernach aus den durch bekannte Werte gebildeten Hilfsgrößen N', N'', η der Stundenwinkel des ersten Sternes t' (östlich —, westlich +) gefunden, so folgt die gesuchte zugehörige Uhrkorrektion nach der Definitionsgleichung

$$\varDelta U' = \left(\alpha' + \frac{t'}{15}\right) - U'.$$

Durch Einsetzen von t' in eine der Gleichungen 70) ergibt sich dann unmittelbar auch die gesuchte Breite φ, wobei die beiden Werte von φ sich gegenseitig kontrollieren.

Endlich erlaubt diese Methode von Gauss, welche zur gleichzeitigen Ermittelung von Breite und Uhrkorrektion die genaueste und zweckmäßigste ist, auch den Zenitpunktsfehler am Universal oder den Indexfehler am Libellenquadranten zu bestimmen, wenn an jenen Instrumenten zugleich die den drei beobachteten Sternen entsprechende identische Ablesung des Höhenkreises ausgeführt ist. Setzt man nämlich die für t' und φ ermittelten Werte in die erste der Gleichungen 69) und subtrahiert von z den Refraktionsbetrag, so erhält man die berechnete scheinbare Zenitdistanz, aus deren Vergleichung mit dem entsprechenden beobachteten Werte der Zenitpunktsfehler am Universal oder die Indexkorrektion am Libellenquadranten folgt.

Bei der praktischen Durchführung dieses theoretisch ebenso einfachen wie eleganten Verfahrens zur gleichzeitigen Ermittelung von Breite und Zeit aus den Uhrangaben, zu welchen drei Sterne die gleiche Zenitdistanz erreichen, erheischt die Auswahl geeigneter Sterne einige vorbereitende Rechnungen und einfache Überlegungen.

Zunächst folgt ganz allgemein aus den Grundgleichungen 69) für $\cos z$, wenn man dieselben nach Breite, Zeit und Uhrkorrektion mit geeigneter Transformation und nach Einführung des Azimuts differenziert, daß die drei Sterne im Azimut möglichst weit — am besten 120^0 — voneinander abstehen müssen und daß die Zeiten, zu welchen jene Sterne nahezu dieselbe Zenitdistanz erreichen, möglichst nahe beieinander liegen sollen. Auf diese Weise werden einmal die günstigsten Bedingungen für Ermittelung von Breite und Zeit erzielt und zweitens etwaige Unregelmäßigkeiten im Uhrgange nach Möglichkeit in ihrem Einflusse auf das Resultat eliminiert. Bei der Auswahl solcher

Sterne mit großen Azimut- und kleinen Uhrzeit-Unterschieden läßt sich mit Vorteil ein Himmelsglobus benutzen, wobei, abgesehen von ganz niedrigen äquatorialen Breiten (zwischen $\varphi = 0^0$ und $= \pm 15^0$), sowohl auf der nördlichen wie auf der südlichen Halbkugel der zugehörige Polarstern als Ausgangsstern gewählt werden kann. Alsdann braucht man nur noch zwei Sterne in der Nähe des ersten Vertikals aufzusuchen, welche miteinander und mit dem Polarstern zu bestimmten Zeiten dieselbe Zenitdistanz erreichen. Die Uhrzeiten, zu welchen die drei Sterne genau denselben Zenitabstand haben, müssen zur Vorbereitung der Beobachtungen bis auf mehrere Minuten im voraus berechnet werden mit Hilfe der früher (siehe S. 191) hergeleiteten Formel 52)

$$tg\,\frac{t}{2} = \sqrt{\frac{\sin(\sigma-\varphi)\sin(\sigma-\delta)}{\cos\sigma\cos(\sigma-z)}}, \quad \sigma = \frac{\varphi+\delta+z}{2},$$

wobei φ und z für alle drei Sterne dieselben Werte haben.

Beispiel zur Methode $5)_\varphi$, $3)_t$.

Nach einer Sternzeit-Uhr, deren Gang $\Delta^2 U = 0$ angenommen werden konnte, wurden die Zeitmomente beobachtet, zu welchen die drei Sterne α Andromedae, α Ursae minoris und α Lyrae die gleiche Zenitdistanz von $37^0\,20'\,5''$ erreichten [1].

α Andromedae		α Ursae minoris		α Lyrae	
$\alpha' =$	$23^h\,58^m\,33^s{,}3$,	$\alpha'' =$	$0^h\,55^m\,4^s{,}7$	$\alpha''' =$	$18^h\,30^m\,29^s{,}0$
$\delta' =$	$+28^0\,2'\,14''{,}8$,	$\delta'' =$	$+88^0\,17'\,5''{,}7$,	$\delta''' =$	$+38^0\,37'\,6''{,}6$
$U' =$	$21^h\,33^m\,26^s{,}0$,	$U'' =$	$21^h\,47^m\,30^s{,}0$,	$U''' =$	$22^h\,5^m\,21^s{,}0$

$U'' - U' =$	$0^h\,14^m\,4^s{,}0$	$U''' - U'' =$	$17^m\,51^s{,}0$
$\alpha'' - \alpha' =$	$0^h\,56^m\,31^s{,}4$	$\alpha''' - \alpha'' =$	$-\,6^h\,24^m\,35^s{,}7$

λ'	$= -\,0^h\,42^m\,27^s{,}4$	λ''	$= +\,6^h\,42^m\,26^s{,}7$
$\frac{1}{2}\lambda'$	$= -\,5^0\,18'\,25''{,}3$	$\frac{1}{2}\lambda''$	$= 44^0\,59'\,55''{,}3$
$\frac{1}{2}(\delta''-\delta')$	$= 30\;\;7\;\;25{,}4$	$\frac{1}{2}(\delta'''-\delta'')$	$= 5\;\;17\;\;25{,}9$
$\frac{1}{2}(\delta''+\delta')$	$= 58\;\;9\;\;40{,}3$	$\frac{1}{2}(\delta'''+\delta'')$	$= 33\;\;19\;\;40{,}7$
$lg\,cotg\,\frac{1}{2}(\delta''-\delta')$	$= 0{,}236\,397$	$lg\,cotg\,\frac{1}{2}(\delta'''-\delta'')$	$= 1{,}033\,387$
$lg\,sin\,\frac{1}{2}\lambda'$	$= 8{,}966\,107_n$	$lg\,sin\,\frac{1}{2}\lambda''$	$= 9{,}849\,475$
$lg\,m'\,sin\,M'$	$= 9{,}202\,504_n$	$lg\,m''\,sin\,M''$	$= 0{,}882\,862$

[1]) Dieses Zahlenbeispiel, gehörig zu 1808, August 27, ist den Werken von Gauss entnommen.

$lg\,tg\,\frac{1}{2}(\delta''+\delta')$	$= 0{,}206\,933$	$lg\,tg\,\frac{1}{2}(\delta'''+\delta'')$	$= 9{,}817\,946$
$lg\cos\frac{1}{2}\lambda'$	$= 9{,}998\,134$	$lg\cos\frac{1}{2}\lambda''$	$= 9{,}849\,495$
$lg\,m'\cos M'$	$= 0{,}205\,067$	$lg\,m''\cos M''$	$= 9{,}667\,441$
$lg\,tg\,M'$	$= 8{,}997\,437_n$	$lg\,tg\,M''$	$= 1{,}215\,421$
$lg\cos M'$	$= 9{,}997\,864$	$lg\sin M''$	$= 9{,}999\,196$
$lg\,m'$	$= 0{,}207\,203$	$lg\,m''$	$= 0{,}883\,666$

$$M' = -5^0\,40'\,38{,}0'' \qquad M'' = 86^0\,30'\,55{,}1''$$

$$\tfrac{1}{2}\lambda' - M' = N' = +0\;22\;12{,}7, \quad \tfrac{1}{2}\lambda'' - M'' = N'' = -41\;30\;59{,}8$$

$$lg\,\frac{m'}{m''} = lg\,tg\,\eta = 9{,}323\,537$$

$$\eta = 11^0\,53'\,41'',3$$

$45^0 - \eta$	$= 33^0\,6'\,18'',7$	$\frac{1}{2}(N''-N') = -20^0\,56'\,36{,}2''$	
$lg\,tg\,(45^0-\eta)$	$= 9{,}814\,262$	$\frac{1}{2}(N''+N') = -20\;34\;23{,}6$	
$lg\,cotg\,\frac{1}{2}(N''-N')$	$= 0{,}417\,106_n$		
$lg\,tg\,[t'+\frac{1}{2}(N''+N')]$	$= 0{,}231\,368_n$		
$t'+\frac{1}{2}(N''+N')$	$= -59^0\,35'\,14{,}7''$		
$\frac{1}{2}(N''+N')$	$= -20\;34\;23{,}6$		
t'	$= -39\;\;0\;51{,}1$	$\frac{t'}{15}$	$= -2^h\,36^m\,3{,}4^s$
		α'	$= 23\;58\;33{,}3$
		$\alpha' + \frac{t'}{15}$	$= 21\;22\;29{,}9$
		U'	$= 21\;33\;26{,}0$
		$\varDelta U'$	$= -\;10^m\,56^s{,}1$

Durch Einsetzen dieser Uhrkorrektion oder vielmehr des Stundenwinkels t' in die Breitengleichungen 70a) und 70b) findet man:

t'	$= -\;39^0\;\;0'\,51{,}1''$	t'	$= -\;39^0\;\;0'\,51{,}1''$
$\frac{1}{2}(\lambda'-M')$	$= +\;\;0\;22\;12{,}7$	$\frac{1}{2}(\lambda''-M'')$	$= -\;41\;30\;59{,}8$
$t'+N'$	$= -\;38\;38\;38{,}4$	$t''+N''$	$= -\;80\;31\;50{,}9$
$lg\cos(t'+N')$	$= 9{,}892\,674$	$lg\cos(t''+N'')$	$= 9{,}216\,211$
$lg\,m'$	$= 0{,}207\,203$	$lg\,m''$	$= 0{,}883\,666$
$lg\,tg\,\varphi$	$= 0{,}099\,877$	$lg\,tg\,\varphi$	$= 0{,}099\,877$

$$\varphi = 51^0\,31'\,51'',5.$$

Wenn man nunmehr mit den aus der Ephemeride und der Beobachtung entnommenen Werten von δ', δ'', δ''', λ', λ'' und mit den aus obigen Rechnungen gefundenen Größen t', φ nach den Formeln 69) die wahre Zenitdistanz berechnet, so findet sich im Mittel $z = 37^\circ\, 22'\, 39''$. Zieht man hiervon den Betrag der Refraktion $= 43''$ ab, so erhält man die scheinbare Zenitdistanz $z' = 37^\circ 21' 56''$, und da die am Instrument abgelesene Zenitdistanz $(z) = 37^\circ 20' 5''$ war, so ergibt sich der Zenitpunkts- bzw. Indexfehler $\varDelta Z$ zu $+1' 51''$.

Längenbestimmungen.

Der Längenunterschied zweier Orte auf der Erdoberfläche ist, wie im ersten Teil (s. S. 24) näher erörtert wurde, identisch mit dem Winkel, welchen die Meridiane dieser Orte an den Polen miteinander bilden, d. h. auch gleich dem Unterschiede der Ortszeiten an beiden Beobachtungspunkten, bezogen auf dasselbe absolute Moment. Bezeichnet man die in demselben Augenblick an beiden Orten ermittelten Uhrzeiten mit U_o und U_w, die zugehörigen Uhrkorrektionen gegen richtige Ortszeit mit $\varDelta U_o$ und $\varDelta U_w$, endlich den Längenunterschied beider Orte mit $\lambda_{o,w}$, so gilt, wenn die Längen von Westen nach Osten, also im Sinne der Erdrotation positiv gezählt werden, der folgende Ausdruck:

$$\lambda_{o,w} = (U_o + \varDelta U_o) - (U_w + \varDelta U_w)$$

oder

$$\lambda_{o,w} = (U_o - U_w) + (\varDelta U_o - \varDelta U_w). \qquad 72)$$

Diese, allgemein für jede Längenermittelung zwischen zwei Orten geltende Gleichung lehrt einerseits, daß zur Ermittelung von Stand und Gang der Uhr an jedem Beobachtungsorte möglichst genaue Zeitbestimmungen vorliegen müssen $(\varDelta U_o - \varDelta U_w)$, andererseits, daß für dasselbe absolute Moment eine scharfe Bestimmung des Unterschiedes der Ortszeiten erfolgen muß $(U_o - U_w)$.

Führt man in die Gleichung 72) einen bestimmten ersten Meridian, z. B. Greenwich, an die Stelle von $U_o + \varDelta U_o$ ein, so werden direkt Längenunterschiede gegen einen in den astro-

nomischen Ephemeriden (N. A., N. E. und N. J.) festgelegten Anfangsmeridian ermittelt. Hierbei muß man bedenken, wie auch schon im ersten Teil erörtert wurde, daß die tägliche Drehung der Himmelskugel, ein Gegenbild der Erdrotation, von Osten nach Westen vor sich geht. Ein Ort, dessen Zeit in einem bestimmten Augenblicke hinter derjenigen von Greenwich zurück ist, wo die Uhr frühere als Greenwicher Zeit zeigt, wird also westlich vom Anfangsmeridian liegen, östlich von Greenwich dagegen befinden sich diejenigen Beobachtungspunkte, an welchen die Zeiten denjenigen von Greenwich voraus sind.

Jede Längenermittelung zerfällt, wie die obige Gleichung 72) zeigt, in eine Zeitbestimmung und in eine Ermittelung des Uhrzeiten-Unterschiedes. Die Methoden zur Zeitbestimmung sind bereits im vorangehenden (s. S. 187 bis 206) eingehend erörtert worden; es kommt daher an dieser Stelle nur darauf an, die verschiedenen Mittel und Wege zur Auffindung des Unterschiedes der Ortszeiten kennen zu lernen.

Im allgemeinen lassen sich, wenn man Klassifikationen zum Zwecke besserer Übersicht verwenden will, die verschiedenen Methoden der Längenbestimmung in drei Hauptgruppen sondern. Einmal Längenermittelungen mit Hilfe von cölestischen oder terrestrischen Signalen (Methode der indirekten Zeitübertragung), zweitens solche durch Zeitübertragungen mit Chronometern (Methode der direkten Zeitübertragung) und drittens Längenbestimmungen durch Ausnutzung von Bewegungen und Stellungen des Mondes (Mondmethoden).

Da die Ermittelung guter Längen im Gegensatz zu den viel allgemeiner durchgeführten Breiten- und Zeitbestimmungen immer noch als Schmerzenskind der geographischen Ortsbestimmung auf Reisen gelten kann und auf vielfache, wenn auch meist imaginäre Schwierigkeiten stößt, soll zunächst ein allgemeiner Überblick über alle wichtigeren Methoden zur Längenbestimmung gegeben werden, welche zu den drei oben genannten Klassen (indirekte oder direkte Zeitübertragungen und Mondmethoden) gehören. Um jedoch die Durchführung der praktischen Anwendung möglichst übersichtlich und einfach zu gestalten, sollen ausführlich und im einzelnen nur drei Methoden (zu jeder Klasse je eine gehörig) erörtert werden, welche die wichtigsten und ganz allgemein

anwendbaren auf Reisen darstellen dürften, nämlich 1) Längenbestimmungen aus Sternbedeckungen durch den Mond, 2) Längenbestimmungen aus Mondhöhen und 3) Zeitübertragungen mittels Chronometer.

Allgemeine Betrachtungen.

a) Längenbestimmungen mit cölestischen und terrestrischen Signalen. (Indirekte Methoden.)

Zur Ermittelung des Ortszeiten-Unterschiedes in demselben absoluten Moment lassen sich zunächst solche gelegentliche Erscheinungen am Himmel verwenden, wie Mondfinsternisse und Verfinsterungen der Jupitertrabanten, welche überall auf der Erde, wo sie überhaupt sichtbar sind, auch in demselben Augenblicke gesehen werden. Da sowohl beim Einlaufen des Mondes in den Erdschatten als auch beim Eintritt der Jupitertrabanten in den Schattenkegel jenes Riesenplaneten das Sonnenlicht den betreffenden Satelliten wirklich entzogen wird, und da die beim Durchlaufen des Erdhalbmessers verfließende Lichtzeit weit unterhalb der bei Längenbestimmungen dieser Art übrig bleibenden Beobachtungsfehler liegt, werden Anfang und Ende solcher Verfinsterungen an allen Erdorten praktisch im gleichen Moment beobachtet. Da ferner die Greenwicher Zeiten für Anfang und Ende solcher Verfinsterungen in den astronomischen Ephemeriden gegeben sind, findet man aus der Vergleichung derselben mit den am Beobachtungsorte gemessenen Zeiten unmittelbar den Längenunterschied des letzteren gegen den Anfangsmeridian. Allerdings sind derartige Wahrnehmungen cölestischer Signale nur von sehr geringer Genauigkeit, weil die durch Übergänge vom Halb- und Kernschatten entstehenden Schattenbegrenzungen bei Verfinsterungen des Mondes und der Jupitertrabanten ziemlich verwaschen herauskommen.

Viel genauer lassen sich in derselben Art zur Längenbestimmung andere plötzliche Phänomene am Himmel verwenden, welche zwar nicht für alle Erdorte gleichzeitig eintreffen, aber unschwer auf dasselbe Zeitmoment reduziert werden können. Solche Erscheinungen entstehen, wenn der Mond entweder Fixsterne und Planeten oder die Sonne bedeckt, also infolge von Stern-

bedeckungen oder Sonnenfinsternissen. Beide Phänomene können mit großer Schärfe beobachtet und wegen ihrer zugleich für weite Erdgebiete geltenden Sichtbarkeit zur Ermittelung von Längenunterschieden auch sehr entfernter Orte dienen. Da der bei diesen Phänomenen die Hauptrolle spielende Mond infolge seines relativ geringen Erdabstandes (im Mittel 380000 km) eine sehr beträchtliche Parallaxe (s. S. 61) hat, müssen an die Beobachtungen solcher Stern- und Sonnenbedeckungen für verschiedene Erdorte gewisse parallaktische Korrektionen angebracht werden, um jene cölestischen Signale als vom Erdzentrum aus beobachtet, also für alle Orte gleichzeitig, erscheinen zu lassen.

Soviel über Längenbestimmungen mittels cölestischer Signale, von denen im folgenden (s. S. 252) das genaueste und für Reisezwecke vielseitigste Verfahren dieser Art, die Beobachtung von Sternbedeckungen durch den Mond, unter 1)λ noch ganz ausführlich besprochen werden soll.

Nunmehr müssen bei diesem kurz orientierenden Überblicke auch diejenigen Längenbestimmungen erwähnt werden, welche auf der Wahrnehmung irdischer oder künstlicher Signale beruhen. Liegen die Orte, deren Längenunterschied zu ermitteln ist, nahe, etwa bis 75 km im Maximum, beieinander, so lassen sich von einer Zwischenstation aus am Tage Sonnenlichtsignale mit Hilfe des von Gauss erfundenen spiegelnden Heliotrops zur gleichzeitigen Wahrnehmung an beiden Orten verwenden. Im Dunkel der Nacht benutzt man zweckmäßig sogenannte Blickfeuer, welche durch Entzünden von Schießpulver hergestellt werden. Selbstverständlich müssen auf beiden Endstationen nicht nur jene Signale scharf nach der Uhr beobachtet werden, sondern es müssen, wie bei allen Methoden der Längenbestimmung, stets auch Stand und Gang der Beobachtungsuhren auf Grund besonderer Zeitbestimmungen bekannt sein.

Diese eben kurz besprochene Signalmethode war früher, ehe elektrische Telegraphenlinien die Erde umspannten, die allgemein mit Vorteil verwendete. Bald nach Erfindung des elektrischen Telegraphen wurden zuerst in Nordamerika telegraphische Signale auf dem Morseapparat, welche an Entfernungen auf der Erde, soweit Telegraphenleitungen vorhanden, überhaupt nicht gebunden sind, zur Längenbestimmung benutzt. Dieses elektrische

Verfahren mit Zuhilfenahme von selbstaufzeichnenden Chronographen bildete sich allmählich zur einfachsten und weitaus genauesten Methode der Längenermittelung heraus. Da dieselbe jedoch fast ausschließlich auf Sternwarten und geodätischen Stationen, äußerst selten auf Expeditionen Verwendung findet, soll hier nur kurz das Wesen jener Methode besprochen werden [1]). Jede telegraphische Längenbestimmung zerfällt naturgemäß nach Maßgabe der Gleichung 72) in zwei Teile, in eine möglichst scharfe Zeitbestimmung auf beiden Stationen und in die Vergleichung der beiderseitigen Uhren auf elektromagnetischem Wege. Die Differenz der Uhrkorrektionen $\Delta U_o - \Delta U_w$, bezogen auf dasselbe Moment, wird durch Zeitbestimmungen mittels identischer Sterne gefunden, welche auf beiden Stationen nach der elektrischen Registriermethode (s. Teil III, S. 114) auszuführen sind. Der Unterschied der Uhrzeiten, für denselben Augenblick geltend, wird am zweckmäßigsten nach der sogenannten Signalmethode bestimmt, indem die Uhren beider Stationen unmittelbar telegraphisch verglichen werden. Hierbei empfiehlt es sich, jeden Signalwechsel durch zwei vollständige Zeitbestimmungen zu umschließen und auf beiden Stationen möglichst gleichartige astronomische Instrumente zu verwenden. Ferner ist eine Anzahl von Hilfsapparaten, wie Chronograph, Signaltaster zur Beobachtung und Rheostat, Relais, Tangentenbussole zur Regulierung und Bestimmung der Stromstärke, notwendig, was die Anwendung der telegraphischen Längenbestimmung auf Reisen beträchtlich erschwert [2]). Endlich müssen bei dieser differentiellen, gleichzeitig an zwei Orten auszuführenden Methode noch die sogenannten persönlichen Gleichungen zwischen den Beobachtern auf beiden Stationen und die sogenannten Stromzeitfehler untersucht oder eliminiert werden. Die persönliche Gleichung, welche den physiologischen Unterschied in der Auffassung derselben Erscheinung für zwei

---

[1]) Für alle Einzelheiten der telegraphischen Längenbestimmung sei auf die Formeln und Hilfstafeln für geographische Ortsbestimmung von Albrecht (3. Aufl.), S. 98 bis 112 verwiesen.

[2]) In neuester Zeit sind Versuche von Th. Albrecht gemacht worden, um mittels drahtloser Telegraphie telegraphische Längenbestimmungen zwischen weit entfernten Orten auszuführen. Wenn dieselben, woran schon jetzt nicht mehr zu zweifeln ist, erfolgreich ausfallen, wird die Anwendungsfähigkeit dieser Methode auch für Expeditionen eine erheblich größere werden.

Beobachter darstellt, läßt sich entweder durch Vergleichung der Messungen beider Beobachter an demselben Instrument bestimmen oder durch einen Wechsel der Beobachter auf beiden Stationen eliminieren; der in der Regel nur wenige Zehntel Zeitsekunden ausmachende Betrag dieser Fehlerquelle kann außerdem durch Anwendung eines Repsoldschen Registriermikrometers am Okular auf ein Minimum gebracht werden. Die im allgemeinen, selbst für entferntere Orte unter ein Zehntel Zeitsekunde betragende Stromzeit, welche die Trägheit der galvanischen Apparate einschließt, läßt sich aus der Differenz der an beiden Stationen getrennt gefundenen Längenbestimmungen L_o und L_w ermitteln oder aus dem arithmetischen Mittel beider eliminieren.

b) Längenbestimmung durch Benutzung der Bewegungen und Stellungen des Mondes (Mondmethoden).

Die schnelle Bewegung des Mondes und seine bequeme, für weite Strecken der Erdoberfläche ausgedehnte Beobachtung gewähren willkommene und auf Reisen zweckentsprechende Hilfsmittel für ziemlich genaue Längenbestimmungen gegen einen gewissen Anfangsmeridian. Von den drei verschiedenen Methoden der Längenbestimmung aus Mondbeobachtungen, nämlich mittels Messungen von Monddistanzen, Mondkulminationen und Mondhöhen, soll die dritte, ziemlich allgemeiner Anwendung auf Reisen fähige ausführlich unter $2)_\lambda$ behandelt werden; die beiden anderen dagegen sollen hier nur ihrem Wesen nach kurz zur Skizzierung gelangen.

Die Längenbestimmung aus Monddistanzen beruht auf Folgendem: Bei der schnellen Bewegung des Mondes ändert sich sein Abstand von anderen Gestirnen an der scheinbaren Himmelskugel ziemlich rasch. Es sind deshalb in den Astronomisch-nautischen Ephemeriden und im Nautischen Jahrbuche (s. Teil II) die Distanzen des Mondes von der Sonne, von den vier großen Planeten Venus, Mars, Jupiter und Saturn, sowie von neun hellen Fixsternen, den sogenannten Mondsternen, angegeben. Diese für den betreffenden Ephemeriden-Meridian (Greenwich) gültigen und in Intervallen von je drei Stunden tabulierten Monddistanzen sind so gerechnet, wie sie vom Erdmittelpunkte aus erscheinen würden.

Wird nun an einem bestimmten Orte die Distanz des Mondes von einem in der Ephemeride bezeichneten Gestirn zu einer bestimmten Zeit gemessen und für Refraktion nebst Parallaxe verbessert, so erhält man die sogenannte wahre, auf die Visur vom Erdzentrum aus bezogene Distanz. Jener wahren Monddistanz entspricht eine bestimmte Zeit des Nullmeridians, welche sich aus den in der Ephemeride gegebenen Daten finden läßt. Vergleicht man nun die letztere mit der bei Messung der Monddistanz beobachteten richtigen Ortszeit, so ergibt sich unmittelbar der Längenunterschied des Beobachtungsortes gegen denjenigen Anfangsmeridian, für welchen die Ephemeride gilt. Natürlich ist auch hierbei eine scharfe und gesonderte Bestimmung der Uhrkorrektion notwendig.

Da die visuelle Messung von Monddistanzen nur mit Reflexionsinstrumenten ausgeführt werden kann und keine rechnerischen Vorbereitungen nötig macht, ist diese Methode der Längenbestimmung in erster Linie für die Schiffahrt von Bedeutung. Die Berechnung der beobachteten Monddistanzen ist allerdings ziemlich langwierig und umständlich, trotz zahlreicher Versuche, die Reduktionen abzukürzen und zu vereinfachen [1]).

Im historischen Interesse sei erwähnt, daß die Methode der Monddistanzen zu Beginn des 16. Jahrhunderts von dem deutschen Astronomen Werner aus Nürnberg zuerst vorgeschlagen wurde. Im 18. Jahrhundert haben dann Lacaille und Mascelyne dieses Verfahren in die nautische Astronomie eingeführt, und zu derselben Zeit machte der deutsche Forscher Niebuhr auf seiner arabischen Reise den ersten Gebrauch von jener Methode am Lande. Neuerdings ist es auf Grund der Vorarbeiten von Schlichter und Hills besonders Koppe gelungen, dieser Methode der Längenbestimmung eine bequemere und genauere Lösung mittels der Photographie am Phototheodoliten zu verschaffen. Während die visuelle Beobachtung der Monddistanzen an Reflexionsinstrumenten die Länge bis auf mehrere Zeitsekunden sicher ergibt, läßt sich am photographischen Universal [2])

[1]) Sehr elegante genäherte und genauere Methoden zur Berechnung der Monddistanzen finden sich in Chauvenet, Manual of spherical and practical astronomy (1896), p. 395—420.

[2]) Vgl. Teil III, S. 176.

mit derselben Methode unschwer die einzelne Zeitsekunde erreichen.

Eine zweite Art der Längenermittelung durch Ausnutzung der Mondbewegung besteht in der Methode der Beobachtung von Mondkulminationen. Die Umlaufszeit des Mondes um die Erde mit Bezug auf die Fixsterne oder der sogenannte siderische Monat beträgt etwas über 27 mittlere Tage. Daher ändert sich die Rektaszension des Mondes täglich um $\frac{360^\circ}{27}$, also um etwa 13° und stündlich um ungefähr 33′. Beobachtet man deshalb an zwei Orten für denselben Tag die Rektaszensionen des Mondes zur Zeit seiner Kulmination, so erhält man $\alpha_☽$ je nach der Längendifferenz verschieden. Da diese Rektaszensionsänderung unseres Satelliten aus den Mondtafeln der astronomischen Ephemeriden bekannt ist, kann man unmittelbar aus der Differenz der beobachteten Rektaszensionen auch den Längenunterschied der beiden Beobachtungsorte ableiten.

Sind die Mondkulminationen nur an einem Orte beobachtet, so kann auch dessen Längenunterschied gegen den Anfangsmeridian, z. B. Greenwich, gefunden werden. Alsdann tritt an Stelle der zweiten korrespondierenden Beobachtung die in der Ephemeride für den Anfangsmeridian gemachte rechnerische Angabe der Mondkulmination, welche allerdings noch mit kleinen Fehlern der Mondtheorie behaftet ist.

Diese Methode der Längenbestimmung erfordert ein möglichst scharf im Meridian des Beobachtungsortes justiertes Universal- oder Passageninstrument. An demselben werden nach Ausführung einer Zeitbestimmung Durchgänge des hellen Mondrandes in der Nähe der Kulmination durch die vertikalen Stundenfäden nach der Uhr gemessen. Die so gefundene Durchgangszeit des Mondrandes durch den Mittelfaden muß noch von der Einwirkung der drei Instrumentalfehler in Neigung, Kollimation und Azimut befreit werden, indem Meridiandurchgänge von Sternen zur Beobachtung gelangen, welche kurz vor und nach dem Mondrande kulminieren. Solche sogenannten Mondkulminationssterne mit Deklinationen und Rektaszensionen, die nur wenig von denjenigen des Mondes abweichen, finden sich in den astronomischen Ephemeriden, besonders im Nautical Almanac, neben den Mondörtern für jeden Tag zusammengestellt.

Diese Methode der Längenbestimmung aus Mondkulminationen, welche etwa die ganze Zeitsekunde im Resultat erreichen läßt, steht an Genauigkeit hinter der Beobachtung von Sternbedeckungen (s. S. 252, Methode 1_λ) und hinter den Chronometerübertragungen (s. S. 288, Methode 3_λ) im allgemeinen etwas zurück; außerdem wird sie hinsichtlich der Einfachheit und Durchsichtigkeit von der Längenbestimmung aus Mondhöhen, welche im folgenden ausführlich erörtert werden soll (s. S. 274, Methode 2_λ), nicht unwesentlich übertroffen [1]).

c) Längenbestimmung mit Zeitübertragung durch Chronometer (direkte Methode).

Während die soeben kurz besprochenen indirekten und Mondmethoden zur Längenbestimmung, mit Ausnahme des telegraphischen Signalverfahrens, mehr oder weniger absolute Längen gegen den Anfangsmeridian zu bestimmen erlauben, liefert die direkte Methode der Zeitübertragung mittels Chronometer nur relative Längendifferenzen der beiden Orte, zwischen welchen die Chronometer hin und her transportiert werden. Da jedoch dieses Verfahren zur direkten Ermittelung der Längendifferenz auf Reisen von Wichtigkeit ist, soll dasselbe ausführlich unter $3)_\lambda$ (s. S. 288) besprochen werden. —

Nunmehr mögen die drei schon genannten Methoden, welche je ein indirektes, ein direktes und ein Mondverfahren zur Längenermittelung darstellen und zur geographischen Orientierung in Länge auf Reisen wohl am meisten geeignet sein dürften, im einzelnen erörtert werden. Da die Methoden der Sternbedeckungen und der Mondhöhen für jeden Beobachtungsort unmittelbar Längen gegen einen bestimmten Anfangsmeridian, z. B. Greenwich, ergeben, die Methode der Zeitübertragung mittels Chronometer zwischen zwei Orten nur relative Längenunterschiede im Sinne von Anschlußbeobachtungen liefert, sollen erst die beiden, so zu sagen absoluten Formen und an dritter Stelle möge die relative Art der Längenermittelung besprochen werden.

---

[1]) Statt Mondkulminationen können in ähnlicher Weise auch Mond- und Sterndurchgänge in kleineren Abständen vom Meridian beobachtet werden; an Einfachheit der Rechnung und an Genauigkeit steht jedoch diese Methode der Mondazimute derjenigen der Kulminationen erheblich nach.

1)λ. Längenbestimmung aus Sternbedeckungen durch den Mond.

Die Methode der Längenbestimmung durch Beobachtungen von Sternbedeckungen bietet gerade für Forschungsreisende, welche topographische Landesaufnahmen ausführen, erhebliche Vorteile. Nächst der telegraphischen Längenermittelung (s. S. 247), welche für Expeditionen im allgemeinen nicht in Frage kommt, gewährt jene Methode die höchste Genauigkeit, da die geographische Länge des Beobachtungsortes durch die sorgfältige Messung schon einer passenden Sternbedeckung innerhalb der Zeitsekunde genau ermittelt werden kann. Ferner sind die Beobachtungen des Eintritts und Austritts von helleren Sternen am Mondrande besondes leicht ausführbar, und zu ihrer Wahrnehmung können Fernrohre jeder Art mit mäßiger Lichtstärke, selbst bessere Krimstecher verwendet werden. Endlich erfordern die Berechnungen von Sternbedeckungen eine nur geringe rechnerische Mühe, und die wesentlichen hierbei notwendigen Hilfsgrößen finden sich in den astronomischen Ephemeriden für jeden zur Bedeckung gelangenden helleren Fixstern, sowie für den betreffenden Beobachtungstag gültig berechnet vor. Allerdings wird man sich im allgemeinen nicht auf diejenigen Sternbedeckungen beschränken dürfen, welche die N. E. oder das N. J. in relativ geringer Zahl und mit genäherter Genauigkeit (s. Teil II, S. 67) angeben, sondern man muß auf die im Nautical Almanac (N. A.) sehr vollständig enthaltenen Elemente der Sternbedeckungen zurückgehen, um fast für jeden Beobachtungstag die Möglichkeit einer Längenbestimmung aus Sternbedeckungen zu haben.

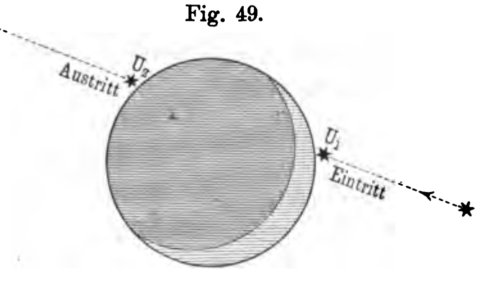
Wenn trotz des hohen Wertes dieser ebenso genauen wie expediten Methode die Längenermittelung aus Sternbedeckungen bisher noch nicht allgemein auf Reisen angewendet wurde, so lag dies in erster Linie wohl daran, daß der einfachen Beobachtung eine ziemlich umständliche, genäherte Vorausberechnung vorangehen mußte. Es gilt nämlich hierbei, stets die folgenden Daten festzustellen: erstens ob die betreffende Sternbedeckung überhaupt am Beobachtungspunkt sichtbar ist, zweitens zu welchen Ortszeiten, bis auf die Zeitminute genau, Ein- und Austritt des Sternes

am Mondrande für jenen Erdort stattfinden, und drittens, an welchen Stellen der Mondscheibe, bis auf einige Grade der Peripherie sicher, der Stern verschwinden oder wiedererscheinen wird.

Diese notwendigen Vorausberechnungen, besonders hinsichtlich des zweiten und dritten Punktes, bildeten bis vor kurzem ein Hindernis für die allgemeinere Anwendung der vorstehenden Längenmethode auf Reisen. Neuerdings sind jene Schwierigkeiten jedoch als überwunden zu betrachten, nachdem unter anderen Stechert im Archiv der Deutschen Seewarte (XIX. Jahrgang 1896, Nr. 3) unter dem Titel „Tafeln für die Vorausberechnungen der Sternbedeckungen" ein in rechnerischer wie graphischer Beziehung einfaches, kurzes und ausreichendes Näherungsverfahren gegeben hat. Mittels der daselbst tabulierten Hilfsgrößen lassen sich auf Grund nur dreistelliger logarithmischer Rechnungen die Kontaktmomente und die Positionswinkel für die Bedeckung eines Sternes durch den Mond schnell und übersichtlich ermitteln, worauf im folgenden (s. S. 262) noch näher eingegangen werden soll.

Zunächst soll die Methode der Längenbestimmung aus Sternbedeckungen selbst und erst im Anschluß daran auch das neuere Verfahren der Vorausberechnung ausführlich besprochen werden.

Fig. 49.



Sternbedeckung durch den Mond.

Im allgemeinen können alle Sterne, welche innerhalb der Breitenzone von $\pm\ 6^{\circ},65$[1]) um die Ebene der Ekliptik liegen, von der Erde aus gesehen, durch den Mond bedeckt werden. Infolge von Besonderheiten der Mondbahn vollziehen sich hierbei für Sterne an der Grenze jener Zone die Bedeckungen mehrmals in aufeinander folgenden Monaten, während Sterne dicht an der Ekliptik nur je einmal für den Zeitraum eines halben Umlaufes der Mondknoten, also in etwa 9,3 Jahren bedeckt werden.

---

[1]) Diese Grenzen der Zone für Sternbedeckungen durch den Mond erhält man durch Addition der Maximalwerte von Neigung der Mondbahn gegen die Ekliptik ($5^{\circ},35$), des Mondhalbmessers ($0^{\circ},28$) und der Horizontalparallaxe ($1^{\circ},02$) des Mondes.

Es sei nun mit Hilfe irgend eines brauchbaren astronomischen oder terrestrischen Fernrohrs und nach einem z. B. mittlere Zeit angebenden Chronometer, dessen Gang und Stand nach Zeitbestimmungen ermittelt ist, der Eintritt und Austritt eines bekannten, unter den Sternbedeckungen der Ephemeride aufgeführten Fixsternes zu den Momenten U_1 und U_2 an der Mondscheibe beobachtet (s. Fig. 49 a. v. S.).

Aus dem Astronomischen Jahrbuche sind die äquatorialen Koordinaten des Sternes α_*, δ_* und diejenigen des Mondes $\alpha_☽$, $\delta_☽$, sowie die Zunahme der Mondrektaszension und -deklination in einer Stunde mittlerer Zeit $d\alpha_☽$, $d\delta_☽$ gegeben; ferner sind bekannt die Uhrkorrektion ΔU, die geographische Breite φ und eine allerdings nur genäherte geographische Länge (λ) des Beobachtungsortes, dessen genaue Länge λ gesucht wird.

Nachdem man mit der genäherten Länge (λ) zunächst die Sternzeit im mittleren Ortsmittag interpoliert und damit die den mittleren Zeiten des Eintritts sowie Austritts $U_1 + \Delta U$, $U_2 + \Delta U$ entsprechenden Sternzeiten θ_1 und θ_2 berechnet hat, erhält man die zugehörigen Stundenwinkel des Sternes in Bogenmaß aus folgenden Relationen:

$$t_1 = 15(\theta_1 - \alpha_*)$$
$$t_2 = 15(\theta_2 - \alpha_*)$$

Da die Rechnungen für den Eintritt und Austritt genau nach den gleichen Formeln ausgeführt werden, sollen im folgenden zur Vereinfachung die Indices in Fortfall kommen und erst bei den Schlußformeln wieder aufgenommen werden.

Bei der Herleitung der Formeln für die Berechnung von Sternbedeckungen kommt es darauf an, das genaue Moment der Konjunktion von Mondmittelpunkt und Stern nach mittlerer Zeit des Anfangs- oder Ephemeridenmeridians (z. B. Greenwich) zu ermitteln. Zu diesem Zweck sucht man aus der Ephemeride die mittlere Zeit T_0 des Anfangsmeridians, für welche $\alpha_☽ = \alpha_*$ war, und interpoliert die zu T_0 gehörigen Mondwerte von $\delta_☽$, der Horizontalparallaxe $\pi_☽$ sowie der Größen $d\alpha_☽$, $d\delta_☽$.

Mittels dieser Werte werden alsdann folgende Hilfsgrößen berechnet:

$$\frac{\delta_☽ - \delta_*}{\pi_☽} = q_0, \quad \frac{d\delta_☽}{\pi_☽} = q' \quad \text{und} \quad \frac{d\alpha_☽ \cos\delta_☽}{\pi_☽} = p',$$

aus den letzteren ferner

$$\frac{p'}{q'} = Tg\,N, \quad \frac{p'}{\sin N} = \frac{q'}{\cos N} = n.$$

Bei Herleitung dieser fünf Hilfsgrößen (p', q_0, q', n, N) sollen die Werte $\delta_☾ - \delta_*$, $\pi_☾$, $d\delta_☾$, $d\alpha_☾$ in Bogensekunden ausgedrückt werden. Ferner muß bedacht werden, daß Winkel N stets in den ersten beiden Quadranten, also zwischen 0^0 und 180^0 liegt, endlich, daß die Größe n immer positiv herauskommt.

Beobachtet sind aber nicht die Momente der Konjunktion T_0, sondern die Zeiten, zu welchen der Stern am Mondrande ein- und austritt.

Wenn man nun die mittleren Zeiten des Anfangsmeridians herleiten will, welche nicht der Konjunktion von Mondzentrum und Stern, sondern dem Eintritt bzw. Austritt des letzteren an der Mondscheibe entsprechen und deren Vergleich mit den am Beobachtungspunkte ermittelten Ortszeiten unmittelbar die Länge des betreffenden Erdortes ergibt, so müssen an das obige T_0 noch gewisse Korrektionen angebracht werden, die folgendermaßen zu finden sind.

Es müssen die rechtwinkligen Koordinaten für den Anfangs- und Endpunkt der Sternbedeckung (Eintritt und Austritt des Sternes am Monde) hergeleitet werden, welche sich auf die durch Mond und Erdzentrum gehende Verbindungslinie als Achse und auf das Erdzentrum selbst als Anfangspunkt beziehen. Zur Ermittelung dieser Koordinaten x, y bedarf es außer dem Stundenwinkel t und der Deklination δ_* des Sternes noch der Kenntnis des Erdradius ϱ, sowie der geozentrischen oder verbesserten Breite φ', beide für den betreffenden Beobachtungsort gültig. Die Formeln für die rechtwinkligen Koordinaten derjenigen Punkte der Mondperipherie, an welchen Beginn und Ende der Sternbedeckung erfolgen, lauten nämlich

$$73)\qquad \begin{aligned} x &= (\varrho \cos \varphi') \sin t \\ y &= (\varrho \sin \varphi') \cos \delta - (\varrho \cos \varphi') \sin \delta \cos t. \end{aligned}$$

Da ϱ nur wenig von der Einheit abweicht und φ' nahezu gleich φ ist (s. S. 33), lassen sich die Werte $\varrho \cos \varphi'$ und $\varrho \sin \varphi'$ für die vorliegenden Zwecke genau genug aus den logarithmischen Relationen finden

$$\begin{aligned} lg\,(\varrho \cos \varphi') &= lg \cos \varphi + c \\ lg\,(\varrho \sin \varphi') &= lg \sin \varphi - s. \end{aligned}$$

Die hierbei als Korrektionsglieder auftretenden Größen c und s können unmittelbar mit Eingang der geographischen Breite aus der folgenden kleinen Tabelle entnommen werden:

φ	Korrektion c	Differenz	Korrektion s	Differenz
0°	0,000 00		0,002 90	
		4		5
10	0,000 04		0,002 85	
		13		12
20	0,000 17		0,002 73	
		19		19
30	0,000 36		0,002 54	
		24		24
40	0,000 60		0,002 30	
		25		25
50	0,000 85		0,002 05	
		24		24
60	0,001 09		0,001 81	
		19		19
70	0,001 28		0,001 62	
		13		13
80	0,001 41		0,001 49	
		4		4
90	0,001 45		0,001 45	

Aus den auf einfache Weise nach den obigen Formeln 73) herzuleitenden Koordinaten x, y und den früher bestimmten Hilfsgrößen q_0, N ermittelt man nunmehr die Hilfsgrößen

$$-\frac{x}{q_0 - y} = tg\,L, \qquad -\frac{x}{sin\,L} = \frac{q_0 - y}{cos\,L} = l,$$

ferner

$$\frac{l}{0{,}272\,54}\,sin\,(L - N) = cos\,\chi,$$

wo die nach neueren Monduntersuchungen (Kobold) ermittelte Konstante 0,272 54 (lg : 9,43543) nichts weiter bedeutet als den in Teilen des Halbmessers vom Erdäquator ausgedrückten entsprechenden Mondradius.

Bei Herleitung der Hilfsgrößen L, l und χ muß bedacht werden, daß χ in den ersten beiden Quadranten (0° bis 180°), L dagegen in solchen Quadranten liegen muß, daß $sin\,L$ mit $-x$ und $cos\,L$ mit $q_0 - y$ dasselbe Vorzeichen hat. Aus letzterer Bedingung folgt unmittelbar, daß l stets eine positive Größe bleibt.

Sind nun L, l, χ abgeleitet und nimmt man hierzu die früher bestimmten Hilfsgrößen N, n, so lassen sich endlich diejenigen Verbesserungen a, b finden, welche an die mittlere Zeit des

Anfangsmeridians T_0 für die Konjunktion von Mond und Stern anzubringen sind, um die entsprechenden mittleren Zeiten T_1, T_2 für Beginn und Ende der Sternbedeckung zu erhalten.

Man bildet hierzu in Stunden und Bruchteilen derselben ausgedrückt

$$\frac{l}{n} \cos(L - N) = a, \text{ sowie } \frac{0{,}272\,54}{n} \sin\chi = b$$

und findet alsdann die mittleren Zeiten des Anfangsmeridians T_1, T_2 für den Ein- bzw. Austritt des Sternes an der Mondscheibe aus folgenden Relationen, welche für nördliche und südliche Breiten auf der Erde gelten

$$\begin{aligned} T_1 &= T_0 - a - b \\ T_2 &= T_0 - a + b. \end{aligned} \tag{74}$$

Eine Vergleichung dieser Nullmeridianzeiten mit den für Anfang und Ende der Sternbedeckung beobachteten und gemäß dem Uhrgange auf dieselbe Epoche reduzierten Ortszeiten ergibt schließlich die Länge des Beobachtungsortes nach den einander kontrollierenden Formeln

$$\begin{aligned} \lambda &= U_1 + \Delta U - T_1 \\ \lambda &= U_2 + \Delta U - T_2. \end{aligned} \tag{75}$$

Ging die Beobachtungsuhr nicht, wie oben angenommen, nach mittlerer, sondern nach Sternzeit, so folgen nach Anbringung der für Gang korrigierten Uhrkorrektionen unmittelbar die zur Berechnung der Stundenwinkel (s. S. 254) dienenden Größen θ_1, θ_2, welche zum Schluß für die Auswertung der Länge λ wieder in mittlere Zeiten verwandelt werden müssen.

Diese, soeben in allen Einzelheiten erörterte Berechnung der geographischen Länge eines Beobachtungsortes aus Sternbedeckungen wird, wie schon früher erwähnt, dadurch erleichtert, daß einige der in obigen Formeln vorkommenden Hilfsgrößen in den verschiedenen astronomischen Ephemeriden, welche Verzeichnisse der helleren, durch den Mond bedeckten Fixsterne enthalten, zugleich für die einzelnen Sterne und Beobachtungstage tabuliert sind. So gibt z. B. das Berliner „Nautische Jahrbuch“ in den Tafeln „Sternbedeckungen“ für jeden daselbst aufgeführten Stern außer den äquatorialen Koordinaten α, δ noch die Größen T_0 unter der Bezeichnung „mittlere Greenwicher Zeit der Konjunktion in gerader Aufsteigung“, ferner die Hilfswerte q, $lg\,n$ und N.

Die österreichischen „Astronomisch-Nautischen Ephemeriden“ bringen außer den äquatorialen Sternkoordinaten α, δ noch die Hilfsgrößen T_0 (Greenwich), $lg\,n$, N, p, q' und q_0. Das Berliner astronomische Jahrbuch, welches eine größere Zahl vom Mond bedeckter Sterne gibt, bringt unter der Überschrift „Elemente der Sternbedeckungen“ zunächst auch das Moment T_0 der Konjunktion in α, allerdings in mittlerer Berliner Zeit und ferner noch die Hilfsgrößen p', q und q'.

In den französischen Ephemeriden der „Connaissance des Temps“ und vor allem endlich im Nautical Almanac findet sich die größte Zahl von Sternen, welche vom Monde bedeckt werden; erstere bringen im Abschnitt „Occultations“ außer α, δ und T_0 (für Pariser mittlere Zeit) noch die Hilfsgrößen $lg\,n$, N, p', q' und q_0, der Nautical Almanac dagegen gibt unter „Elements of Occultations“ außer α, δ und T_0 (Greenwich mean time of conjunction) noch die Rektaszensions- und Deklinationsdifferenzen zwischen Mond und Sternen, die Hilfsgrößen q_0, p', q', sowie auch die Breitengrenzen für die Sichtbarkeit der Sternbedeckung.

Im allgemeinen werden also, besonders wenn es sich nur um genäherte Orientierungen in Länge oder etwa um vorläufige Reduktionen der Sternbedeckungen hellerer Fixsterne auf Reisen handelt, die Astronomisch-nautischen Ephemeriden oder das nautische Jahrbuch ausreichen. Zum Zwecke genauerer Berechnungen müssen dagegen die Sternbedeckungstafeln und für die Anordnung der Beobachtungen die schon wegen ihrer Reichhaltigkeit viel brauchbareren „Elements of Occultations“ im Nautical Almanac zur Verwendung kommen.

Hinsichtlich der Berechnung von Sternbedeckungen sei ganz allgemein noch auf die folgenden Gesichtspunkte aufmerksam gemacht, welche einmal auf die in den Rechnungen nach obigen Formeln angenommene genäherte Länge (λ) sich beziehen und zweitens die den Mondephemeriden zugrunde liegende Bewegung unseres Satelliten betreffen.

Sollte die in erster Näherung zur Ermittelung der Ortssternzeiten (s. S. 254) etwa aus Karten als bekannt vorausgesetzte Länge (λ) von dem berechneten λ allzu stark, vielleicht um mehrere Zeitminuten abweichen, so muß die Rechnung nach den obigen Formeln unter Annahme der berechneten Länge als zweite

Näherung wiederholt werden. Dies wird im allgemeinen selten der Fall sein.

In allen Fällen aber muß die definitive Reduktion der auf Expeditionen zur Bestimmung von Längen beobachteten Sternbedeckungen behufs Erzielung größtmöglicher Genauigkeit der Resultate unter Hinzuziehung eines Fachastronomen bewirkt werden, welchem die neueren, auf Sternwarten gemessenen Mondörter und zugleich die daselbst etwa beobachteten Sternbedeckungen zugänglich sind. Die genaue Darstellung der Bahnbewegung unseres relativ nahen Satelliten bildet noch immer durch die von der Sonne und den großen Planeten verursachten Mondstörungen einen etwas wunden Punkt in der Himmelsmechanik. Es ist deshalb notwendig, die in den Mondephemeriden auf theoretischer Grundlage berechneten und nicht immer ganz genauen Mondörter durch Benutzung gleichzeitiger, auf festen Sternwarten beobachteter Positionen unseres Satelliten zu verbessern.

Noch wesentlicher wird die Sicherheit einer Längenbestimmung aus Sternbedeckungen verstärkt, wenn das betreffende, auf Reisen wahrgenommene Phänomen zugleich etwa auch auf einer festen Sternwarte beobachtet worden ist. Alsdann läßt sich aus solchen korrespondierenden Messungen, unter möglichster Eliminierung der Mondörter, die Länge der Station, auf welcher die identische Sternbedeckung gleichzeitig wie auf der Sternwarte beobachtet wurde, gegen letztere viel genauer bestimmen.

Nachdem somit die Vorschriften zur Berechnung von Sternbedeckungen erörtert worden sind, sollen an dieser Stelle auch die zur Beobachtung solcher Phänomene gebotenen Anweisungen kurz besprochen werden. Im allgemeinen müssen bei derartigen Längenbestimmungen auf Reisen möglichst alle, selbst solche unter weniger günstigen Wahrnehmungsbedingungen sich darbietenden Bedeckungen hellerer Fixsterne durch den Mond zur Verwertung gelangen. Dennoch ist es, besonders wenn ein längerer Aufenthalt an der Station eine Auswahl unter den verfügbaren Sternbedeckungen gestattet, zweckmäßig, folgende Vorschriften zur Erleichterung und Genauigkeitserhöhung jener Beobachtungen zu beachten. Die Messung als solche und die Verwendung selbst schwächerer Sterne wird erleichtert, wenn man Sternbedeckungen kurz vor oder nach dem Neumond beobachtet, weil bei dieser

Phase die erleuchtete schmale Mondsichel das Auge des Beobachters am wenigsten blendet. Ferner ist es zur Erzielung leichterer und genauerer Messungen vorteilhaft, wenn die Sternbedeckung auf solche Mondphasen fällt, daß der Stern am vorangehenden hellen Mondrande eintritt und hinter dem nachfolgenden dunklen Rande wieder erscheint. Auf diese Weise läßt sich der Stern in einigermaßen lichtstarken Fernrohren am beleuchteten Mondrande beim Eintritt besser bis zum Verschwinden verfolgen und sein Hervorkommen beim Austritt hinter dem dunklen Rande viel sicherer auffassen.

Endlich wird eine Längenbestimmung aus Sternbedeckungen um so genauer, je länger die Sehne ist, welche der Fixstern hinter der Mondscheibe scheinbar zu durchlaufen hat, je länger also die Bedeckung dauert.

Beispiel zur Längenmethode $1)_\lambda$.

An einem Beobachtungsorte, dessen Breite $\varphi = +40^\circ 0'$ und dessen genäherte Länge $(\lambda) = 4^h 0^m$ westl. Greenwich betrug, ist der Eintritt des Fixsterns λ Geminorum in den hellen Mondrand nach mittlerer Ortszeit beobachtet worden[1]).

1903, März 8, Bedeckung von λ Geminorum (Eintritt) $9^h\,34^m\,10^s$ M. Ortszeit; $\Delta U = -10^s$.

Aus den „Elementen der Sternbedeckungen“ in der Ephemeride (N. E.) findet man:

$\alpha_* = 7^h\,12^m\,32^s{,}8$	$p' = +0{,}5992$	$lg\,n = 9{,}7808$
$\delta_* = +16^\circ\,42'\,43''$	$q_0 = +0{,}4371$	$N = 97^\circ\,2'$
$T_0 = 13^h\,32^m\,57^s$	$q' = -0{,}0739$	

Die Rechnung gestaltet sich nun folgendermaßen:

Mittlere Uhrzeit der Beobachtung U_1	$=$	9^h	34^m	10^s
Uhrkorrektion	$= -$			10
Mittlere Ortszeit des Eintritts	$=$	9	34	0
Reduktion auf Sternzeit	$= +$		1	34,3
Sternzeit im M. Greenwich. Mittag Θ_0	$=$	23	0	3,5
Verbesserung von Θ_0 für 4^h westl. Gr.	$= +$		0	39,4

---

[1]) Das Zahlenbeispiel ist nach den Astronomisch-nautischen Ephemeriden hrgang 1903, Einleitung, S. XX) gewählt worden; die Rechnung weicht h von der dort gegebenen ab.

Sternzeit im M. Ortsmittage Θ_1	=	8 36 17,2
Rektaszension von λ Gem. α_*	=	7 12 32,8
t_1	=	1 23 44,4
	=	20° 56′ 6″
$lg\,sin\,t_1$	=	9,55304
$lg\,cos\,t_1$	=	9,97034

$lg\,cos\,\varphi$	=	9,88425	$lg\,sin\,\varphi$	=	9,80807
Tafel-Korr. c	= +	60	Tafel-Korr. s	= −	230
$lg\,(\varrho\,cos\,\varphi')$	=	9,88485	$lg\,(\varrho\,sin\,\varphi')$	=	9,80577
$lg\,sin\,t_1$	=	9,55304	$lg\,cos\,\delta_*$	=	9,98126
$lg\,x$	=	9,43789			9,78703
x	= +	0,27409	Numerus	= +	0,61239 (1)
$y = (1) - (2)$	= +	0,40636	$lg\,(\varrho\,cos\,\varphi')$	=	9,88485
q_0	= +	0,43710	$lg\,sin\,\delta$	=	9,45873
$q_0 - y$	= +	0,03074	$lg\,cos\,t_1$	=	9,97034
					9,31392
			Numerus	= +	0,20603 (2)

$lg - x$	$= 9{,}43789_n$	$lg\,(q_0 - y)$	$= 8{,}48770$
$lg\,(q_0 - y)$	$= 8{,}48770$	$lg\,cos\,L$	$= 9{,}04710$
$lg\,tg\,L$	$= 0{,}95019_n$	$lg\,l$	$= 9{,}44060$
L	= 276° 23′ 57″		
N	= 97 2 0		

Der Hilfswinkel L muß, da $tg\,L$ negativ, $cos\,L$ aber mit $q_0 - y$ gleichlautend, also + sein soll, im vierten Quadranten (360° — 83° 36′ 3″) liegen.

$L - N$	= 179° 21′ 57″	$lg\,cos\,(L - N)$	$= 9{,}99997_n$
$lg\,sin\,(L - N)$	= 8,04407	$lg\,l$	= 9,44060
$lg\,l$	= 9,44060		$9{,}44057_n$
	7,48467	$lg\,n$	= 9,78080
$lg\,const$ (0,27253)	= 9,43543 (nach Kobold)	$lg\,a$	$= 9{,}65977_n$
$lg\,cos\,\chi$	= 8,04924	a	$= -0^h{,}45684$
$lg\,sin\,\chi$	= 9,99997	$T_0 =$	$13^h\,32^m\,57^s$
$lg\,const.$	= 9,43543	(s. S. 262) $-a-b$	$= +19^s$

	9,435 40	$T_1 =$	13 33 16
$lg\,n$	= 9,780 80	$U_1 + \Delta U =$	9 34 0
$lg\,b$	= 9,654 60	$\lambda =$	$3^h 59^m 16^s$
b	$= + 0^h,45144$		westl. v. Greenw.

$-a-b = 0^h,0054 = 19^s$

Nachdem im Vorangehenden die Methode der Längenbestimmung aus Sternbedeckungen durch den Mond, welche an Einfachheit, Durchsichtigkeit und Genauigkeit nichts zu wünschen übrig läßt, ausführlich erörtert worden ist, soll nunmehr die zur Ausführung jener Beobachtungen notwendige Vorausberechnung im Anschluß an das neue Stechertsche Verfahren[1]) (s. S. 253) eingehender behandelt werden. Durch Benutzung dieser, im Gegensatz zur früher gebräuchlichen Vorausberechnung wesentlich vereinfachten Methode, dürfte in Verbindung mit der alljährlich von Stechert in den Annalen der Hydrographie (Deutsche Seewarte, Hamburg) herausgegebenen Zusammenstellung von Hilfsgrößen zur Vorausberechnung von Sternbedeckungen wohl das letzte Hindernis für die allgemeine Anwendung der vorstehenden wichtigen Längenmethode auf Reisen aus dem Wege geräumt sein.

Bevor die eigentliche Vorausberechnung der Zeiten und Winkel für den Ein- und Austritt des Sternes am Mondrande begonnen wird, muß man zur Vermeidung nutzloser Arbeit zunächst feststellen, ob eine bestimmte Sternbedeckung überhaupt an dem betreffenden Beobachtungsorte sichtbar sein kann. Hierbei sind folgende vier Punkte zu beachten: Erstens muß die Ortsbreite innerhalb derjenigen Polhöhenzone liegen, welche durch die in den astronomischen Jahrbüchern gegebenen „Grenzen in Breite für Sternbedeckungen“ bezeichnet wird. Zweitens muß während des Phänomens der Bedeckung der Mond über dem Horizont des Beobachtungsortes sich befinden. Drittens soll für denselben Zeitpunkt die Sonne bereits unter dem Horizont stehen. Viertens endlich bedarf es noch einer kurzen Vorentscheidung, ob für den betreffenden Beobachtungsort nur eine Annäherung des Sternes an den Mondrand oder vielmehr eine wirklich meßbare Bedeckung stattfindet.

[1]) Tafeln für die Vorausberechnung der Sternbedeckungen von C. Stechert, Archiv der Deutschen Seewarte 1896, XII. Jahrgang, Nr. 3.

Ob Bedingung 1 erfüllt ist oder nicht, lehrt ein Blick in die astronomischen Ephemeriden, wo unter den Elementen der Sternbedeckungen, wie oben erwähnt, auch die Grenzen in Breite für die Sichtbarkeit jener Phänomene angegeben sind.

Was die Bedingungen 2 und 3 betrifft, daß also zur Zeit der Bedeckung die Sonne unter und der Mond über dem Horizont des Beobachtungsortes sich befinden müssen, so genügt es, festzustellen, ob jene Bedingungen für die Ortszeit der scheinbaren, also vom Erdorte aus gesehenen Konjunktion von Mond und Stern in Rektaszension erfüllt sind. Diese Ortszeit der scheinbaren Konjunktion ist gleich $T_0 + (\lambda) + y$, wo nach früheren Erörterungen T_0 die im Jahrbuch gegebene M. Zt. Greenwich der wahren, auf das Erdzentrum bezogenen Konjunktion und (λ) eine genäherte, stets östlich von Greenwich angenommene Länge des Beobachtungsortes bedeuten, während y das mittlere Zeitintervall bezeichnet, welches zwischen der wahren und der scheinbaren Konjunktion von Mond und Stern verfließt. Zur Berechnung dieses in Bruchteilen von mittleren Stunden ausgedrückten und auch zur weiteren Vorausberechnung dienenden Wertes von y (aus der Stechertschen Tafel Nr. 5 direkt entnehmbar) dient die folgende Näherungsformel:

$$y = \frac{\sin[\theta_0 - \alpha_* + (\lambda)]}{\frac{p'}{\varrho \cos \varphi'} - \cos[\theta_0 - \alpha_* + (\lambda)]\; lg\, 0{,}2625}.$$

Hierin bedeutet θ_0 die Greenwicher Sternzeit der wahren Konjunktion, welche einfach aus T_0 und der Sternzeit im mittleren Greenwicher Mittag nach den Angaben des Jahrbuches abzuleiten ist; p' stellt die schon früher (s. S. 254) definierte, in den Ephemeriden tabulierte Hilfsgröße dar und $\varrho \cos \varphi'$ ist nach der Tafel auf S. 256 einfach aus dem Kosinus der geographischen Breite herzuleiten.

Hat man auf diese Weise die Ortszeit der scheinbaren Konjunktion in Rektaszension von Mond und Stern für eine bestimmte Sternbedeckung berechnet, so läßt sich am bequemsten mit Hilfe eines ungefähr für den Beobachtungsort gültigen Kalenders entscheiden, ob die obigen Bedingungen 2 und 3 erfüllt sind [1]). Fehlt

[1]) Für nördliche geographische Breiten zwischen 40° und 60° ist als besonders praktisch der jährlich erscheinende „Graphische Kalender" von Brinschwitz, Ausgabe A und B, Verlag von R. Engelmann, Leipzig, Preis je 1,25 Mk. zu empfehlen.

ein solcher Kalender, so genügt es auch, aus der in den Ephemeriden enthaltenen Zeit des Meridiandurchganges von Sonne und Mond auf die Stellung jener Gestirne zum Horizont des Ortes im Moment der Sternbedeckung zu schließen.

Was endlich die Bedingung 4 betrifft, ob für den Beobachtungsort wirklich eine Bedeckung oder nur eine Annäherung des Sternes an den Mondrand stattfindet, so läßt sich dies unter Zuhilfenahme der folgenden kleinen Tafel[1]) entscheiden, in welche man horizontal mit dem in den Ephemeriden enthaltenen Argumente $q' = \frac{d\,\delta_☽}{\pi_☽}$, numerisch ohne Rücksicht auf Vorzeichen, und vertikal mit dem ebenfalls dort tabulierten Argumente $lg\,p' = lg \frac{d\,\alpha\,.\,cos\,\delta_☽}{\pi_☽}$ eingeht. Aus der Tafel wird der Maximalwert von $\frac{\delta'_☽ - \delta_*}{\pi}$ entnommen, bei welchem unter Umständen noch eine Bedeckung stattfindet.

$lg\,p'$ \ q' abs.	0,00	0,04	0,08	0,12	0,16	0,20	0,24	0,28	0,32
9,64	0,29	0,30	0,32	0,34	0,37	0,41	0,45	0,50	0,55
9,66	0,29	0,30	0,31	0,33	0,36	0,40	0,43	0,47	0,51
9,68	0,29	0,30	0,31	0,32	0,35	0,38	0,41	0,44	0,48
9,70	0,29	0,30	0,31	0,32	0,34	0,36	0,39	0,42	0,45
9,72	0,29	0,30	0,30	0,31	0,33	0,35	0,37	0,40	0,43
9,74	0,29	0,30	0,30	0,31	0,32	0,34	0,36	0,38	0,41
9,76	0,29	0,30	0,30	0,31	0,32	0,33	0,34	0,36	0,39
9,78	0,29	0,30	0,30	0,30	0,31	0,32	0,33	0,35	0,37
9,80	0,29	0,30	0,30	0,30	0,31	0,32	0,33	0,34	0,36

Der Ausdruck $\frac{\delta'_☽ - \delta_*}{\pi}$ unterscheidet sich von dem in den Ephemeriden gegebenen $q_0 = \frac{\delta_☽ - \delta_*}{\pi}$ dadurch, daß $\delta'_☽$ die scheinbare Monddeklination, $\delta_☽$ die wahre, für die Zeit T_0 gültige bedeutet.

Im allgemeinen wird eine vollständige Bedeckung des Sternes durch den Mond erfolgen, wenn der entsprechende, durch eine Ergänzung von q_0 (s. S. 265) nach Formel 76) zu berechnende

[1]) Diese Tafel ist aus der mehrfach erwähnten Abhandlung von Stechert (Archiv der Deutschen Seewarte 1896, Nr. 3, p. 20) entnommen.

numerische Wert von $\frac{\delta'_{☽} - \delta_*}{\pi}$ unterhalb des aus obiger Tafel, je nach den Beträgen von q' und $lg\,p'$ sich ergebenden Maximalwertes liegt.

Zur Auswertung der Größe $\frac{\delta'_{☽} - \delta_*}{\pi}$, deren Betrag mit dem Tafelwerte (s. S. 264) zu vergleichen ist, dient die folgende Formel:

$$76)\qquad \frac{\delta'_{☽} - \delta_*}{\pi_{☽}} = q_0 + q'.y + \frac{\varrho \sin\varphi'}{\sin g} \sin(\delta_{☽} - g),$$

wo der Hilfswinkel $tg\,g = \frac{tg\,\varphi'}{\cos(S_m + (\lambda) + y_s)}$ ist.

Hierin bedeutet S_m das arithmetische Mittel aus S_1 und S_2; die Hilfsgrößen S_1, S_2 sind durch folgende Relationen gegeben:

$$S_1 = \Theta_0 - \alpha - M$$
$$S_2 = \Theta_0 - \alpha + M.$$

Die Größen y und y_s werden aus den Stechertschen Tafeln Nr. 5 und 6, die Werte von M aus der Tafel Nr. 2 (s. S. 269) entnommen.

Diese soeben erörterten Vorschriften, deren Erledigung der eigentlichen Vorausberechnung einer Sternbedeckung vorangehen muß, sollen an einigen Beispielen näher erklärt werden [1]).

Aus den im Nautical Almanac für 1896 Monat Januar gegebenen Sternbedeckungen nebst den zugehörigen Elementen sind die folgenden vier ausgewählt worden:

Sternbedeckungen und ihre Elemente I.

Nummer	Datum	Name des Sternes	Größe	T_0 M. Zt. Gr.	$\delta_{☽}$	$lg\,p'$	q'
1	1896 Jan. 3	α Leonis	1,4	17h 37m 25s	+ 12° 36′	9,7376	— 0,259
(2)	1896 Jan. 4	ϱ Leonis	4,0	4 43 54	+ 9 39	9,7328	— 0,270
(3)	1896 Jan. 24	17 Tauri	3,8	16 9 8	+ 24 50	9,7400	+ 0,135
4	1896 Jan. 26	136 Tauri	4,5	20 37 53	+ 28 14	9,7686	— 0,007

[1]) Diese Beispiele sind auch aus den Stechertschen „Tafeln für die Vorausberechnung der Sternbedeckungen“ entnommen, nur in anderer Weise angeordnet und zugleich etwas vereinfacht worden.

Sternbedeckungen und ihre Elemente II.

Nummer	Datum	Name des Sternes	q_0	Grenzen in Breite	$S_1 = \oplus - \alpha - M$ Tafel 2 (St.)	$S_2 = \oplus - \alpha + M$ Tafel 2 (St.)	$x = \mp \frac{0,2744}{p'}$ Tafel 3 (St.)
1	1896 Jan. 3	α Leonis	$+0,122$	$+51°$ -34	29° 43′	44° 15′	$\mp 0^h,502$
(2)	1896 Jan. 4	ϱ Leonis	$-0,181$	$+35$ -51	190 34	205 18	$\mp 0\ ,507$
(3)	1896 Jan. 24	17 Tauri	$+1,121$	$+90$ $+37$	124 21	138 49	$\mp 0\ ,499$
4	1896 Jan. 26	136 Tauri	$+0,633$	$+90$ $+20$	162 10	175 38	$\mp 0\ ,467$

Es soll nun untersucht werden, ob diese vier Sternbedeckungen auch auf einer nordamerikanischen Beobachtungsstation in der Nähe von Washington (D. C.) sichtbar sind, deren geographische Lage durch die Koordinaten: $\lambda = 5^h\,8^m,2$ westl. $= 18^h\,51^m,8 =$ $282°\,57'$ östl. Greenw., $\varphi = +\,38°\,53',6$, $lg\,\varrho\,cos\,\varphi' = 9,892$, $lg\,\varrho\,sin\,\varphi'$ $= 9,796$, $lg\,tg\,\varphi' = 9,904$ gegeben ist.

Von den vier (s. S. 262) genannten Bedingungen, welche für die Sichtbarkeit jenes Phänomens an einem bestimmten Erdorte charakteristisch sind, ist die erste hinsichtlich der Breitenlage für Beispiel 1, 3, 4, nicht aber für 2 erfüllt, da die Polhöhe der Station $+\,39°$ außerhalb der Breitengrenzen für die Sternbedeckung liegt. Beispiel 2 ist also ohne weiteres auszuschließen.

Wird nun an den übrigen drei Beispielen 1, 3, 4, gleich die vierte Bedingung untersucht, ob nur eine Annäherung oder eine wirkliche Bedeckung stattfindet, so ergibt sich folgendes:

Für Beispiel 1, α Leonis, liefert die Rechnung $\frac{\delta'_{☽} - \delta_{*}}{\pi_{☽}} =$ $-\,0,08$, so daß nach der Tafel S. 264 eine vollständige Bedeckung stattfindet. Für Beispiel 3, 17 Tauri, ergibt die Rechnung $\frac{\delta'_{☽} - \delta_{*}}{\pi_{☽}} = +\,0,82$, also weit über den Maximalwert der Tafel S. 264. Es findet daher in diesem Falle für die obige Station keine Bedeckung, sondern nur eine Annäherung des Sternes an den Mondrand statt; Beispiel 3 muß also ebenfalls ausgeschlossen werden. Für Beispiel 4, 136 Tauri, endlich folgt $\frac{\delta'_{☽} - \delta_{*}}{\pi_{☽}} = -\,0,03$,

so daß nach Tafel S. 264 eine vollständige Bedeckung des Sternes durch den Mond für die Station bei Washington zu beobachten ist.

Unter obigen vier Beispielen von Sternbedeckungen, die in den Ephemeriden aufgeführt sind, bleiben also nur zwei, nämlich Nr. 1 und 4 übrig, die auf die beiden weiteren Bedingungen zu untersuchen sind, ob die Sonne unter und der Mond über dem Horizonte des betreffenden Beobachtungsortes zur Zeit der Sternbedeckung sich befinden.

Für Beispiel 1 folgt als Ortszeit der scheinbaren Konjunktion von Mond und Stern $T_0 + (\lambda) + y = 11^h 16^m$, die Sonne war also bereits untergegangen. Da außerdem der Mond nach der Ephemeride am 3. Januar 1896 um $15^h 15^m$ im Meridian von Washington kulminierte, befand er sich vier Stunden vorher bereits reichlich über dem Horizont des Beobachtungsortes, so daß Anfang und Ende der Sternbedeckung sichtbar waren. Für Beispiel 4 ergibt die Rechnung als Ortszeit der scheinbaren Konjunktion von Mond und Stern $T_0 + (\lambda) + y = 16^h 45^m$; die Sonne stand also unter dem Horizonte. Dagegen erfolgte die Kulmination des Mondes im Meridian von Washington am 24. Januar 1896 bereits um $9^h 7^m$ und, da der halbe Tagbogen des Mondes $7^h 43^m$ betrug, fand der Monduntergang schon um $16^h 50^m$ statt, so daß von der in Frage kommenden Sternbedeckung nur der Eintritt am Mondrande, keinesfalls der Austritt des Sternes sichtbar sein konnte.

Nachdem somit die Auswahl der für einen bestimmten Ort überhaupt sichtbaren Sternbedeckungen besprochen worden ist, sollen nunmehr die zur Vorausberechnung selbst notwendigen Vorschriften, und zwar unmittelbar im Anschluß an ein Beispiel aus den Stechertschen Tafeln[1]) gegeben werden.

Am 4. April 1887 sollte eine Sternbedeckung von α Leonis (Regulus), welche im Nautical Almanac angezeigt war, zur Längen-

[1]) Da für die Zwecke des vorliegenden Handbuches eine genäherte Vorausberechnung völlig genügt, konnten die betreffenden Vorschriften erheblich vereinfacht werden. Außerdem sind im folgenden, mit Genehmigung des Herausgebers, wenigstens die wichtigeren kleineren Tafeln zur Vorausberechnung von Sternbedeckungen reproduziert worden, soweit Format und Raum des vorliegenden Handbuches dies überhaupt gestatten. Auf diese Weise wird es, selbst für solche Fälle, in welchen die Stechertschen Tafeln nicht zur Hand sein sollten, möglich sein, verhältnismäßig schnell die Vorausberechnung zu erledigen, indem es nur noch der direkten Auswertung von wenigen Zahlengrößen bedarf.

bestimmung für einen Beobachtungspunkt benutzt werden, dessen Breite $\varphi = -20^\circ 24'$ und dessen genäherte östliche Länge von Greenwich $(\lambda) = 336^\circ 50' = 22^h 27^m,3$ war. Es sollten die Zeiten für Ein- und Austritt und die zugehörigen Stellen des Mondrandes, wo Anfang und Ende der Bedeckung stattfanden, vorausberechnet werden.

A. Zusammenstellung der Hilfsgrößen für die Sternbedeckung von α Leonis, 1887 April 4.

1.	$\alpha_* = 10^h\, 2^m\, 22^s$	11.	$T_0 + m = 10^h\, 23^m\, 18^s$
2.	$\delta_* = 12^\circ\, 31'\, 0''$	12.	$\Theta_0 = 11^h\, 13^m\, 15^s$
3.	$T_0 = 10^h\, 21^m\, 36^s$	13.	$\Theta_0 - \alpha_* = 1^h\, 10^m\, 53^s$ $= 17^\circ\, 43',2$
4.	$q_0 = -0,365$	14.	$M = 6^\circ\, 44',3$
5.	$p' = +0,588$	15.	$lg\, p' = 9,7694$
6.	$q' = -0,159$	16.	$S_1 = 10^\circ\, 59'$
7.	$^1/_6\, \Delta\, \alpha_☽ = +24^s,2$	17.	$S_2 = 24^\circ\, 28'$
8.	$\delta^0_☽ = +12^\circ\, 9'$	18.	$x = \mp 0^h,467.$
9.	$G = 0^h\, 49^m\, 57^s$		
10.	$m = 1^m\, 42^s$		

Die Zeilen 1 bis 6 sind als Elemente der Sternbedeckung im Nautical Almanac gegeben. Die Zeilen 7 bis 9 sind gleichfalls aus den Ephemeriden zu entnehmen, wobei $^1/_6\, \Delta\, \alpha_☽$ die Änderung der Mondrektaszensionen in 10 Minuten und G die Sternzeit im mittleren Greenwicher Mittag bedeutet. In Zeile 10 bezeichnet m die genäherte Korrektion zur Verwandlung der mittleren Zeit T_0 in Sternzeit, welche ebenfalls aus dem Jahrbuche zu entnehmen ist oder aus der hier abgedruckten bequemen Stechertschen m-Tafel Nr. 1.

Tafel 1 (m-Tafel).

Tafel zur Verwandlung der mittleren Zeit in Sternzeit.

	0^m	1^m	2^m	3^m		
0^s	$0^h\, 0^m\, 0^s$	$6^h\, 5^m\, 15^s$	$12^h\, 10^m\, 29^s$	$18^h\, 15^m\, 44^s$	1^s	$6^m\, 5^s$
10	1 0 52	7 6 7	13 11 21	19 16 36	2	12 10
20	2 1 45	8 6 59	14 12 14	20 17 28	3	18 16
30	3 2 37	9 7 52	15 13 6	21 18 21	4	24 21
40	4 3 30	10 8 44	16 13 59	22 19 13	5	30 26
50	5 4 22	11 9 37	17 14 51	23 0 6	6	36 31
60	6 5 15	12 10 29	18 15 44	24 20 58	7	42 37
					8	48 42
					9	54 47

Tafel 2 (M-Tafel).

Horizontal-Argument: $^1/_6 \Delta\alpha$; Vertikal-Argument: $lg\,p'$.

	16ˢ	17ˢ	18ˢ	19ˢ	20ˢ	21ˢ	22ˢ
9,64	9° 12,2′	9° 11,3′	9° 10,4′	9° 9,4′	9° 8,5′	9° 7,5′	9° 6,6′
9,65	8 59,7	8 58,7	8 57,8	8 56,9	8 56,0	8 55,1	8 54,1
9,66	8 47,4	8 46,5	8 45,6	8 44,7	8 43,8	8 42,9	8 42,0
9,67	8 35,4	8 34,5	8 33,6	8 32,7	8 31,9	8 31,0	8 30,1
9,68	8 23,6	8 22,8	8 21,9	8 21,1	8 20,2	8 19,4	8 18,5
9,69	8 12,2	8 11,3	8 10,5	8 9,7	8 8,8	8 8,0	8 7,1
9,70	8 1,0	8 0,2	7 59,3	7 58,5	7 57,7	7 56,9	7 56,1
9,71	7 50,0	7 49,2	7 48,4	7 47,6	7 46,8	7 46,0	7 45,2
9,72	7 39,3	7 38,6	7 37,8	7 37,0	7 36,2	7 35,4	7 34,6
9,73	7 28,9	7 28,1	7 27,3	7 26,6	7 25,8	7 25,0	7 24,3
9,74	7 18,7	7 17,9	7 17,2	7 16,4	7 15,7	7 14,9	7 14,2
9,75	7 8,7	7 7,9	7 7,2	7 6,5	7 5,7	7 5,0	7 4,2
9,76	6 58,9	6 58,2	6 57,5	6 56,8	6 56,1	6 55,3	6 54,6
9,77	6 49,4	6 48,7	6 48,0	6 47,3	6 46,6	6 45,9	6 45,2
9,78	6 40,1	6 39,4	6 38,7	6 38,0	6 37,3	6 36,7	6 36,0
9,79	6 31,0	6 30,3	6 29,6	6 29,0	6 28,3	6 27,6	6 27,0
9,80	6 22,1	6 21,4	6 20,8	6 20,1	6 19,4	6 18,8	6 18,1

	23ˢ	24ˢ	25ˢ	26ˢ	27ˢ	28ˢ	29ˢ
9,64	9° 5,6′	9° 4,7′	9° 3,7′	9° 2,8′	9° 1,9′	9° 0,9′	9° 0,0′
9,65	8 53,2	8 52,3	8 51,4	8 50,5	8 49,5	8 48,6	8 47,7
9,66	8 41,1	8 40,2	8 39,3	8 38,4	8 37,5	8 36,6	8 35,7
9,67	8 29,2	8 28,3	8 27,5	8 26,6	8 25,7	8 24,8	8 23,9
9,68	8 17,6	8 16,8	8 15,9	8 15,0	8 14,2	8 13,3	8 12,5
9,69	8 6,3	8 5,5	8 4,6	8 3,8	8 2,9	8 2,1	8 1,3
9,70	7 55,2	7 54,4	7 53,6	7 52,8	7 52,0	7 51,1	7 50,3
9,71	7 44,4	7 43,6	7 42,8	7 42,0	7 41,2	7 40,4	7 39,6
9,72	7 33,8	7 33,1	7 32,3	7 31,5	7 30,7	7 29,9	7 29,1
9,73	7 23,5	7 22,7	7 22,0	7 21,2	7 20,4	7 19,7	7 18,9
9,74	7 13,4	7 12,7	7 11,9	7 11,2	7 10,4	7 9,7	7 8,9
9,75	7 3,6	7 2,8	7 2,1	7 1,4	7 0,6	6 59,9	6 59,2
9,76	6 53,9	6 53,2	6 52,5	6 51,8	6 51,1	6 50,3	6 49,6
9,77	6 44,5	6 43,8	6 43,1	6 42,4	6 41,7	6 41,0	6 40,3
9,78	6 35,3	6 34,6	6 33,9	6 33,2	6 32,6	6 31,9	6 31,2
9,79	6 26,3	6 25,6	6 24,9	6 24,3	6 23,6	6 22,9	6 22,3
9,80	6 17,5	6 16,8	6 16,2	6 15,5	6 14,9	6 14,2	6 13,6

Auf Zeile 12 ist $\Theta_0 = T_0 + m + G$ zu bilden. Auf Zeile 14 erhält man $M = \frac{lg\,0{,}411\,62}{p'}\,[601^s{,}64 - {}^1/_6\,\varDelta\,\alpha]$ aus der auf voriger Seite abgedruckten Stechertschen Tafel Nr. 2 (M-Tafel), in welche mit dem Horizontal-Argument ${}^1/_6\,\varDelta\,\alpha_{☾}$ und mit dem Vertikal-Argument $lg\,p'$ eingegangen wird.

Zeile 15 ist aus Zeile 5 ohne weiteres klar. Zu Zeile 16 und 17 sei bemerkt, daß die Hilfsgrößen $S_1 = \Theta - \alpha - M$ und $S_2 = \Theta_0 - \alpha + M$ bereits näher (s. S. 265) definiert und gebraucht worden sind. Auf Zeile 18 endlich wird $x = \mp \frac{lg\,0{,}274\,41}{p'}$ aus der hier abgedruckten Stechertschen Tafel Nr. 3 mit dem Argumente $lg\,p'$ entnommen.

Tafel 3 (x-Tafel).

$log\,p'$	x	$log\,p'$	x
9,64	$\mp 0^h{,}629$	9,73	$\mp 0^h{,}511$
		9,74	0,499
9,65	0,614		
9,66	0,600	9,75	0,488
9,67	0,587	9,76	0,477
9,68	0,573	9,77	0,466
9,69	0,560	9,78	0,455
		9,79	0,445
9,70	0,548		
9,71	0,535	9,80	0,435
9,72	0,523		

B. Definitive Vorausberechnung der Sternbedeckung von α Leonis für die Station: $\lambda = 336^0\,50'$ (östl. Gr.-Länge), $\varphi = -20^0\,24'$.

	Eintritt:	Austritt:
1'.	$S_1 + \lambda = 347^0\,49'$	$S_2 + \lambda = 1^0\,18'$
2'.	$y_1 = 0^h{,}563$	$y_2 = +0^h{,}063$
3'.	$\sigma_1 = -1^h{,}030$	$\sigma_2 = +0^h{,}530$
4'.	$y_1^s = -8^0\,28'$	$y_2^s = +0^0\,57'$
5'.	$S_1 + \lambda + y_1^s = 339^0\,21'$	$S_2 + \lambda + y_2^s = 2^0\,15'$
6'.	$lg\,cos\,(S_1 + \lambda + y_1^s) = 9{,}971$	$lg\,cos\,(S_2 + \lambda + y_2^s) = 0{,}000$
7'.	$lg\,tg\,g_1 = lg\,\frac{tg\,\varphi'}{cos\,(S_1 + \lambda + y_1^s)} = 9{,}957_n$	$lg\,tg\,g_2 = lg\,\frac{tg\,\varphi'}{cos\,(S_2 + \lambda + y_2^s)} = 9{,}567_n$
8'.	$g_1 = 338^0\,25'$	$g_2 = 339^0\,45'$

9′.	$\delta^0_{☽} - g_1 = 33^\circ\,44'$	$\delta^0_{☽} - g_2 = 32^\circ\,24'$
10′.	$lg\ sin\, g_1 = 9{,}565_n$	$lg\ sin\, g_2 = 9{,}540_n$
11′.	$lg\ \frac{\varrho\ sin\, \varphi'}{sin\, g_1} = 9{,}975$	$lg\ \frac{\varrho\ sin\, \varphi'}{sin\, g_2} = 0{,}000$
12′.	$lg\ sin(\delta^0_{☽} - g_1) = 9{,}745$	$lg\ sin(\delta^0_{☽} - g_2) = 9{,}729$
13′.	$\frac{\delta'_{☽} - \delta_{☽}}{\pi} = \frac{\varrho\ sin\, \varphi'}{sin\, g_1}\ sin(\delta^0_{☽} - g_1)$	$\frac{\delta'_{☽} - \delta_{☽}}{\pi} = \frac{\varrho\ sin\, \varphi'}{sin\, g_2}\ sin(\delta^0_{☽} - g_2)$
	$= +0{,}525$	$= +0{,}536$
14′.	$q'\sigma_1 = +0{,}164$	$q'\sigma_2 = -0{,}084$
15′.	$D_1 T_1 = \frac{\delta'_{☽} - \delta_{☽}}{\pi} + q'\sigma_1 + q_0$	$D_2 T_2 = \frac{\delta'_{☽} - \delta_{☽}}{\pi} + q'\sigma_2 + q_0$
	$= +0{,}334$	$= +0{,}087$
16′.	$Q_1 = 159^\circ$	$Q_2 = 249^\circ$
17′.	$lg\, sin^2\, {}^1/_2(Q_1 - 90^\circ) = 9{,}506$	$lg\, sin^1\, {}^1/_2(Q_2 + 90^\circ) = 8{,}521$
18′.	$z_1 = (\sigma_2 - \sigma_1)\ sin^2\, {}^1/_2(Q_1 - 90^\circ)$	$z_2 = (\sigma_2 - \sigma_1)\ sin^2\, {}^1/_2(Q_2 + 90^\circ)$
	$= +0^h{,}500$	$= -0^h{,}052$
19′.	$\sigma_1 + z_1 = -0^h{,}530$	$\sigma_2 + z_2 = +0^h{,}478$
	$= -0^h\,31^m\,48^s$	$= +0^h\,28^m\,41^s$
20′.	$Z_1 = T_0 + \sigma_1 + z_1 = 9^h\,49^m\,8^s$	$Z_2 = T_0 + \sigma_2 + z_2 = 10^h\,50^m\,3^s.$

Zeile 1′. Es wird die stets östlich von Greenwich anzusetzende Länge (hier $\lambda = 336^0\,50'$) verbunden mit den in der Zusammenstellung A. (s. S. 268) auf Zeile 16 und 17 enthaltenen Hilfsgrößen S_1 und S_2. Zeile 2′. Die Werte y_1 und y_2 sind aus der Stechertschen Tafel Nr. 5 (y-Tafel) mit dem Horizontal-Argument $lg\ \frac{p'}{\varrho\ cos\, \varphi'}$, und dem Vertikal-Argument $S_1 + \lambda$ bzw. $S_2 + \lambda$ mit dem richtigen Vorzeichen zu entnehmen. Da die sehr umfangreiche y-Tafel (Nr. 5) zur Reproduktion an dieser Stelle sich nicht eignet, sei nochmals besonders erwähnt (s. S. 263), daß

$$y = \frac{sin[\Theta_0 - \alpha_* + (\lambda)]}{\frac{p'}{\varrho\ cos\, \varphi'} - cos[\Theta_0 - \alpha_* - (\lambda)]\ lg\, 0{,}2625}$$

ist. Zeile 3′. Es ist $\sigma_1 = x_1 + y_1$, $\sigma_2 = x_2 + y_2$, wobei x_1 (Eintritt) stets das negative, x_2 (Austritt) stets das positive Vorzeichen besitzt, wie auch aus Zeile 18 (s. S. 268) folgt. Zeile 4′. Die Werte y_1^s und y_2^s, welche, in Sternzeit und Bogenmaß ausgedrückt, den mittleren Zeitintervallen y (s. oben) entsprechen, werden aus der Stechertschen Tafel Nr. 6 (hier, weil zu großes Format, nicht abgedruckt) entnommen. Zeile 5′ bis 12′ sind ohne weiteres, den Formeln gemäß, verständlich; nur hinsichtlich der Wahl des Quadranten für den Winkel g (Zeile 8′) ist zu bemerken, daß

$\sin g$ mit $\sin \varphi'$ und $\cos g$ mit $\cos(S + \lambda + y^s)$ das gleiche Vorzeichen haben muß. Daher gelten folgende Regeln für die Wahl des Quadranten von g, entsprechend der Quadrantenlage von $S + \lambda + y^s$ und einer nördlichen bzw. südlichen Breite des Beobachtungsortes:

$S + \lambda + y^s$	g „Quadrant"	
	$\varphi +$	$\varphi -$
I. Quadrant	I.	IV.
II. Quadrant	II.	III.
III. Quadrant	II.	III.
IV. Quadrant	I.	IV.

Zeile 13′ folgt aus der Summe der Logarithmen in Zeile 11′, 12′ und dem zugehörigen Numerus; hierbei sind einige Glieder höherer Ordnung (bei Stechert f, h, k aus Tafeln 7, 8, 9) vernachlässigt worden, welche bei Ableitung der Zeiten bis auf wenige Minuten und der Positionswinkel innerhalb eines Grades auch zweckmäßig fortbleiben dürfen. Es ist nämlich in erster und für eine genäherte Vorausberechnung im allgemeinen genügender Näherung $\frac{\delta'_{☽} - \delta_{☽}}{\pi} = \frac{\varrho \sin \varphi'}{\sin g_1} \sin(\delta^0_{☽} - g_1)$, wo $\delta'_{☽}$ die scheinbare, $\delta_{☽}$ die wahre, $\delta^0_{☽}$ die zur Zeit T_0 geltende Deklination des Mondes und π die wahre Äquatorial-Horizontal-Parallaxe des Mondes bedeutet. Zeile 14′ entsteht auch unter Vernachlässigung der kleinen f-Korrektion (Stechertsche Tafel Nr. 7), durch einfache Multiplikation der Zeilen 3′ in B. und 6 in A. Zur Erläuterung der Zeile 15′, welche aus Addition der Zeilen 13′, 14′ und 4 folgt, diene die folgende Fig. 50, welche auf dem Stechertschen Diagramm zur graphischen Herleitung der Positionswinkel Q in Zeile 16′ für Eintritt und Austritt der Sternbedeckung beruht.

Durch Eintragen von $D_1 T_1 = \frac{\delta'_{☽} - \delta_*}{\pi} = \frac{\delta'_{☽} - \delta_{☽}}{\pi} + q'\sigma_1 + q_0$ und von $D_2 T_2 = \frac{\delta'_{☽} - \delta_*}{\pi} = \frac{\delta'_{☽} - \delta_{☽}}{\pi} + q'\sigma_2 + q_0$, also der durch die Mondparallaxe dividierten Differenz der Deklinationen von Mond und Stern, werden unmittelbar die Positions-

winkel Q_1 und Q_2 (s. Fig. 50) auf Zeile 16′ gefunden. Zur Herleitung von Zeile 17′ geht man mit den Argumenten Q_1 und Q_2 in die Stechertsche Tafel Nr. 11 (hier nicht abgedruckt) ein und entnimmt unmittelbar die Logarithmen von $\sin^2 {}^1/_2 (Q_1 - 90^0)$, sowie von $\sin^2 {}^1/_2 (Q_2 + 90^0)$. In Zeile 18′ findet man z_1 und z_2, indem man die Werte der Zeile 17′ mit der aus Zeile 3′ folgenden Differenz $\sigma_2 - \sigma_1$ multipliziert. Zeile 19′ als Summation der Zeilen 18′ und 3′ bedarf keiner besonderen Erläuterung. In der letzten Zeile 20′ folgen die hauptsächlich gesuchten mittleren Greenwicher Zeiten für Anfang und Ende der Sternbedeckung, indem zur tabulierten Hilfsgröße T_0 auf Zeile 3 (mittlere Greenwicher Konjunktionszeit von Mond und Stern) die Beträge der vorletzten Zeile 19′ hinzugefügt werden.

Fig. 50.

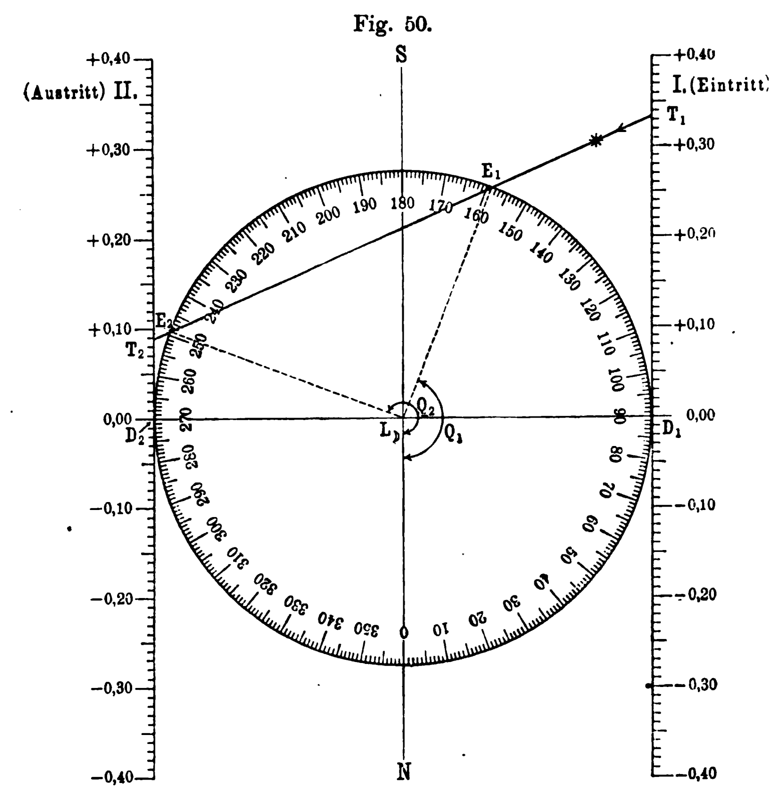


Diagramm zur graphischen Herleitung der Positionswinkel für Anfang und Ende einer Sternbedeckung durch den Mond.

Aus dem somit vollständig durchgeführten Beispiel der Vorausberechnung einer Sternbedeckung, welches als Muster für ähnliche Herleitungen dienen kann, geht also hervor, daß die Sternbedeckung von α Leonis am 4. April 1887 auf der Beobachtungsstation [$\varphi = -20^{0},4$, $(\lambda) = 22^{h}\,27^{m},3$ östl. Greenwich] zu der mittleren Greenwicher Zeit $9^{h}\,50^{m}$ (mittlere Ortszeit $11^{h}\,22^{m},7$) begann und entsprechend $10^{h}\,50^{m}$ (mittlere Ortszeit $12^{h}\,22^{m},7$) beendet war. Die Positionswinkel für Eintritt und Austritt des Sternes Regulus am Mondrande betrugen 159^{0} bzw. 249^{0}.

Vergleicht man mit diesen nur genähert hergeleiteten Größen die aus der genauen Vorausberechnung nach den Besselschen Formeln resultierenden Werte, so findet man die Zeiten bis auf rund 30^{s} und die Positionswinkel innerhalb 1^{0} übereinstimmend, also völlig genau genug.

$2)_{\lambda}$. Längenbestimmung aus Mondhöhen.

Im allgemeinen läßt sich aus einer zu beliebiger Zeit gemessenen Zenitdistanz des Mondes bei gegebener Ortsbreite und Monddeklination der Stundenwinkel des Mondes $t_{☽}$ in bekannter Weise (s. S. 191, Formel 52) berechnen. Aus diesem und der für die Beobachtung geltenden Orts-Sternzeit Θ, welche mit einer genäherten Länge und anderweitig bestimmter Uhrkorrektion herzuleiten ist, folgt die beobachtete Rektaszension des Mondes aus der gleichfalls bekannten Relation (s. S. 191, Formel 51):

$$\alpha'_{☽} = \Theta \mp t_{☽} \left.\right\} \begin{matrix} \text{West} \\ \text{Ost} \end{matrix}.$$

Vergleicht man nun die auf diese Weise gefundenen Rektaszensionen $\alpha'_{☽}$ mit den entsprechenden, in der astronomischen Ephemeride tabulierten $\alpha_{☽}$, so ergibt sich die Länge des Beobachtungsortes gegen den Anfangsmeridian.

Da jedoch zur Ableitung der Orts-Sternzeit und zur Entnahme der Mondkoordinaten eine genäherte Länge des Beobachtungsortes vorausgesetzt wird, kann die erste Berechnung von $t_{☽}$ und Θ im allgemeinen nicht genau sein. Man muß deshalb mit dem in erster Näherung gefundenen λ die ganze Rechnung wiederholen, um in zweiter Näherung eine genauere Länge zu finden. Anstatt nun auf diesem Wege allmählicher Approxima-

tionen vorzugehen, gelangt man schneller und einfacher zum Ziel, wenn direkt die Verbesserung der angenommenen Länge in Funktion der aus den Ephemeriden sich ergebenden Änderungen der Mondkoordinaten hergeleitet wird.

Bei dieser schon in allgemeinen Umrissen (s. S. 248, 251) angedeuteten, alsbald ausführlicher zu erörternden Methode der Längenbestimmung handelt es sich in erster Linie um Ermittelungen der Stundenwinkel aus Messungen von Zenitdistanzen. Daher muß man, um die günstigsten Bedingungen zur Ausführung der Beobachtungen zu kennen, an die früher, bei Erörterung der Zeitbestimmungen aus Zenitdistanzen abgeleiteten Vorschriften (s. S. 191) sich halten.

Bezeichnet man im Anschluß an die früheren Herleitungen kleine Fehler in Zenitdistanz, Breite und Deklination mit dz, $d\varphi$, $d\delta$ und einen entsprechenden kleinen Fehler im Stundenwinkel mit dt, bedeuten ferner, wie bisher, A das Azimut und q den parallaktischen Winkel des Gestirnes, so gilt auch hier die Differentialgleichung (s. S. 191):

$$53)\qquad dt = \frac{dz}{\cos\varphi \sin A} - \frac{d\varphi}{\cos\varphi \operatorname{tg} A} + \frac{d\delta \cos q}{\cos\varphi \sin A}.$$

Aus derselben folgt, daß Fehler in z, φ und δ den geringsten Einfluß auf den zu ermittelnden Stundenwinkel haben, wenn das zu beobachtende Gestirn in seiner täglichen Bewegung im ersten Vertikal steht, da alsdann $\sin A$ und $\operatorname{tg} A$ ihre größten Werte erreichen. Was die Lage des Beobachters auf der Erde betrifft, so zeigt die obige Gleichung ferner, daß der Einfluß von Fehlern in Zenitdistanz, Breite und Deklination für diese Methode am geringsten wird, wenn der Beobachtungsort am Äquator liegt ($\cos\varphi$ ein Maximum). Endlich lehrt die obige Gleichung, wenn man sie durch Einführung der Deklination in der Form (s. S. 192)

$$53\,a)\qquad dt = \frac{dz}{\cos\delta \sin q} - \frac{d\varphi}{\cos\delta \sin q \sec A} + \frac{d\delta}{\cos\delta \operatorname{tg} q}$$

schreibt, hinsichtlich des Einflußes der Gestirnsposition in δ, daß es vorteilhaft ist, das zu beobachtende Gestirn möglichst in der Nähe des Himmelsäquators zu wählen (für $\delta = 0$ ist der gemeinsame Nennerfaktor $\cos\delta$ ein Maximum).

Der Mond, dessen Deklination während seines Umlaufes um die Erde etwa innerhalb der Grenzen $\pm 28^\circ,5$ schwankt (Wert von $\cos\delta$ zwischen 1 und 0,88), stellt daher für die obige Methode der Längenbestimmung ein vorteilhaftes Himmelsobjekt dar, wenn er sich für die Zenitdistanzenmessungen zugleich in der Nähe des Ost- und Westvertikals befindet. Für Orte in äquatorialen Breiten (φ zwischen 0° und $\pm 20^\circ$) ist die vorliegende Methode der Längenbestimmung bei Landreisen in der Tat weitaus die beste, und auch an Beobachtungspunkten mit mittleren Polhöhen (φ zwischen ± 20 und $\pm 50^\circ$) läßt sich dieselbe noch neben $1)_\lambda$ zweckmäßig verwenden. In höheren Breiten dagegen wird die Längenbestimmung $1)_\lambda$ mittels Beobachtungen von Sternbedeckungen stets vorzuziehen sein, wenn auch, abgesehen von Expeditionen nach polaren Regionen, das Verfahren $2)_\lambda$ der Längenermittelung aus Mondhöhen oft eine willkommene Ergänzung zur Methode $1)_\lambda$ bilden kann.

Bevor nun näher auf die Formeln und rechnerischen Einzelheiten des vorliegenden Verfahrens $2)_\lambda$ eingegangen wird, sollen erst noch einige weitere Angaben über die zweckmäßigste Anordnung der Beobachtungen gemacht werden. Die genauesten Resultate liefert diese Methode, wenn nicht absolute Mondhöhen am Höhenkreise des Universals, sondern nur wenige Bogenminuten betragende Höhendifferenzen zwischen Mondrand und einem dem Monde möglichst nahen Mondstern mittels einer feineren Höhenlibelle und einem Okularmikrometer am Universal gemessen werden. Für kleinere Reiseinstrumente sind jedoch die hierfür notwendigen Einrichtungen aus ähnlichen Gründen, wie schon früher (s. S. 207) bei Gelegenheit der Breitenbestimmung nach dem Horrebow-Talcottschen Verfahren erwähnt, nicht zweckmäßig. Es soll deshalb auch für die Ermittelung der geographischen Längen auf Reisen von jener differentiellen Methode hier abgesehen werden[1]. Dagegen möge im folgenden ein Mittelweg zwischen

[1]) Anders verhält es sich bei Verwendung eines photographischen Universalinstruments mit feinerer Horrebowlibelle. Dann läßt sich durch gleichzeitige Aufnahmen von Mond und Stern, deren Abstände auf der photographischen Platte ausgemessen werden, auch die differentielle Methode der Längenbestimmung aus Mondhöhen leicht zur Anwendung bringen. Denselben Vorteil bietet die Verwendung eines photographischen Reiseuniversals mit Horrebowlibelle hinsichtlich der differentiellen Breitenbestimmung nach dem Horrebow-Talcottschen Verfahren (s. S. 207). Da jedoch die all-

dem absoluten und dem differentiellen Prinzip der Höhenmessung zur Längenbestimmung eingeschlagen werden, indem vor und nach den eigentlichen Mondbeobachtungen die gleiche Zahl von Zenitdistanzen eines dem Monde möglichst nahen Sternes zur Messung gelangen. Letztere werden zur Ableitung der für die Ortssternzeit θ notwendigen Uhrkorrektion benutzt und gestatten in Verbindung mit den zur Ermittelung des Stundenwinkels $t_☽$ erforderlichen Mondhöhen in der Gleichung $\theta \mp t_☽ = \alpha'_☽$ eine ausreichende Elimination der Instrumentalfehler im Resultat, da der Einfluß dieser Fehler auf θ und $t_☽$ nahezu gleich ist.

Was jene Instrumentalfehler selbst betrifft, so handelt es sich beim Universalinstrument in erster Linie um die Zenitpunkts-, Neigungs- und Kollimationsfehler, $\varDelta Z$, i und c. Ersterer muß entweder in bekannter Weise (s. S. 170) ermittelt und an die Ablesungen des Höhenkreises angebracht werden, oder noch besser dadurch zugleich unschädlich gemacht werden, daß die Zenitdistanzmessungen gleichmäßig auf beide Kreislagen verteilt werden. Neigungs- und Kollimationsfehler (i, c) lassen sich bei jedem Universal in so engen Grenzen halten, daß ihre Einwirkung auf die Zenitdistanzen verschwindend klein ist (s. S. 174). Im vorliegenden Falle braucht $\Sigma(i + c)$ nur $< 30''$ zu sein, was stets leicht erreichbar ist, um jede Korrektion von z ($> 5^0$) für i und c zum Verschwinden zu bringen.

Außer auf die Instrumentalfehler hat man bei dieser Methode der Längenbestimmung noch auf etwaige Refraktionsstörungen zu achten, deren Haupteinwirkung auf das Resultat (in der Gleichung $\theta \mp t'_☽ = \alpha'_☽$) allerdings durch die Verbindung von Mond- und Sternzenitdistanzen auch nahezu beseitigt wird. Immerhin ist es ratsam, Zenitdistanzen über 75^0 zu meiden.

In dritter und letzter Instanz bleiben noch die Fehler der Mondephemeriden selbst übrig, welche in den tabulierten Rektaszensionen, Deklinationen, Parallaxen und Halbmessern unseres Satelliten als $d\alpha$, $d\delta$, $d\pi$ und $d\dot{R}$ auftreten und das Resultat der

gemeine Anwendung der photo-geographischen Ortsbestimmung, trotz ihres sicher gestellten wissenschaftlichen Wertes, noch nicht definitiv durchgeführt werden konnte, soll das vorliegende Handbuch sich nur auf die visuellen Methoden beschränken. Es bleibt einer späteren Ergänzung desselben vorbehalten (s. S. 176), auch die Grundzüge der geographischen Ortsbestimmung auf photographischem Wege zu geben.

Längenbestimmung aus Mondhöhen in folgender Form beeinflußen:

$$77)\quad \sin q \cos\delta \,.\, d\alpha + \cos q \,.\, d\delta - \sin z \,.\, d\pi \pm dR \begin{cases} \text{Oberer Rand} \\ \text{Unterer } \text{„} \end{cases}$$

Wenn man nun die Fehler der Mondtafeln nicht in ähnlicher Weise, wie dies bei der Methode $1)_\lambda$ vorgeschlagen wurde (s. S. 259), dadurch aufheben kann, daß man gleichzeitige genaue Mondbeobachtungen auf größeren Sternwarten zur Kontrolle verwendet, so empfiehlt es sich, das Resultat der Längenbestimmung aus Mondhöhen im Ost- und Westvertikal, sowie aus Einstellungen des oberen und unteren Mondrandes herzuleiten. Wie obiger Differentialausdruck in Verbindung mit der Gleichung $\alpha'_{☾} = \theta \pm t_{☾} \begin{cases} \text{Ost} \\ \text{West} \end{cases}$ zeigt, werden nämlich durch die Kombination gleich weit vom Meridian nach Osten und Westen abstehender Beobachtungen die Fehler der Monddeklination und der Parallaxe fast vollständig eliminiert, während der Fehler des Halbmessers aus Einstellungen des oberen und unteren Mondrandes verschwindet. Die Kombination von Mondhöhen, welche im Ost- und Westvertikal gemessen sind, beseitigt schließlich auch noch den Einfluß etwa übrig bleibender Fehler der Uhrkorrektion auf das Resultat der Längenbestimmung.

Bisher wurde angenommen, daß die Messungen der Zenitdistanzen vom Mondrand und Stern an einem Universalinstrument erfolgen, wobei selbst mit kleineren Instrumenten eine Genauigkeit von einigen Zeitsekunden im Resultat für die Länge erzielt werden kann. Kommt es dagegen nur auf genäherte Orientierungen an und wird zu den Beobachtungen etwa ein Libellenquadrant verwendet, so vereinfacht sich das sogleich zu besprechende Reduktionsverfahren noch erheblich. Zunächst ist von Instrumentalfehlern alsdann nur der Indexfehler ΔZ zu berücksichtigen, dessen Einfluß auf das Resultat durch Einstellung von Mond und Stern in Zenitdistanz fast ganz eliminiert wird. Da ferner im Libellenquadrant die ganze Mondscheibe im Fadenquadrat eingestellt wird, fällt die Halbmesserkorrektion fort, und bei der nur bis auf höchstens 2′ in Höhe erzielbaren Ablesegenauigkeit vereinfacht sich auch die Parallaxenrechnung erheblich, wie noch später (s. S. 283) in Verbindung mit dem Beispiel einer Längenbestimmung aus Mondhöhen gezeigt werden soll. Die mit einem

Libellenquadranten erzielbare Genauigkeit in der Länge dürfte ungefähr 30 Zeitsekunden betragen.

Nunmehr soll die Methode der Längenbestimmung aus Zenitdistanzmessungen des Mondes und eines Mondsternes im einzelnen besprochen werden.

An einem Universalinstrument und mit einem nach mittlerer Zeit gehenden Chronometer sei zur Uhrangabe $U_☽$ die Zenitdistanz $z_☽$ des Mondrandes und zur Chronometerzeit U_* die Zenitdistanz z_* eines in möglichster Nähe des Mondes befindlichen Sternes gemessen. Gegeben sind für den Stern die Koordinaten α_*, δ_* und für den Mond $\alpha_☽$, $\delta_☽$, sowie gleichfalls aus den Ephemeriden der Mondhalbmesser $R_☽$ und die Horizontal-Äquatorial-Parallaxe (s. S. 62, p'_0) $\pi_☽$, für den Erdmittelpunkt gültig. Bekannt ist die Ortsbreite φ und eine genäherte östliche Länge (λ) des Beobachtungsortes. Gesucht wird die an (λ) anzubringende Verbesserung $\Delta\lambda$, um die genaue geographische Länge $\lambda = (\lambda) + \Delta\lambda$ zu erhalten.

Zunächst werden die vor und nach der Mondbeobachtung gemessenen Zenitdistanzen z_* des Sternes, gemäß den früher gegebenen Formeln der Zeitbestimmung (s. S. 191), zur Herleitung der Uhrkorrektion ΔU benutzt:

$$tg\,\tfrac{1}{2}t_* = \sqrt{\frac{\sin(\sigma - \varphi)\,\sin(\sigma - \delta)}{\cos\sigma\,\cos(\sigma - z)}}; \qquad \sigma_* = \frac{\varphi + \delta_* + z_*}{2}$$

$$\Delta U = \alpha_* \mp t - U_* \left\} \begin{matrix}\text{Ostvertikal}\\ \text{Westvertikal.}\end{matrix}\right.$$

Hierbei muß, wenn das Chronometer mittlere Zeit angibt, die aus der Rektaszension und dem Stundenwinkel folgende Sternzeit $\alpha_* \mp t = \theta_*$ in mittlere Zeit verwandelt werden, um in Verbindung mit U_* die Uhrkorrektion zu ergeben. Da die Zenitdistanzen des Mondsternes vor und nach den eigentlichen Mondbeobachtungen gemessen werden, läßt sich ein etwaiger Gang in den Uhrkorrektionen unmittelbar erkennen und berücksichtigen.

Das entsprechende ΔU wird nun mit der Uhrangabe $U_☽$ für die Mondzenitdistanz verbunden, um die mittlere Ortszeit zu ergeben; fügt man hierzu die genäherte Länge (λ), so erhält man in der Form $U_☽ + \Delta U + (\lambda)$ z. B. die mittlere Greenwicher Zeit, welche der Mondbeobachtung entspricht. Für die letztere entnimmt man durch Interpolation aus der zugehörigen Mond-

ephemeride die zunächst für das Erdzentrum geltenden Größen $R_{☾}$, $\pi_{☾}$ und $\delta_{☾}$, welche zur Reduktion der zum geographischen Zenit (s. S. 61) gehörigen Beobachtungen zweckmäßig auf die für den Durchschnittspunkt der im Beobachtungsorte errichteten Normalen mit der Erdachse (s. S. 282) geltenden Quantitäten $R'_{☾}$ $\pi'_{☾}$ und $\delta'_{☾}$ durch folgende Relationen gebracht werden müssen:

$$R'_{☾} = R_{☾} + \gamma \,.\, R_{☾}^2 \,.\, \cos z + \tfrac{1}{2}\gamma^2 R_{☾}^3 + \tfrac{1}{2}\gamma^2 R_{☾}^3 \cos^2 z$$

$$78)\quad \sin \pi'_{☾} = \frac{\sin \pi_{☾}}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 \varphi}},\; \delta'_{☾} = \delta_{☾} + e^2 \,.\, \pi'_{☾} \sin \varphi \cos \delta.$$

In diesen Formeln bedeutet $\gamma = \frac{a}{R_{☾}} \sin 1''$ das Verhältnis des äquatorialen Erdradius zum Mondradius, wobei $lg\gamma = 5{,}2495$ hier angenommen werden darf, und e bezeichnet die durch Erdabplattung bedingte Exzentrizität des Meridians, für welche hier $lg\, e^2 = 7{,}8244$ gesetzt werden kann.

Tafel für Vergrößerung des Mondhalbmessers.

$z_{☾}$	Halbmesser $R_{☾}$ des Mondes						$z_{☾}$
	14′ 30″	15′ 0″	15′ 30″	16′ 0″	16′ 30″	17′ 0″	
80°	2,4″	2,6″	2,8″	3,0″	3,2″	3,4″	80°
76	3,4	3,6	3,9	4,1	4,4	4,7	76
72	4,3	4,6	4,9	5,2	5,6	5,9	72
68	5,2	5,5	5,9	6,3	6,7	7,1	68
64	6,0	6,5	6,9	7,4	7,8	8,3	64
60	6,9	7,3	7,9	8,4	8,9	9,5	60
56	7,7	8,2	8,8	9,4	10,0	10,6	56
52	8,4	9,0	9,7	10,3	10,9	11,6	52
48	9,2	9,8	10,5	11,2	11,9	12,6	48
44	9,8	10,5	11,3	12,0	12,8	13,6	44
40	10,5	11,2	12,0	12,8	13,6	14,4	40
36	11,1	11,8	12,7	13,5	14,4	15,3	36
32	11,6	12,4	13,3	14,1	15,1	16,0	32
28	12,1	12,9	13,8	14,7	15,7	16,6	28
24	12,5	13,4	14,3	15,2	16,2	17,2	24
20	12,9	13,8	14,7	15,7	16,7	17,7	20
16	13,1	14,1	15,0	16,0	17,1	18,1	16
12	13,4	14,3	15,3	16,3	17,4	18,4	12
8	13,5	14,5	15,5	16,5	17,6	18,7	8
4	13,6	14,6	15,6	16,6	17,7	18,8	4
0	13,7	14,6	15,6	16,7	17,7	18,8	0

Die positive Korrektion von $R_{☽}$ auf $R'_{☽}$ läßt sich für die vorliegenden Zwecke genau genug aus der vorangehenden Tafel für die Vergrößerung des Mondhalbmessers je nach der scheinbaren Zenitdistanz jenes Gestirnes als vertikales und dem Mondhalbmesser als horizontales Argument entnehmen.

Auch die gleichfalls stets positive Korrektion von $\pi_{☽}$ auf $\pi'_{☽}$ läßt sich, für die Zwecke der Ortsbestimmung auf Reisen genau genug, aus der folgenden Tafel entnehmen, in welche mit der geographischen Breite φ als vertikales und mit der Horizontal-Äquatorial-Parallaxe $\pi_{☽}$ als horizontales Argument eingegangen wird:

φ	$\pi_{☽}$			φ	$\pi_{☽}$		
	53′	57′	61′		53′	57′	61′
0°	0,0″	0,0″	0,0″	40°	4,4″	4,7″	5,1″
2	0,0	0,0	0,0	42	4,8	5,1	5,5
4	0,1	0,1	0,1	44	5,1	5,5	5,9
6	0,1	0,1	0,1	46	5,5	5,9	6,3
8	0,2	0,2	0,2	48	5,9	6,3	6,8
10	0,3	0,3	0,4	50	6,2	6,7	7,2
12	0,5	0,5	0,5	52	6,6	7,1	7,6
14	0,6	0,7	0,7	54	6,9	7,5	8,0
16	0,8	0,9	0,9	56	7,3	7,9	8,4
18	1,0	1,1	1,2	58	7,5	8,0	8,6
20	1,2	1,3	1,4	60	8,0	8,6	9,2
22	1,5	1,6	1,7	62	8,3	8,9	9,5
24	1,8	1,9	2,0	64	8,6	9,2	9,9
26	2,0	2,2	2,4	66	8,9	9,5	10,2
28	2,3	2,5	2,7	68	9,1	9,8	10,5
30	2,7	2,9	3,1	70	9,4	10,1	10,8
32	3,0	3,2	3,4	72	9,6	10,3	11,1
34	3,3	3,6	3,8	74	9,8	10,6	11,3
36	3,6	3,9	4,1	76	10,0	10,8	11,5
38	4,0	4,3	4,6	78	10,2	10,9	11,7
40	4,4	4,7	5,1	80	10,3	11,1	11,9

Die endlich gleichfalls stets positive Reduktion von $\delta_{☽}$ auf $\delta'_{☽}$, nämlich $e^2 \pi'_{☽} \sin\varphi \cos\delta_{☽}$, verschwindet in äquatorialen Breiten und erreicht für größere nördliche oder südliche Polhöhen, z. B. bei $\varphi = \pm 60^0$ den Maximalwert ($\pi'_{☽} = 61' = 3660''$, $\delta_{☽} =$

von 21″,5, bei $\varphi = \pm 90^0$, auch erst den Betrag von 24″,3. Dieselbe läßt sich nach der obigen Formel 78), in welcher, wie schon erwähnt, $lg\, e^2 = 7{,}8244$ ist, sehr bequem und mit vierstelligen Logarithmen genau genug in Bogensekunden berechnen.

Zur Ermittelung des Stundenwinkels $t_☽$ muß nun schließlich noch die beobachtete Zenitdistanz des Mondrandes für Refraktion r, reduzierten Halbmesser $R'_☽$ und reduzierte Parallaxe $\pi'_☽$ verbessert werden, um auch für denjenigen Punkt der Erdaxe zu gelten, welcher von der im Beobachtungsorte errichteten Normalen getroffen wird (s. Fig. 9, Verlängerung von ON über N). Bezeichnet man die beobachtete Zenitdistanz mit $z_☽$, die für den Mondmittelpunkt geltende mit $z'_☽$ und die auf den oben erwähnten Punkt der Erdachse, für welchen auch $\delta'_☽$ gilt, reduzierte mit $z''_☽$, so gelten folgende Beziehungen:

$$79)\qquad z'_☽ = z_☽ + r \pm R'_☽ \left\} \begin{array}{l} \text{oberer Mondrand} \\ \text{unterer} \quad\;\; " \end{array} \right.$$

$$z''_☽ = z'_☽ - \pi'_☽ \,.\, \sin z'_☽ .$$

Nunmehr lassen sich mit der reduzierten Zenitdistanz $z''_☽$ die zugehörige reduzierte Monddeklination $\delta'_☽$ und die Ortsbreite verbinden, um den Stundenwinkel $t_☽$ des Mondes nach der für Zeitbestimmungen aus Zenitdistanzen geltenden Formel zu ermitteln. Auch hier soll die Tangentenformel verwendet werden, um $t_☽$ hinreichend genau aus fünfstelligen Logarithmen berechnen zu können; dieselbe lautet wie bekannt (s. S. 191):

$$52)\qquad tg\,\tfrac{1}{2}\,t_☽ = \sqrt{\frac{\sin(\sigma - \varphi)\,\sin(\sigma - \delta'_☽)}{\cos\sigma\,\cos(\sigma - z''_☽)}},$$

$$\sigma_☽ = \frac{\varphi + \delta'_☽ + z''_☽}{2}.$$

Hat man $t_☽$ gefunden und die zur Zenitdistanz $z''_☽$ gehörige mittlere Zeit $U_☽ + \varDelta U + (\lambda)$ in Sternzeit $\Theta_☽$ verwandelt, so ergibt sich die Mondrektaszension $\alpha'_☽$ aus der bekannten Relation:

$$51)\qquad \alpha'_☽ = \Theta_☽ \mp \frac{t}{15} \left\} \begin{array}{l} \text{nach} \\ \text{vor} \end{array} \right. \text{der Kulmination,}$$

je nachdem also die Zenitdistanz des Mondes in der Nähe des West- oder Ostvertikals gemessen worden ist.

Mit dieser, auf Grund der Beobachtungen hergeleiteten Rektaszension $\alpha'_☽$ vergleicht man nun die aus der Ephemeride für

$U_☾ + \varDelta U + (\lambda)$ interpolierte Mondrektaszension $\alpha_☾$, zu welcher noch der Zuwachs in einer Minute mittlerer Zeit von $\alpha_☾$ und $\delta_☾$, nämlich $\varDelta\alpha_☾$ und $\varDelta\delta_☾$ aus den Ephemeriden für den entsprechenden Beobachtungstag entnommen wird. Aus der Differenz $\alpha_☾ - \alpha'_☾$, den zugehörigen $\varDelta\alpha_☾$, $\varDelta\delta_☾$ und den Größen $t_☾$, $\delta_☾$, φ findet sich endlich die in Zeitminuten ausgedrückte Verbesserung der angenommenen Länge (stets östlich vom Nullmeridian gerechnet) in der Form:

$$80)\qquad \varDelta\lambda = \frac{\alpha_☾ - \alpha'_☾}{\varDelta\alpha + \frac{\varDelta\delta}{15}\left(\frac{tg\,\varphi}{sin\,t_☾} - \frac{tg\,\delta_☾}{tg\,t_☾}\right)}.$$

Zur Berechnung dieser Korrektion genügen, ebenso wie zur Auswertung des Stundenwinkels, fünfstellige Logarithmen. Sind mehrere Zenitdistanzen des Mondes in beiden Kreislagen des Instrumentes gemessen, was dringend geboten ist, so müssen die durch obige Formeln bezeichneten Rechnungen für jede einzelne Zenitdistanz besonders durchgeführt werden, mit Ausnahme der Schlußformel für $\varDelta\lambda$. Diese Längenverbesserung kann aus allen Beobachtungen auf einmal berechnet werden, indem die arithmetischen Mittel der Einzelwerte $\alpha_☾ - \alpha'_☾$, $t_☾$ und $\delta_☾$ in die obige Formel 80) für $\varDelta\lambda$ zur Einführung gelangen.

Zum Abschluß dieser einfachen und durchsichtigen Methode der Längenbestimmung aus Zenitdistanzen des Mondes seien noch einige Bemerkungen inbetreff der zu den Beobachtungen verwendeten zeit- und winkelmessenden Apparate gemacht. Geht die Uhr etwa nach Sternzeit, so fallen bei Berechnung von $\alpha'_☾$ die Reduktionen auf Sternzeit fort, aber zur Entnahme der Größen $\alpha_☾$, $\delta_☾$, $R_☾$, $\pi_☾$ aus den Ephemeriden müssen die entsprechenden mittleren Ortszeiten hergeleitet werden.

Wird für eine genäherte Orientierung in Länge nicht ein Universal, sondern nur der Libellenquadrant mit Einstellung der ganzen Mondscheibe verwendet, so vereinfachen sich die Rechnungen dadurch erheblich, daß in den obigen Formeln $R'_☾ = R_☾ = 0$ und $\pi'_☾ = \pi_☾$, $\delta'_☾ = \delta_☾$ gesetzt werden können.

Beispiel zur Längenmethode $2)_\lambda$.

Auf der Station Straßburg i. E. ($\varphi = +48^\circ 35' 0'',2$, $(\lambda) = 30^m 30^s$ östl. Gr.) sind vom Beobachter Wislicenus an einem Universal-

instrument mit Benutzung eines Sternzeitchronometers Zenitdistanzen des Mondes in der Nähe des Ostvertikals gemessen worden [1]). Gleichzeitig wurden vorher und nachher Zenitdistanzen des Sternes δ Geminorum beobachtet. Gesucht wird die an die genäherte östliche Länge (λ) anzubringende Verbesserung $\varDelta\lambda$.

1889 November 12, Dienstag p. m. $\varDelta Z = 0$, im Mittel aus fünf Bestimmungen während der Messungsreihe $i = +6'',8$, im Mittel aus zwei Bestimmungen vorher und nachher $c = -19'',1$. Barometer $0^0 = 760$ mm, Lufttemperatur $= +0^0,8$.

Stern δ Geminorum: $\alpha_* = 7^h\,13^m\,32^s,2$, $\delta_* = +22^0\,11'\,4'',4$.

Kreislage	Beobachtete Uhrzeit	Beobachtete Zenitdistanz	Refraktion	z_*
R	$1^h\,50^m\,16,0^s$	$64^0\ 1'\,35,9''$	$+1'\,62,8''$	$64^0\ 3'\,38,7''$
R	55 53,5	63 5 53,5	58,0	63 7 51,5
R	2 0 27,0	62 20 50,3	54,3	62 22 44,6
L	3 46,5	61 47 37,9	51,7	61 49 29,6
L	7 2,5	61 15 35,8	49,3	61 17 25,1
L	10 1,0	60 46 25,7	47,1	60 48 12,8
R	38 59,0	55 58 58,4	29,0	56 0 27,4
R	41 19,0	55 36 5,0	27,8	55 37 32,8
R	43 33,5	55 13 47,1	26,6	55 15 13,7
L	50 2,0	54 9 52,0	23,3	54 11 15,3
L	52 38,5	53 44 14,6	22,0	53 45 36,6
L	54 53,0	53 22 14,4	20,9	53 23 35,3

Aus der Reduktion dieser Zenitdistanzmessungen nach den Formeln der Methode zur Zeitbestimmung $1)_t$ (s. S. 191, 279) ergibt sich die von Instrumentalfehlern freie Uhrkorrektion $\varDelta U = +21^m\,37^s,7$, gültig für die Uhrzeit $2^h\,27^m$, welche für die späteren Rechnungen zu verwenden ist.

Die Beobachtungen des unteren Mondrandes gaben folgendes Beobachtungsschema:

[1]) Das Zahlenbeispiel ist dem schon erwähnten, 1891 erschienenen Handbuche der geographischen Ortsbestimmung von **Wislicenus**, S. 227 entnommen; die Rechnung weicht von der dort gegebenen etwas ab.

Mond, U. R.

Kreislage	Beobachtete Uhrzeit	Beobachtete Zenitdistanz	Refraktion	$z_☽$
L	$2^h\,19^m\,54{,}0^s$	60° 53′ 49,5″	+ 1′ 47,7″	60° 55′ 37,2″
L	23 57,5	60 14 57,4	45,0	60 16 42,4
L	26 8,5	59 53 52,6	43,5	59 55 36,1
R	29 51,0	59 19 36,6	41,2	59 21 17,8
R	32 0,0	58 59 2,0	39,9	59 0 41,9
R	34 7,0	58 38 32,7	38,5	58 40 11,2

Fügt man zu den Uhrzeiten der zweiten Kolumne in vorstehender Tafel die früher aus den Sternbeobachtungen gefundene Uhrkorrektion $\Delta U = +21^m\,37^s{,}7$, welche für die Mitte der Uhrzeiten gültig ist und daher die Uhrzeiten frei von Fehlern des Uhrganges ergibt, hinzu, so erhält man nach Interpolation der Mondkoordinaten α, δ für die einzelnen Momente der Beobachtung (nach Reduktion auf mittlere Ortszeit) und der Werte $\pi_☽$, $R_☽$, $\Delta\alpha_☽$, $\Delta\delta_☽$ für das Mittel der Beobachtungszeiten (nach Reduktion auf mittlere Ortszeit) die folgenden gegebenen Größen für den Mond:

$U + \Delta U$	$\alpha_☽$	$\delta_☽$	$R_☽$, $\Delta\alpha_☽$, $\pi_☽$, $\Delta\delta_☽$
$2^h\,41^m\,31{,}7^s$	$7^h\,23^m\,25{,}3^s$	+ 23° 27′ 34,0″	$R_☽ = 14'\,46'',3$
45 35,2	33,9	27,6	$\pi_☽ = 54'\;7'',3$
47 46,2	38,6	24,1	$\Delta\alpha_☽ = 2^s{,}1438$
51 28,7	46,5	18,3	$\Delta\delta_☽ = -1'',590$
53 37,7	51,1	14,9	
55 44,7	55,7	11,5	
	Im Mittel	+ 23° 27 21,7″	

Hierbei ist zu bedenken, daß $\Delta\alpha_☽$ und $\Delta\delta_☽$ die Änderungen der Mondkoordinaten in einer Minute mittlerer Zeit (s. S. 283) bedeuten sollen und daß behufs Interpolation der vorstehenden Mondwerte aus der Ephemeride die zugehörigen Sternzeiten der Beobachtung durch Benutzung der genäherten Länge (λ) erst in mittlere Zeiten des Ephemeridenmeridians zu verwandeln sind.

Nunmehr müssen die aus den Ephemeriden entnommenen und für den Erdmittelpunkt geltenden Werte $R_☾$ und $\pi_☾$ entsprechend der Formel 78) in die für den Durchschnittspunkt der zum Beobachtungsort Normalen mit der Erdachse gültigen $R'_☾$ und $\pi'_☾$ transformiert werden, um nach Formel 79) die für den Mondmittelpunkt und das geographische Zenit des Beobachtungsortes ($\varphi = 48^0,6$) gültige Zenitdistanz $z''_☾$ herleiten zu können. Zur Verwandlung von $R_☾$ in $R'_☾$ wird die Tafel S. 280, und entsprechend für Herleitung von $\pi'_☾$ aus $\pi_☾$ die Tafel S. 281 mit genügender Genauigkeit für die vorliegenden Zwecke benutzt. Es ergibt sich dann die folgende Zusammenstellung:

$z_☾$ U. R.	$R'_☾$ aus Tafel für Vergrößerung von $R_☾$	$z'_☾$ Formel 79)	$\pi'_☾ = 54'13'',4 = 3253'',4$ nach Tafel S. 281		$z''_☾$ nach Formel 79)
			$lg\ \pi'_☾\ sin\ z'_☾$	$\pi'_☾\ sin\ z'_☾$	
60° 55′ 37,2″	14′ 53,2″	60° 40′ 44,0″	3,4527	47′ 16,0″	59° 53′ 28,0″
60 16 42,4	53,3	60 1 49,1	3,4499	46 57,7	59 14 51,3
59 55 36,1	53,4	59 40 42,7	3,4484	46 48,0	58 53 54,7
59 21 17,8	53,5	59 6 24,3	3,4458	46 31,3	58 19 52,9
59 0 41,9	53,6	58 45 48,3	3,4443	46 21,6	57 59 26,7
58 40 11,2	53,7	58 25 17,5	3,4427	46 11,4	57 39 6,1

Um nun die Formel 52) behufs Herleitung der zu den einzelnen Mondbeobachtungen gehörigen Stundenwinkel benutzen zu können, müssen noch die aus der Ephemeride entnommenen, für das Erdzentrum geltenden $\delta_☾$ nach Formel 78) in Deklinationen, die für das geographische Zenit (s. S. 280) des Beobachtungsortes gültig sind, verwandelt werden.

Es ist aber

$$\begin{aligned} lg\, e^2 &= 7{,}8244 \\ lg\, \pi'_☾ &= 3{,}5123 \\ lg \sin \varphi &= 9{,}8751 \\ lg \cos \delta &= 9{,}9625 \end{aligned}$$

$$lg\, e^2 \pi'_☾ \sin \varphi \cos \delta = 1{,}1743, \text{ also } \delta'_☾ - \delta_☾ = 14'',9.$$

Jetzt erhält man zur Bildung der Stundenwinkel nach Formel 52) die folgende Zusammenstellung, entsprechend der Ortsbreite $\varphi = +48^0\,35'\,0'',2$:

$\delta'_☽ = \delta_☽ + 14'',9$	$\frac{\varphi + \delta'_☽ + z''_☽}{2} = \sigma$	$lg\,tg\,{}^1/_2\,t_☽$	$t^0_☽$	$t^h_☽$
23°27′48,9″	65°58′ 8,5″	9,848 856	70°27′ 3,4″	4h 41m 48,2s
42,5	65 38 47,0	9,840 989	69 28 32,6	37 54,2
39,0	65 28 17,0	9,836 702	68 56 48,6	35 47,2
33,2	65 11 13,1	9,829 705	68 5 16,2	32 21,1
29,8	65 0 58,3	9,825 484	67 34 19,4	30 17,3
26,4	65 50 46,3	9,821 266	67 3 31,2	28 14,1
		Im Mittel	68°25′ 55,2″	

Fügt man zu den in Sternzeit ausgedrückten und aus der Beobachtung folgenden Stundenwinkeln des Mondes die für Uhrkorrektion verbesserten Sternzeit-Chronometerablesungen $U + \Delta U$ hinzu, in diesem Falle positiv, da die Beobachtungen am Ost-Vertikal erfolgten, so ergeben sich nach Formel 51) die beobachteten Mondrektaszensionen $\alpha'_☽$, welche mit den aus der Ephemeride entnommenen $\alpha_☽$ zur weiteren Rechnung nach Formel 80) im folgenden zusammengestellt sind:

$t^h_☽$	$U + \Delta U$	$\alpha'_☽$ Beobachtung	$\alpha_☽$ Ephemeride	$\alpha_☽ - \alpha'_☽$
4h 41m 48,2s	2h 41m 31,7s	7h 23m 19,9s	7h 23m 25,3s	+ 5,4s
37 54,2	45 35,2	29,4	33,9	+ 4,5
35 47,2	47 46,2	33,4	38,6	+ 5,2
32 21,1	51 28,7	49,8	46,5	— 3,3
30 17,3	53 37,7	55,0	51,1	— 3,9
28 14,1	55 44,7	58,8	55,7	— 3,1
			Im Mittel	+ 0,80s

Nunmehr kann schließlich die Verbesserung $\Delta\lambda$ der angenommenen Länge $(\lambda) = 30^m\,30^s$ östl. Gr. nach Formel 80), diesmal unter Zugrundelegung von Mittelwerten für $t_☽$, $\delta_☽$ und $\alpha_☽ - \alpha'_☽$, berechnet werden.

$$lg\,tg\,\varphi = 0{,}054\,46 \qquad lg\,tg\,\delta_☽ = 9{,}637\,38$$
$$lg\,sin\,t_☽ = 9{,}968\,48 \qquad lg\,tg\,t_☽ = 0{,}403\,09$$
$$lg\,\frac{tg\,\varphi}{sin\,t} = 0{,}085\,98 \qquad lg\,\frac{tg\,\delta}{tg\,t} = 9{,}234\,29$$
$$\text{Numerus} = 1{,}218\,93 \qquad \text{Numerus} = 0{,}171\,51$$

$$lg\left(\frac{tg\,\varphi}{sin\,t} - \frac{tg\,\delta}{tg\,t}\right) = 0{,}020\,12 \qquad lg\,\Delta\,\delta = 0{,}201\,40_n$$
$$lg\,15 = 1{,}176\,09$$

$$lg\frac{\Delta\,\delta}{15} = 9{,}025\,31_n \qquad lg\frac{\Delta\,\delta}{15} = 9{,}025\,31_n$$

$$lg\frac{\Delta\,\delta}{15}\left(\frac{tg\varphi}{sint} - \frac{tg\delta}{tgt}\right) = 9{,}045\,43_n \qquad lg\,\Delta\,\alpha = 0{,}331\,18$$

Numerus $= -0{,}111\,03$ Numerus $= 2{,}143\,78$

$$lg\left[\Delta\,\alpha + \frac{\Delta\,\delta}{15}\left(\frac{tg\,\varphi}{sin\,t} - \frac{tg\,\delta}{tg\,t}\right)\right] = 0{,}308\,08$$
$$lg(\alpha_{\text{D}} - \alpha'_{\text{D}}) = 9{,}903\,09$$
$$lg\,\Delta\,\lambda = 9{,}595\,01$$
$$\Delta\,\lambda = 0^m{,}394 = 23^s{,}6.$$

Daher ist die gesuchte Länge

$\lambda = (\lambda) + 23^s{,}6 =$ $30^m\ 53^s{,}6$ östl. Greenwich.

3)$_\lambda$. Bestimmung der Längendifferenz durch Zeitübertragung mittels Chronometer.

Wenn nach einer der beiden vorstehenden Methoden (1_λ oder 2_λ) die geographische Länge eines Punktes auf der Erdoberfläche bestimmt worden ist, oder wenn diese Koordinate anderweitig auf astronomischem Wege ermittelt vorliegt, so lassen sich aus Längenunterschieden benachbarter Orte gegen den ersten Beobachtungspunkt auch die Längen jener Orte finden. Ein häufig und mit Vorteil anzuwendendes Verfahren zur Bestimmung des Längenunterschiedes zweier Orte besteht in der direkten Übertragung der Zeit von einem zum anderen Orte mittels Chronometer, wobei natürlich an beiden Stellen auch genauere Zeitbestimmungen, womöglich mit demselben Instrument und von demselben Beobachter, ausgeführt werden müssen.

Am Orte A_0 sei der Stand ΔU_0 des Chronometers gegen Ortszeit T_0 zur Zeit U_0, sowie auch sein täglicher Gang $\Delta^2 U_0$ bestimmt. Darauf wird das Chronometer nach dem Orte A_w gebracht und dort wieder der Stand ΔU_w gegen Ortszeit T_w zur Zeit U_w bestimmt. Alsdann gelten zur Uhrzeit U_w, also nach dem Chronometertransport vom östlichen zum westlichen Orte, die folgenden Relationen:

für A_o ist $T_o = U_w + (U_w - U_o)\,\frac{\Delta^2 U_o + \Delta^2 U_w}{2} + \Delta U_o$

für A_w ist $T_w = U_w + \Delta U_w$.

Aus der Subtraktion dieser beiden Gleichungen folgt die Längendifferenz:

$$\text{81)}\quad \begin{aligned} \lambda_{o,w} &= T_o - T_w = \Delta U_o - \Delta U_w \\ &\qquad + (U_w - U_o)\,\frac{\Delta^2 U_o + \Delta^2 U_w}{2}, \\ \lambda_{w,o} &= T_w - T_o = \Delta U_w - \Delta U_o \\ &\qquad + (U_o - U_w)\,\frac{\Delta^2 U_o + \Delta^2 U_w}{2}, \end{aligned}$$

welche lediglich in Funktion der an beiden Orten gefundenen Uhrstände und Uhrgänge auftritt, letztere nur für die Zeit des Chronometertransportes gültig. Hierbei sind die täglichen Gänge $\Delta^2 U_o$, $\Delta^2 U_w$ für 24 Chronometerstunden ausgedrückt und die Differenzen der Uhrzeiten $(U_w - U_o)$ bzw. $(U_o - U_w)$ in Tagesteilen berechnet zu verstehen.

Die obere der Gleichungen 81) gilt für einen Chronometertransport vom östlichen zum westlichen Ort, die untere für den umgekehrten Fall einer Zeitübertragung von Westen nach Osten.

Könnte man annehmen, daß der Gang des Chronometers durch den Transport sich nicht ändert, so würde im obigen Ausdruck für die Längendifferenz an Stelle von $\frac{\Delta^2 U_o + \Delta^2 U_w}{2}$ einfach $\Delta^2 U$ treten, also ein einheitlich vorausgesetzter täglicher Gang. Diese Annahme trifft in Wirklichkeit niemals zu, selbst wenn die Reisen zwischen den Bestimmungsorten schnell und mit großer Schonung der möglichst gut ausgewählten Uhr bewirkt werden. Auch die Gangermittelung auf der ersten und zweiten Station genügt, streng genommen, nicht, um die Zeitübertragung von allen Fehlern des Uhrganges während des Transportes zu befreien. Zu diesem Zwecke empfiehlt es sich vielmehr, die Gangfehler des Chronometers aus dem Ergebnis der Längenbestimmung nach Möglichkeit zu eliminieren, indem erstens eine größere Zahl von Chronometern mitgenommen wird, die während des Transportes häufig miteinander zu vergleichen sind und zweitens, indem mehrere Hin- und Herreisen zwischen den beiden Stationen ausgeführt werden. Hierbei bewährt es sich, das eigentliche Beob-

achtungschronometer nach Sternzeit und die Reserveuhren nach mittlerer Zeit gehen zu lassen, nicht sowohl zur Erleichterung der Zeitbestimmungen mit Fixsternen, als auch, um durch Koinzidenzbeobachtungen zwischen der Beobachtungsuhr und den Reservechronometern die Uhrvergleichungen selbst genauer zu gestalten.

Beispiel zur Längenbestimmung 3)λ.

Um die Längendifferenz einer Beobachtungsstation auf der im Indischen Ozean gelegenen Insel Mauritius gegen Greenwich zu ermitteln, wurde von Gill mit vier Chronometern eine Zeitübertragung zwischen Greenwich und Mauritius, also von Westen nach Osten ausgeführt. Für die vier Chronometer sind vor der Abreise von Greenwich, Juni 17, $0^h 9^m$ p. m. und nach der Ankunft auf Mauritius, August 6, $20^h 14^m$ a. m. folgende Uhrstände und tägliche Gänge ermittelt worden:

Chronometer	ΔU_w	ΔU_o	$\Delta^2 U_w$	$\Delta^2 U_o$	$\frac{1}{2}(\Delta^2 U_w + \Delta^2 U_o)$
I	$-0^h 2^m 46{,}1^s$	$+3^h 46^m 41{,}5^s$	$-1{,}24^s$	$-0{,}60^s$	$-0{,}92^s$
II	$-0\ 5\ 37{,}6$	$+3\ 41\ 50{,}2$	$-3{,}77$	$-3{,}48$	$-3{,}63$
III	$-0\ 5\ 15{,}7$	$+3\ 42\ 49{,}3$	$-2{,}67$	$-2{,}68$	$-2{,}68$
IV	$-0\ 4\ 59{,}2$	$+3\ 43\ 56{,}5$	$-2{,}27$	$-0{,}96$	$-1{,}62$

Die Zwischenzeit, in Tagen ausgedrückt, beträgt $U_o - U_w = 49^d{,}837$, $lg\,(U_o - U_w) = 1{,}697\,55$. Daher folgt nach Formel 81):

$lg\ \frac{1}{2}(\Delta^2 U_w + \Delta^2 U_o)$	$lg(U_o - U_w) \cdot \frac{1}{2}(\Delta^2 U_w + \Delta^2 U_o)$	$(U_o - U_w) \cdot \frac{1}{2}(\Delta^2 U_w + \Delta^2 U_o)$	$\Delta U_w - \Delta U_o$
$9{,}963\,79_n$	$1{,}661\,34_n$	$-0^m 45{,}8^s$	$-3^h 49^m 27{,}6^s$
$0{,}559\,91_n$	$2{,}257\,46_n$	$-3\ 0{,}9$	$-3\ 47\ 27{,}8$
$0{,}428\,13_n$	$2{,}125\,68_n$	$-2\ 13{,}6$	$-3\ 48\ 5{,}0$
$0{,}209\,51_n$	$1{,}907\,06_n$	$-1\ 20{,}7$	$-3\ 48\ 55{,}7$

Durch Addition der beiden letzten Kolumnen ergeben sich für $\lambda_{w,o} = \Delta U_w - \Delta U_o + (U_o - U_w)^d\ \frac{1}{2}(\Delta^2 U_w + \Delta^2 U_o)$ die schließlichen Werte für die Längendifferenz der Station auf Mauritius:

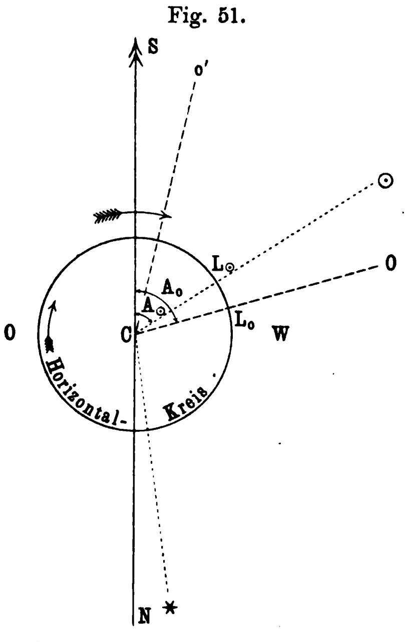
$$\lambda_{w,o} = -3^h 50^m 13{,}4^s$$
$$28{,}7$$
$$18{,}6$$
$$16{,}4$$

Im Mittel $\lambda = -3^h 50^m 19{,}3^s$ (östlich von Greenwich).

Azimutbestimmungen.

Allgemeines. Für die vollständige geographische Orientierung auf der Erdoberfläche, für Vermessungen und kartographische Aufnahmen ist, abgesehen von Zeit, Breite und Länge, deren Bestimmungen in den vorangehenden Abschnitten erörtert wurden, noch die Ermittelung des Azimuts von terrestrischen Objekten notwendig, die nunmehr kurz besprochen werden soll. Unter Umständen können sogar bei Terrainaufnahmen Azimutdifferenzen statt der Längendifferenzen mit Vorteil benutzt werden, da eine Strecke auf der Erdoberfläche nicht nur durch geographische Breiten und Längen beider Endpunkte vollständig gegeben wird, sondern auch durch Breiten und zugehörige Azimute bestimmt werden kann. Azimute sind aber, wie alsbald gezeigt wird, viel leichter zu ermitteln als Längen.

Fig. 51.



Schema einer Azimutbestimmung am Horizontalkreise.

Man versteht unter dem Azimut eines terrestrischen Objektes, bezogen auf einen ganz bestimmten Beobachtungspunkt, den Winkel, welchen die durch das Objekt gelegte Vertikalebene am Ort mit der zu jenem Beobachtungspunkte gehörigen Meridianebene bildet. Man kann daher das Azimut auch definieren (s. Fig. 51) als den Horizontalwinkel zwischen der Mittagslinie S, N des Ortes und der auf den Horizont projizierten Richtungslinie vom Beobachtungspunkt nach dem anvisierten Objekte (C, O), also als den Winkel SCO.

In der Astronomie zählt man (s. S. 4) die Azimute der Gestirne wie der terrestrischen Objekte auf der nördlichen Erdhalbkugel stets vom Südende der Mittagslinie ab nach Westen von 0° bis 360°; auf südlichen Breiten dagegen wird als Nullpunkt der Azimutzählung über Westen von 0° bis 360° das Nordende der Mittagslinie gewählt. In der Geodäsie rechnet man für nördliche Breiten das Azimut von Norden über Osten von 0° bis 360°, für Südbreiten dagegen von Süden über Osten ebenfalls von 0° bis 360°. Im folgenden soll die astronomische Zählweise der Azimute beibehalten werden, wenn nichts besonderes angegeben ist.

Die Methoden zur Bestimmung des Azimutes terrestrischer Objekte lassen sich in genäherte und genauere sondern. Erstere, bei welchen auch Breite und Zeit nur beiläufig bekannt zu sein brauchen, geben im Richtungswinkel höchstens die einzelne Bogenminute, reichen also für einfachere Terrainaufnahmen völlig aus. Falls die Azimute etwa nur auf $^1/_{10}$-Grade verlangt werden, können an Stelle von Universalinstrumenten auch Libellenquadranten, welche auf einem Stativ mit Azimutalkreis montiert sind (s. Fig. 46), zur Messung verwendet werden. Die genaueren Azimutbestimmungen dagegen, bei denen Breite und Uhrkorrektion auch ziemlich sicher bekannt sein müssen, lassen sich je nach Größe der zu den Beobachtungen benutzten Reise-Universale bis auf die Bogensekunde genau oder selbst noch schärfer ausführen.

Kennt man am Horizontalkreise eines Universalinstrumentes (s. Fig. 34) oder eines Libellenquadranten (s. Fig. 46) die Richtung der Mittagslinie, so läßt sich unmittelbar daraus das Azimut der Richtung nach irgend einem terrestrischen Objekte finden (s. Fig. 51, A_0). Dasselbe gilt auch für den umgekehrten Fall, wenn aus dem bekannten Azimute eines Objektes die Mittagslinie am Horizontalkreise hergeleitet werden soll.

Zur genäherten Kenntnis der Meridianrichtung an einem bestimmten Beobachtungspunkte kann man nun auf verschiedenen Wegen kommen.

Ist für einen Ort z. B. die Abweichung zwischen dem magnetischen und astronomischen Meridian, also die Deklination der Magnetnadel bekannt, so läßt sich zunächst aus der am Horizontal-

kreise abgelesenen Richtung der Magnetnadel einer mit dem Kreise verbundenen Bussole sofort die astronomische Meridianlinie am Instrument finden.

Wenn ferner ein Gestirn kurz vor seiner oberen Kulmination im Meridian mit dem Fernrohr eines Universals verfolgt wird, bis seine Höhenänderung aufhört, so erhält man gleichfalls die genäherte Richtung der Mittagslinie, da im Meridian die Höhenänderung eines Gestirnes verschwindet (s. S. 19, Formel 10).

Diese beiden Methoden, bei denen weder die Ortsbreite noch die Zeit bekannt zu sein braucht, sind allerdings noch ziemlich roh und eigentlich nur für Pfeilerorientierungen oder allenfalls auch zur ersten Aufnahme von Terrainskizzen ausreichend.

Kennt man dagegen Uhrkorrektion und Länge ziemlich genau, also auch die Ortssternzeit, so findet sich die Richtung des astronomischen Meridians am Horizontalkreise eines gut berichtigten Universals wesentlich schärfer, wenn man einen bekannten Stern in höheren Deklinationen, kurz vor seiner Kulmination, im Fernrohr einstellt, und letzteres so lange im Azimut verstellt, bis derselbe Stern zur Sternzeit seiner Kulmination, welche mit seiner scheinbaren, im astronomischen Jahrbuche gegebenen Rektaszension identisch ist, genau auf dem vertikalen Mittelfaden steht.

Das sind drei sehr expedite, wenn auch mehr oder weniger genäherte Methoden zur schnellen Orientierung eines Universals oder eines mit Horizontalkreis versehenen Libellenquadranten im Meridian.

Eine vierte Methode zur genaueren Bestimmung der Meridianrichtung am Universal sei der Vollständigkeit halber an dieser Stelle auch erwähnt, obwohl sie wesentlich mehr Zeit in Anspruch nimmt. Sie besteht in der Beobachtung gleicher und korrespondierender Zenitdistanzen eines Gestirnes vor und nach der Kulmination nebst den zugehörigen Ablesungen des Azimutalkreises. Ist das beobachtete Gestirn ein Fixstern, so gehören zu gleichen Stundenwinkeln auf beiden Seiten des Meridians auch gleiche Zenitdistanzen, und die Meridianrichtung am Horizontalkreise eines möglichst vollkommen berichtigten Universals liegt in der Mitte zwischen den beiden Azimutalablesungen, welche die Einstellung der beiden durch die gleichen Zirkummeridianzenitdistanzen des Sternes bestimmten Vertikalebenen ergibt.

Wird zu diesen Einstellungen ein Gestirn mit eigener Bewegung, z. B. die Sonne, benutzt, so muß der am Horizontalkreise des Universals unmittelbar gefundene Meridianpunkt noch um den Betrag $\mp \frac{\Delta\delta}{2\cos\varphi \sin t}$ korrigiert werden, wo $\Delta\delta$ die Deklinationsänderung des Gestirnes in der Zwischenzeit der Beobachtung bedeutet (das negative Zeichen für zunehmende, das positive für abnehmende Deklinationen) an einem im Sinne der Azimutzählung bezifferten Horizontalkreise (s. Fig. 51).

Hierzu sei ein einfaches Beispiel gegeben: Auf einer Station ($\varphi = +48^\circ 12'$, $\lambda = 1^h 5^m$ östl. Gr.) sind an einem Universal mit Mikroskopablesung gleiche Zirkummeridianzenitdistanzen des oberen Sonnenrandes zur Bestimmung der Meridianrichtung beobachtet worden.

Mittlere Ortszeit	Ablesung am Horizontalkreise	Zwischenzeit	Beobachteter Meridianpunkt	Zeitgleichung und $\Delta\delta$ nach dem N. A.
1885 Dez. 30:	L_o:		$\frac{1}{2}(L_o + L_w)$:	
$22^h 44^m 11^s,7$	$242^\circ 5' 20'',7$	$2^h 38^m 26^s,1$	$261^\circ 3' 17'',5$	Ztgl. $= -3^m 22^s,9$
1885 Dez. 31:	L_w:			$\Delta\delta = +27'',4$
$1^h 22^m 37^s,8$	$280^\circ 1' 14'',2$			

Nach Maßgabe der Zeitgl. = M. Zt. — W. Zt. fand der wahre Ortsmittag um $0^h 3^m 22^s,9$ statt, und die den Beobachtungszeiten entsprechenden Stundenwinkel sind:

$$\begin{aligned} t_o &= 1^h 19^m 11,2^s = 19^\circ 47' 48'' \\ t_w &= 1\ \ 19\ \ 14,9 = 19\ \ 48\ \ 44 \\ \hline \text{Im Mittel } t_\odot &= 19^\circ 48' 16''. \end{aligned}$$

Zur Berechnung der Korrektion $dA = \frac{\Delta\delta}{2\cos\varphi \sin t}$ erhält man:

$$\begin{aligned} lg\ \tfrac{1}{2}\Delta\delta = lg\ 13'',7 &= 1,136\,72 \qquad & lg\ \cos\varphi &= 9,823\,82 \\ &\ 9,353\,78\,(*) & lg\ \sin t &= 9,529\,96 \\ \hline &\ 1,782\,94 & &\ 9,353\,78\,(*) \\ dA &= 1'\,0'',7. \end{aligned}$$

Da die Sonnendeklination in der Zwischenzeit zunimmt ($\Delta\delta$ positiv), wird die Verbesserung des beobachteten Meridianpunktes

negativ, und man erhält für den Südpunkt am Horizontalkreise des Universals:

$$\begin{aligned} {}^1/_2\,(L_o + L_w) &= 261^\circ\,3'\,17{,}5'' \\ \varDelta A &= -\;\;1\;\;\;0{,}7 \end{aligned}$$

Meridianpunkt: 261° 2′ 17″.

1)$_A$. Genäherte Azimutbestimmung.

Will man das Azimut eines terrestrischen Objektes etwa auf eine Bogenminute genau an einem kleinen Universal bestimmen, so braucht man die Ortsbreite ungefähr auf 15′, die Ortszeit etwa auf 1^m, also beide Größen nur innerhalb sehr weiter Grenzen zu kennen und verfährt alsdann folgendermaßen.

Am Horizontalkreise eines sorgfältig über dem Zentrum der Beobachtungsstation aufgestellten und möglichst fehlerfrei berichtigten Universals wird eine direkte Winkelmessung zwischen der Sonne, einem der großen Planeten (Venus, Mars, Jupiter und Saturn) oder einem hellen Fixstern einerseits und dem terrestrischen Objekte andererseits ausgeführt. Hierzu bestimmt man nach der Uhr den Moment des Durchganges (z. B. der Sonne) durch den vertikalen Mittelfaden im Fernrohr und liest die zu jener Richtung nach der Sonne gehörige Stellung am Horizontalkreise ab. Damit ist die Horizontalprojektion nach der Sonne $L_\odot$ (s. Fig. 51) festgelegt. Visiert man jetzt nach dem irdischen Objekte O, dessen Mitte auf den vertikalen Mittelfaden im Fernrohr eingestellt wird, und liest am Horizontalkreise die zugehörige Stellung L_o ab, so findet man, sobald das Azimut der Sonne $A_\odot$ bekannt ist, das gesuchte Azimut A_o des terrestrischen Objektes aus der einfachen Relation:

$$A_o = A_\odot + L_o - L_\odot. \tag{82}$$

Hierbei ist der gewöhnliche Fall vorausgesetzt, daß die Ablesungen am Horizontalkreise (s. Fig. 51), wie die astronomische Azimutzählung am Himmel, von Süden über Westen, also im Sinne des Uhrzeigers wachsen und daß durch die Azimutaldrehungen bei ruhendem Kreise die Nonien- oder Mikroskopträger sich bewegen. Würden bei gleicher Zählweise der Teilung die Träger ruhen und der Kreis sich bewegen, so müßte an Stelle der Differenz $L_o - L_\odot$ der Ausdruck $L_\odot - L_o$ treten.

Die obige Gleichung enthält auf der rechten Seite außer der am Kreise bestimmten Winkeldifferenz $L_0 - L_{\odot}$, welche für eine im Sinne der Azimutzählung gegen das Objekt zurückbleibende Sonne positiv, für eine in demselben Sinne vorauseilende Sonne aber negativ ist, nur das Sonnenazimut $A_{\odot}$ als Unbekannte. Dasselbe läßt sich jedoch unmittelbar und ohne Rechnung, nur mit einfacher Interpolation bis auf Bogenminuten genau, aus den bekannten Azimuttafeln finden. Die im Teil II (s. S. 73) erwähnten Ebsenschen Tafeln, in welche mit der genäherten Ortsbreite, mit der genäherten wahren Ortszeit und mit der aus dem astronomischen Jahrbuche bekannten Sonnendeklination eingegangen wird, ergeben bis auf sechs Bogenminuten genau die jeweiligen Azimute der Sonne, der großen Planeten und der Fixsterne innerhalb der Deklinationszone von 0° bis $\pm 29°$ und für Stationen vom Erdäquator bis zur Breitenzone von $\pm 72°$. Etwas genauere Azimute, bis auf eine Bogenminute, gestatten die entsprechenden englischen Tafeln von Burdwood und Davis zu entnehmen, die jedoch in der Deklinationszone bei den Grenzen $\pm 24°$ und in der Breitenzone bei $\pm 60°$ aufhören.

Für den Fall, daß man das Azimut des beobachteten Gestirnes nicht aus einer Tafel entnehmen kann, läßt sich dasselbe auch sehr bequem nach den bereits in Teil I (s. S. 12) gegebenen Formeln

$$3) \qquad tg\, A = \frac{tg\, t\, \cos M}{\sin(\varphi - M)}, \qquad tg\, M = tg\, \delta\, \sec t$$

berechnen, wo $t = 15(U + \varDelta U - \alpha)$ und der Quadrant für den Hilfswinkel M so zu wählen ist, daß das Vorzeichen von $\sin M$ mit demjenigen von $tg\, \delta$ und das von $\cos M$ mit dem von $\cos t$ übereinstimmt.

Bei Ausführung der Beobachtungen zur genäherten Azimutbestimmung bis auf die Bogenminute genau genügt es, im Gegensatz zur genaueren, nur mittels polnaher Sterne durchzuführenden Azimutmethode (s. S. 299), die in Verbindung mit terrestrischen Einstellungen weitaus bequemsten Sonnenmessungen zu verwenden. Dabei empfiehlt es sich, an der Uhr Durchgänge des vorangehenden sowie nachfolgenden Sonnenrandes zu beobachten und aus dem Mittel beider die Passage des Sonnenmittelpunktes durch den vertikalen Mittelfaden herzuleiten. Bei derartigen

genäherten Azimutbestimmungen läßt sich die Neigung des Universals unschwer verschwindend klein halten, dagegen muß man sich vor den Einwirkungen eines gelegentlich beträchtlichen Kollimationsfehlers auf die Resultate schützen. Die Azimutmessungen sind daher symmetrisch auf beide Kreislagen des Universals zu verteilen, und die zweckmäßigste Anordnung der Beobachtungen dürfte die folgende sein:

Objekt

Kr. Rechts: ⊙| ——— |⊙

Kr. Links: ⊙| ——— |⊙

Objekt

Beispiel zur genäherten Azimutmethode $1)_A$.

Vom N.-O.-Pfeiler der Plattform auf der Berliner Sternwarte wurde das Azimut einer nach Norden auf dem Dache des Schauspielhauses stehenden Figur mittels Sonnenbeobachtungen an einem kleinen Universal mit Nonienablesung bestimmt.

1881 April 10. Station: Sternwarte Berlin, N.-O.-Pfeiler; Instrument: Universal von Ertel; Uhr: Sternzeit-Chronometer; Beobachter: Marcuse.

$i = +20''$, $(\Delta U) = 0^s$; $\varphi = 52^0\,30',3$, $\delta_\odot = +8^0\,5',3$.

Kreis	Horizontalkreis-Einstellung im Mittel aus beiden Nonien		$L_0 - L_\odot$ (s. Gl. 82)	Durchgang der Sonnenränder in St.-Zt.
	Objekt	Sonne		
R.	207° 13',2	9° 18',1	197° 55',1	19h 32m 11s ⊙| 34 25 |⊙
L.	27° 13',3 (387)	192° 11',9	195° 1',4	19h 40m 55s ⊙| 43 9 |⊙

Um nun das Azimut der Sonne zu finden, sind aus der letzten Kolumne zunächst die Durchgänge des Sonnenmittelpunktes durch den vertikalen Mittelfaden in Sternzeit, mittlerer und wahrer Zeit herzuleiten, um den jeweiligen Stundenwinkel der Sonne zu erhalten. Es ergibt sich:

Kreis	Durchgang der Sonne durch den Mittelfaden			$t_\odot$
	Sternzeit	Mittlere Zeit	Wahre Zeit	
R.	$19^h\,33^m\,18^s$	$22^h\,53^m\,38^s$	$22^h\,52^m\,22^s$	$-1^h\,7^m\,38^s$ $= -16^\circ 54',5$
L.	19 42 2	23 2 21	23 1 5	$-0^h\,58^m\,55^s$ $= -14^\circ 43',7$

Die weitere Berechnung des Sonnenazimuts geschieht nach Formel 3) (s. S. 296):

	K. R.	K. L.
$lg\,tg\,\delta_\odot =$	9,152 63	9,152 63
$lg\cos t_\odot =$	9,980 81	9,985 49
$lg\,tg\,M =$	9,171 82	9,167 14
$M =$	$8^\circ 26',9$	$8^\circ 21',5$
$\varphi - M =$	$44^\circ\ 3',4$	$44^\circ\ 8',8$
$lg\cos M =$	9,995 26	9,995 36
$lg\,tg\,t_\odot =$	$9{,}482\,84_n$	$9{,}419\,75_n$
	$9{,}478\,10_n$	$9{,}415\,11_n$
$lg\sin(\varphi - M) =$	9,842 21	9,842 92
$lg\,tg\,A_\odot =$	$9{,}635\,89_n$	$9{,}572\,19_n$
$A_\odot =$	$-23^\circ 23',0$	$-20^\circ 28',6$
$=$	$(336^\circ 37',0)$	$(339^\circ 31',4)$
$L_o - L_\odot =$	$197^\circ 55',1$ (s. S. 297)	$195^\circ\ 1',4$
$A_o^r =$ / $A_o^l =$	$174^\circ 32',1$	$174^\circ 32',8$.

Im Mittel aus beiden Kreislagen ergibt sich also das genäherte Azimut des terrestrischen Objektes zu $174^\circ 32',5$ von Süden über Westen gezählt oder zu $5^\circ 27',5$ von der astronomischen Nordrichtung nach Westen abstehend.

Mit vorstehender Azimutmessung wurde zugleich eine Höhenbestimmung desselben terrestrischen Objektes verbunden, welche durch Ablesung des Höhenkreises am Universal die folgenden Zahlen ergab:

Kreis	Höhenkreiseinstellung im Mittel aus beiden Nonien, korr. für Höhenlibelle	Zenitpunkt am Höhenkreise $Z = \frac{1}{2}(R+L)$	Zenitdistanz $z = \frac{1}{2}(R-L)$
R.	51° 0′ 46″		
	(411°)	322° 5′ 54″	88° 54′ 52″
L.	233° 11′ 2″		

Daraus folgt eine Höhe von 1° 5′ 8″ über dem Horizont des Beobachtungspunktes für das eingestellte terrestrische Objekt.

2)$_A$. Genauere Azimutbestimmung.

Will man das Azimut eines terrestrischen Objekts bis auf die Bogensekunde oder sogar noch auf Bruchteile derselben genau bestimmen, so erfolgt am Universal eine direkte Winkelmessung zwischen den Richtungen nach dem Objekt und nach einem polnahen, möglichst hellen Stern.

Ausgehend von der obigen einfachen Formel 82), in welcher nunmehr die Kreisablesung L_* an Stelle von $L_\odot$ tritt, ist ferner zu bedenken, daß die Ablesungen L_o und L_* des Horizontalkreises am Universal jetzt noch von dem Einfluß der Neigung der Horizontalachse und des Kollimationsfehlers der Visierlinie befreit werden müssen. Endlich muß auch bei unmittelbarer Entnahme der scheinbaren Rektaszensionen und Deklinationen des Polsternes aus der astronomischen Ephemeride der Betrag der täglichen Aberration in ihrer Einwirkung auf das Azimut in Rechnung gestellt werden; beim nördlichen Polarstern erreicht derselbe etwa die Größe einer Drittel-Bogensekunde.

Bezeichnet man die nötigenfalls wegen Zapfenungleichheit (s. S. 154) verbesserte Neigung der Horizontalachse, bezogen auf das Westende, bei der Sterneinstellung mit i_*, bei der Objekteinstellung, bezogen auf das linke Achsenende, mit i_o, ferner den für beide Einstellungen gemeinsamen Kollimationsfehler mit c, endlich die am Höhenkreise des Universals abzulesende Zenitdistanz des Polsternes mit z_*, die des terrestrischen Objektes mit z_o, so nimmt der vollständige Ausdruck zur genaueren Azimutbestimmung, in Erweiterung der Gleichung 82), folgende Form an:

$$83)\quad A_o = A_* + (L_o - L_*) - i_* \operatorname{cotg} z_* + i_o \operatorname{cotg} z_o$$

$$\mp c(\operatorname{cosec} z_* - \operatorname{cosec} z_o) + 0'',32 \frac{\cos\varphi}{\sin z_*} \begin{cases} \text{Kr. L.} \\ \text{Kr. R.} \end{cases}$$

Man erkennt sofort, daß bei symmetrischer Verteilung der Einstellungen auf beide Kreislagen des Instrumentes die von der Kollimation abhängige Korrektion aus dem Resultat verschwindet, ebenso der Einfluß der Neigung i_o für Objekte nahe dem Horizont, da alsdann $cotg\, z_o = 0$ wird. Dagegen sieht man, daß die Neigung i_* bei der Beobachtung von Polsternen, besonders in höheren Breiten, sehr sorgfältig bestimmt werden muß, weil der Faktor $cotg\, z_*$, schon für mittlere Breiten, größer als 1 werden kann. Was die Wahl der Vorzeichen für die Neigungsfehler betrifft, so ist i_* positiv, wenn das Westende der Horizontalachse über dem Horizonte liegt, und ebenso i_o positiv, wenn die Verlängerung des linken Endes der horizontalen Drehachse die scheinbare Himmelskugel über dem Horizonte schneidet. Bei Herleitung der letzten Korrektion für tägliche Aberration ist $cos\, A_*$ für einen polnahen Stern $= 1$ gesetzt, und auch der Faktor $\frac{cos\, \varphi}{sin\, z_*}$ kann z. B. für den Polarstern unbedenklich, wenigstens für die vorliegenden Zwecke, mit der Einheit vertauscht werden. Endlich kann im Genauigkeitsrahmen des vorliegenden Handbuches auch die für den Fall eines exzentrisch liegenden Fernrohres streng genommen erst noch auf die Instrumentenmitte notwendige Reduktion der einzelnen terrestrischen Azimute unterbleiben, deren Einfluß auf das Resultat außerdem durch die Vereinigung von Beobachtungen in beiden Kreislagen eliminiert wird.

Zur genaueren Azimutbestimmung auf der nördlichen Erdhalbkugel benutzt man am vorteilhaftesten Einstellungen auf den Polarstern α Ursae minoris, dessen Durchgang nach der Uhr durch den vertikalen Mittelfaden eines Universals auch in frühen Abend- und Morgenstunden bei gleichzeitiger Sichtbarkeit des terrestrischen Objekts bequem zu beobachten ist.

Auf der südlichen Erdhalbkugel muß man, da der zugehörige Polarstern σ Octantis außer in der Nacht im allgemeinen für Reise-Universale zu schwach ist, sich mit helleren Sternen in höheren Deklinationen begnügen, wie z. B. β Hydri ($\alpha = 0^h,3$, $\delta = -77^o,8$, Gr. 2,9), β Argus ($\alpha = 9^h,2$, $\delta = -69^o,3$, Gr. 1,7) und α Trianguli austr. ($\alpha = 16^h,6$, $\delta = -68^o,9$, Gr. 1,9). Für diese Sterne läßt sich übrigens der Einfluß der täglichen Aberration auf das Azimut oder das letzte Glied in Formel 83) hier vernachlässigen.

Die Anordnung der genaueren Beobachtungen erfolgt zweckmäßig nach folgendem Schema:

Kr. Links: Nivellierung.
 1 Einstellung auf terrestrisches Objekt.
 Nivellierung.
 2 Durchgangsbeobachtungen des Polsternes nebst Ablesungen des Azimutalkreises.
 1 Einstellung auf terrestrisches Objekt.

Kr. Rechts: Nivellierung.
 1 Einstellung auf terrestrisches Objekt.
 Nivellierung.
 2 Durchgangsbeobachtungen des Polsternes nebst Ablesungen des Azimutalkreises.
 1 Einstellung auf terrestrisches Objekt.
 Nivellierung.

Um die Anwendung der obigen Formel 83) zur genaueren Azimutbestimmung erschöpfend darzustellen, muß noch die Berechnung des Sternazimuts A_*, der einzigen noch unbekannten Größe auf der rechten Seite jener Gleichung, erörtert werden.

Die strengere Rechnung des Azimuts für Sterne in höheren Deklinationen wird zweckmäßig nach folgender Formel ausgeführt:

$$84)\quad tg\,A_* = -\frac{sin\,t_*}{tg\,\delta\,cos\,\varphi - sin\,\varphi\,cos\,t}, \qquad t_* = U + \varDelta U - \alpha.$$

Diese Formel entsteht durch Division der beiden letzten Gleichungen in den Transformationsformeln 1) (s. S. 12). Zur Berechnung des Azimuts speziell für α Ursae minoris kann man der Gleichung 84) eine etwas andere Form geben, um wesentlich bequemere Rechnungen, besonders unter Anwendung der Albrechtschen Hilfstafeln, zu erzielen. Zu diesem Zwecke dividiert man auf der rechten Seite von 84) Zähler und Nenner durch $tg\,\delta\,cos\,\varphi$ und erhält:

$$84\,a)\qquad tg\,A_* = -\frac{cotg\,\delta\,sec\,\varphi\,sin\,t}{1 - cotg\,\delta\,tg\,\varphi\cdot cos\,t}.$$

Setzt man jetzt $lg\,cotg\,\delta\,tg\,\varphi\,cos\,t = lg\,a$ und $lg\,\frac{1}{1-a} = b$, so wird

$$85)\qquad lg\,tg\,A_* = -(lg\,cotg\,\delta\,sec\,\varphi\,sin\,t + b).$$

Die Albrecht'sche Tafelsammlung (3. Aufl.) bringt nun unter Nr. 33 mit dem Argument $lg\,a$ die Tafelwerte $b = lg\,\frac{1}{1-a}$ für den nördlichen Polarstern in den weiten Grenzen von $lg\,a = 8{,}60_n$ bis 8,60 und in Einheiten der VI. Dezimale, die, zu $lg\,cotg\,\delta\,sec\,\varphi\,sin\,t$ addiert, das gesuchte Sternazimut geben. Dies ist der schnellste Weg zur Auswertung des Azimuts, der alle übrigen, etwa sonst vorhandenen, umständlicheren Hilfstafeln überflüssig macht.

Die obige Gleichung 84) lehrt zugleich den Einfluß kleiner Fehler in Breite, Zeit und Sterndeklination auf das Azimut des Sternes kennen. Schreibt man nämlich jene Gleichung in der Form

$$cotg\,A_* \,sin\,t = sin\,\varphi\,cos\,t - tg\,\delta\,cos\,\varphi,$$

differenziert nach allen darin vorkommenden Größen und führt zugleich den parallaktischen Winkel q (s. S. 11), sowie die Zenitdistanz z_* ein, so erhält man folgende Relation:

$$86)\qquad dA_* = \frac{cos\,\delta\,cos\,q}{sin\,z}\,dt - \frac{sin\,A_*}{tg\,z}\,d\varphi + \frac{sin\,q}{sin\,z}\,d\delta.$$

Es ergibt sich hieraus, daß für polnahe Sterne im allgemeinen etwaige kleine Unsicherheiten in der angenommenen Ortssternzeit und Ortsbreite nur geringen Einfluß auf das berechnete Azimut haben, da alsdann die Faktoren im Zähler, d. h. $cos\,\delta$ und $sin\,A_*$, sehr klein werden. Nur für Stationen dicht an den geographischen Erdpolen, wo überhaupt jede Orientierung im Azimut unsicher wird, erreichen die Faktoren im Nenner der Glieder von dt und $d\varphi$ zugleich so kleine Werte, daß alsdann besser Sterne in weniger hohen Deklinationen für etwaige Azimutbestimmungen zur Verwendung gelangen. Das letztere gilt auch für den Nennerfaktor von $d\delta$, wobei zugleich erwähnt sei, daß ein Fehler in der aus den Ephemeriden entnommenen Deklination sein Maximum in der größten Digression ($sin\,q = 1$), sein Minimum im Meridian ($sin\,q = 0$) erreicht, während gerade das Umgekehrte für einen Fehler der angenommenen Ortssternzeit gilt.

Endlich lehren die Koeffizienten der drei obigen Differentiale infolge ihres in zwei um 12^h verschiedenen Stundenwinkeln gleich großen, aber entgegengesetzt wirkenden Verhaltens, daß zur Ausführung sehr genauer Azimutbestimmungen Einstellungen auf polnahe Sterne in je zwei um 12^h abweichenden Stundenwinkeln geboten sind. Beim nördlichen Polarstern α Ursae minoris, der

für genauere Azimutmessungen auf der Nordhalbkugel, wie schon erwähnt, ausschließlich in Betracht kommt, und für die Zwecke des vorliegenden Handbuches kann die Beobachtung bei einigermaßen guten Zeitbestimmungen in allen Stundenwinkeln des Polarsternes stattfinden.

Beispiel zur genaueren Azimutbestimmung 2)$_A$.

Auf der astronomischen Station Kremsmünster in Oberösterreich wurde die Richtung nach dem etwa südlich davon, in 40 km Luftlinienentfernung gelegenen „Großen Priel", einem 2514 m hohen Berge des sogenannten Toten Gebirges in den Ostalpen, bestimmt.

1874 August 31; Station: Kremsmünster; Instrument: Universal mit beweglichem Mikroskopträger; Uhr: Sternzeit-Chronometer; Beobachter: Tinter[1]).

$\Delta U = +3^m 27^s,7 \qquad \varphi = 48^0 3' 23'',1$

Genäherter Meridianpunkt am Horizontalkreise $= 160^0$ bzw. 340^0.
Zenitdistanz des anvisierten terrestrischen Objektes $z_0 = 86^0 59'$.
Zenitdistanz des Polarsternes für die Mitte der Zeit $z_* = 41^0 45'$.

Position des Polarsternes für die Mitte der Beobachtungszeit, korrigiert für tägliche Aberration:

$$\alpha = 1^h 13^m 6^s,7 \qquad \delta = +88^0 38' 15'',1.$$

Kreislage	Objekt	Uhr	Ablesungen am Horizontalkreise L_0', L_*	Hauptniveau i_0, i_*	$cotg\ z_0$ $cotg\ z_*$	$cosec\ z_0$ $cosec\ z_*$
L.	Gr. Priel		347° 43′ 40,5″	+ 3,6″	0,05	1,00
„	Polaris	6h 40m 45,6s	157 56 1,2	— 1,1	1,12	1,50
„	Polaris	43 44,0	55 51,4			
„	Gr. Priel		347 43 40,2	+ 3,6	0,05	1,00
R.	Gr. Priel		167 43 44,4	— 3,4	0,05	1,00
„	Polaris	6 48 28,0	337 55 47,1	— 2,7	1,12	1,50
„	Polaris	51 6,8	55 42,1			
„	Gr. Priel		167 43 46,3	— 3,4	0,05	1,00

Nunmehr ist nach Gleichung 84) das Azimut des Polarsternes zu berechnen und zu diesem Zweck der zu jeder Polarisbeobachtung gehörige Stundenwinkel t abzuleiten:

[1]) Das Zahlenbeispiel ist aus Herr, Lehrbuch der sphärischen Astronomie, Wien 1887, S. 529 entnommen; die Rechnung weicht etwas ab.

Kreis	$U + \varDelta U$	α	$t^h = U + \varDelta U - \alpha$	t°
L.	$6^h\,44^m\,13,3^s$	$1^h\,13^m\,6^s,7$	$5^h\,31^m\,6,6^s$	82°46′38,3″
	47 11,7	"	34 5,0	83 31 14,3
R.	51 55,7	"	38 49,0	84 42 15,0
	54 34,5	"	41 27,8	85 21 56,3

$$lg\ tg\ \delta = 1{,}623\,713$$
$$lg\ cos\ \varphi = 9{,}825\,036 \qquad lg\ sin\ \varphi = 9{,}871\,458$$
$$1{,}448\,749 \qquad \text{Numerus } tg\ \delta\ cos\ \varphi = 28{,}102\,750.$$

Kreis	$lg\ sin\,t$	$lg\ cos\,t$	$lg\ sin\ \varphi\ cos\,t$	Numerus $sin\ \varphi\ cos\,t$
L.	9,996 540	9,099 426	8,970 884	0,093 516
	9,997 217	9,052 483	8,923 941	0,083 935
R.	9,998 142	8,965 194	8,836 652	0,068 652
	9,998 578	8,907 393	8,778 851	0,060 097

Die weitere Rechnung nach Formel 84) ergibt dann:

Kreis	Numerus $tg\,\delta\ cos\,\varphi - sin\,\varphi\ cos\,t$	Logar. $tg\,\delta\ cos\,\varphi - sin\,\varphi\ cos\,t$ Nenner	$lg\ sin\,t$ Zähler	$lg\,tg\,A^n_*$
L.	28,009 234	1,447 302	9,996 540	$8{,}549\,238_n$
	28,018 815	1,447 450	9,997 217	$8{,}549\,767_n$
R.	28,034 098	1,447 687	9,998 142	$8{,}550\,455_n$
	28,042 653	1,447 819	9,998 578	$8{,}550\,759_n$

Sehr viel bequemer und schneller erfolgt die Berechnung von $lg\ tg\ A^n_*$ nach Formel 85) und 84a) mit Benutzung der Albrechtschen Hilfstafeln:

$$lg\ cotg\,\delta = 8{,}376\,287 \qquad lg\ cotg\,\delta = 8{,}376\,287$$
$$lg\ sec\,\varphi = 0{,}174\,964 \qquad lg\ tg\,\varphi = 0{,}046\,422$$
$$8{,}551\,251 \qquad 8{,}422\,709$$

Kreis	$lg\ cotg\,\delta\ tg\,\varphi\ cos\,t = lg\ a$	Tafelwert $lg\frac{1}{1-a} = b$	$lg\ cotg\,\delta\ sec\,\varphi\ sin\,t$ = lg Zähler	$lg\ tg\ A^n_* =$ $-(lg$ Zähler $+\ b)$
L.	7,522 135	+ 0,001 447	8,547 791	$8{,}549\,238_n$
	7,475 192	+ 0,001 299	8,548 468	$8{,}549\,767_n$
R.	7,387 903	+ 0,001 062	8,549 393	$8{,}550\,455_n$
	7,330 102	+ 0,000 929	8,549 829	$8{,}550\,758_n$

Den Werten der letzten Kolumnen in den beiden vorstehenden Tafeln entsprechen folgende Winkelwerte der Polarisazimute, welche zunächst nach der geodätischen Zählweise (von Norden über Osten) und, indem 180° davon abgezogen werden, auch nach der astronomischen Zählweise (von Süden über Westen) sich ergeben:

Kreis	A_*, geodätisch $360^0 - A_*^n$	A_* astronomisch	Horizontalkreisablesung L_o', L_*	$i_o\ cotg\ z_o$ $i_*\ cotg\ z_*$	L_o', L_* im Mittel, korrigiert für i
L.	—	—	347°43′ 40,5″	+ 0,2″	347°43′ 40,5″
	357°58′ 17,3″	177°58′ 17,3″	157 56 1,2	— 1,2	157 55 55,1
	357 58 8,4	58 8,4	55 51,4		
	—	—	347 43 40,2	+ 0,2	(+ 360)
R.	—	—	167 43 44,4	— 0,2	167 43 45,2
	357 57 56,9	57 56,9	337 55 47,1	— 3,1	337 55 41,5
	357 57 51,8	57 51,8	55 42,1		
	—	—	167 43 46,3	— 0,2	

Die schließliche Ableitung nach Formel 83) ergibt:

Kreis	$L_o' - L_*$ definitiv	A_*	$A_o' = A_* + L_o' - L_*$	Wirkung der Kollimation
L.	— 170°12′ 14,6″	177°58′ 12,8″	7°45′ 58,2″	— 0,5 . c
R.	— 170 11 56,3	177 57 54,3	7 45 58,0	+ 0,5 . c
		Im Mittel	7°45′ 58,1″	$c = +0'',1$

Das astronomisch (von Süden über Westen) gerechnete Azimut der Richtung Kremsmünster—Großer Priel beträgt also 7°45′ 58″,1 (s. Fig. 51, Winkel SCo') und das entsprechende nordöstlich gerechnete geodätische 187°45′ 58″,1.

Anhang.

Besondere Probleme geographischer Ortsbestimmung.

Nachdem im voraufgehenden vierten Teil die eigentlichen, für den Geographen und Forschungsreisenden zur vollständigen Zeit- und Ortsbestimmung notwendigen Methoden in begrenzter Auswahl gegeben worden sind, sollen nunmehr einige spezielle, mit der geographischen Ortsbestimmung unmittelbar zusammenhängende Aufgaben kurz erörtert werden, deren Anwendung gelegentlich von Nutzen sein dürfte. Es ist dies, wie schon im vierten Teile (s. S. 187) erwähnt, erstens die Berechnung von geographisch-astronomischen Beobachtungen ohne logarithmisch-trigonometrische Tafeln, nur mit Hilfe ganz kurzer Tabellen der sogenannten Mercatorfunktionen, zweitens die geographische Ortsbestimmung ohne winkelmessende Instrumente, nur mit Anwendung der Uhr und eines einfachen Fadengestelles, drittens endlich die Ortsbestimmung im Luftballon.

I. Berechnung genäherter geographischer Ortsbestimmungen mit Hilfe der Mercatorfunktion [1]).

Eine der bekanntesten und wichtigsten Kartendarstellungen, welche die Erdkugel in Zylinderprojektion mit dem Äquator als Berührungskreis auf einer abwickelbaren Fläche bringt, ist die in der zweiten Hälfte des 16. Jahrhunderts von Gerhard Krämer, genannt Mercator, erdachte winkeltreue Mercatorprojektion. Bei ihr bilden die Meridiane gerade und in je gleichen Abständen

[1]) Für ein eingehenderes Studium dieser neuen Art der Berechnung sei auf die auch den nachfolgenden Betrachtungen zugrunde gelegte Abhandlung von C. Börgen, Über die Auflösung nautisch-astronomischer Aufgaben mit Hilfe der Tabelle der Mercatorschen Funktion (Archiv der Deutschen Seewarte, 21. Jahrg., Hamburg 1898), verwiesen, wo auch die zugehörigen Tafeln gegeben sind. Ein ausführliches Referat über diese wichtige Abhandlung von Börgen befindet sich außerdem in der „Marine-Rundschau“, Jahrgang 1898, Heft 7: Marcuse, „Mitteilungen über neuere nautisch-astronomische Tafeln“.

parallele Linien, während die Abstände der ebenfalls geradlinigen und einander parallelen Breitengrade vom Äquator nach den Polen in der Weise wachsen, daß das lineare Verhältnis von Längen- und Breitengrad auf jedem Parallel mit dem zugehörigen sphärischen Verhältnis identisch ist. Auf der Kugel verhält sich aber die lineare Größe eines Längengrades zu derjenigen eines Breitengrades wie der Radius des zugehörigen Breitenparallels ϱ_φ zum Kugelhalbmesser ϱ_0. Nach Fig. 3 und den Erörterungen auf S. 30 gilt also auf der Kugel die Proportion:

$$\text{Längengrad} : \text{Breitengrad} = \varrho_0 \cos\varphi : \varrho_0 = \cos\varphi : 1,$$

oder es besteht in jedem Breitenparallel die Gleichung:

$$\text{Breitengrad} = \text{Längengrad} \,.\, \sec\varphi.$$

Da nun auf der Mercatorkarte die Längengrade überall dieselbe lineare Größe haben, die Breitengrade aber, wie eben gezeigt, vom Äquator zu den Polen proportional der Sekantenfunktion der zugehörigen Breite wachsen, so beträgt der lineare Abstand irgend eines Breitenparallels vom Erdäquator auf einer für die Kugel mit dem Radius 1 entworfenen Mercatorkarte:

$$\int_0^\varphi \sec\varphi \, d\varphi = lg\ nat.\ tg\,(45^0 + \tfrac{1}{2}\varphi).$$

Der auf der rechten Seite stehende Wert des Integrals über die Funktion $\sec\varphi\, d\varphi$ zwischen der unteren Grenze 0 und der oberen Grenze φ muß als bekannt hier vorausgesetzt werden. Es sei nur erwähnt, daß *lg nat.* den natürlichen oder Napierschen Logarithmus bedeutet, dessen System mit der Grundzahl 1 von demjenigen der gewöhnlichen oder Briggschen Logarithmen mit der Grundzahl 10 sich bekanntlich nur durch einen konstanten Faktor unterscheidet.

Nimmt man die Längenminute im Bogenwert als Einheit und setzt statt φ einen beliebigen, der Rechnung zugrunde gelegten Winkel x, so erhält der obige Ausdruck die Form der sogenannten Mercatorfunktion:

$$f(x) = \frac{lg\ nat.\ tg\,(45^0 + \frac{1}{2}x)}{\sin 1'}. \qquad 87)$$

Die Eigenschaften dieser Mercatorfunktion für sämtliche über die vier Kreisquadranten verteilte Winkelgrößen x lassen sich nun in einfacher Weise durch Einsetzen der Werte $90^0 - x$, $90^0 + x$, $180^0 - x$, $180^0 + x$, $270^0 - x$, $270^0 + x$ und $360^0 - x$

statt x in Formel 87) herleiten. Dabei wird im Anschluß an die bekannten goniometrischen Bezeichnungen zur Vereinfachung eine zweite Funktion von x, die sogenannte Kofunktion, durch folgende Bezeichnung eingeführt:

$$88)\quad cof(x) = f(90^0 - x) = \frac{lg\ nat.\ tg\,(90^0 - \frac{1}{2}x)}{sin\ 1'} = \frac{lg\ nat.\ cotg\,\frac{1}{2}x}{sin\ 1'}.$$

Mit diesen beiden Funktionswerten, der Mercatorfunktion und Kofunktion, lassen sich alle nautisch-astronomischen Probleme und, was hier ausschließlich interessiert, auch die meisten Aufgaben einer genäherten geographischen Ortsbestimmung lösen. Die jenen Funktionen entsprechenden Zahlenwerte für x von $0^0\,0'$ bis $359^0\,59'$ sind in den Börgenschen Tafeln der Mercatorfunktion (Archiv der Deutschen Seewarte XXI, s. S. 306, Anmerkung 1) für einzelne Bogenminuten tabuliert, um die gesuchten Daten, z. B. Breite, Uhrkorrektion oder Azimut, mindestens bis auf Zehntel-Bogenminuten genau zu finden.

Bei dieser Tabulierung genügt es, in Analogie mit den trigonometrischen Funktionen, die Werte von x nur für den ersten Quadranten den Tafeln zugrunde zu legen. Es lassen sich nämlich die Grenzwerte und Zeichenwechsel von $f(x)$ und $cof(x)$, ähnlich wie bei den goniometrischen Ausdrücken, aus dem folgenden Quadrantendiagramm erkennen, wobei der Index n neben dem Vorzeichen einen auch unter dem positiven oder negativen Funktionszeichen negativen Winkelausdruck anzeigen soll:

$f(x) = \infty$
$cof(x) = 0$
90^0

		II	I		
		$f\ +,\ n$	$f\ +$		
$f(x) = 0$		$cof\ -$	$cof\ +$		$f(x) = 0$
$cof(x) = -\infty$	180^0			0^0	$cof(x) = \infty$
		$f\ -,\ n$	$f\ -$		
		$cof\ -,\ n$	$cof\ +,\ n$		
		III	IV		

270^0
$f(x) = -\infty$
$cof(x) = 0$

Zum näheren Verständnis des negativen Vorzeichens unter der Funktion sei noch erwähnt, daß z. B.

$$f(90^0 + x) = \frac{lg\ nat.\ tg\,(90^0 + \frac{1}{2}x)}{sin\,1'} = \frac{lg\ nat.\,(-\,cotg\,\frac{1}{2}x)}{sin\,1'}$$

$$= +\,cof\,(x)_n,$$

und daß abgekürzt z. B.

$$f(180^0 + x) = -\frac{lg\ nat.\,[-\,tg\,(45^0 + \frac{1}{2}x)]}{sin\,1'} = -f(x)_n$$

ist. Ferner muß bedacht werden, daß man es auch bei den Mercatorfunktionen stets mit Logarithmen trigonometrischer Funktionen (tangens oder cotangens) zu tun hat, und daher alle für die letzteren geltenden Regeln auch bei den ersteren in Anwendung kommen. Im Anschluß an die soeben durchgeführten Erörterungen lautet die Vorschrift für das Rechnen mit Mercatorfunktionen, dessen Einzelheiten noch aus den späteren Beispielen (s. S. 313) klar werden, kurz folgendermaßen:

„Indem der Winkel von 0^0 bis 360^0 wächst, ändern, ausgehend vom Zeichen $+$, Funktion wie Kofunktion beim Durchgang durch Null ihr Vorzeichen und nehmen beim Durchgang durch $\pm\,\infty$ den Index n auf, wobei zu beachten ist, daß ein neu hinzutretender Index n einen bereits vorhandenen aufhebt.“

Um nun die sphärischen Dreiecke, speziell das für Ortsbestimmungen maßgebende fundamentale astronomische Dreieck zwischen Pol, Zenit und Gestirn (s. Fig. 5) mit Hilfe der Mercatorfunktionen aufzulösen, geht man am einfachsten und übersichtlichsten von den Gleichungen der sphärischen Trigonometrie aus, indem die durch Kreisfunktionen ausgedrückten Formeln nach Einführung geeigneter Hilfswinkel in Relationen verwandelt werden, welche nur noch Mercatorfunktionen enthalten. Entsprechend den sechs Bestimmungsstücken eines sphärischen Dreieckes, von denen je drei bekannte zur Ermittelung der drei anderen unbekannten führen, lassen sich im ganzen auch sechs Aufgaben zur Auflösung sphärischer Dreiecke, durch Variation von gegebenen und gesuchten Seiten und Winkeln, herleiten. Auf diese Einzelheiten soll jedoch an dieser Stelle nicht näher eingegangen, sondern hierfür auf die oben erwähnte grundlegende Abhandlung von C. Börgen verwiesen werden. Daselbst sind die vollständigen Formeln nach Mercatorfunktionen für alle mit

der Auflösung sphärischer Dreiecke zusammenhängenden Aufgaben abgeleitet, und im Anschluß daran die Anwendungen jener Formeln in erster Linie auf die Probleme der nautischen Astronomie, sowie auch auf wichtige Aufgaben der genäherten geographischen Orts- und Zeitbestimmung am Lande durchgeführt. Von letzteren, die an dieser Stelle allein interessieren, kann als besonders praktisch zur Berechnung mit den Tafeln der Mercatorfunktion die Breitenbestimmung nach der etwas modifizierten Methode $1)_\varphi$ (s. Teil IV, S. 208) und die Zeitermittelung im Anschluß an die Methode $1)_t$ (s. Teil IV, S. 190) empfohlen werden. Es sei deshalb im Anschluß an die Börgenschen Tafeln etwas näher auf diese beiden Aufgaben eingegangen, aus je zwei Zenitdistanzmessungen verschiedener Gestirne die Breite oder die Uhrkorrektion zu ermitteln, wobei aus den Tabellen der Mercatorfunktion[1]) (loc. cit. p. 38 bis 48) φ mindestens auf 6″ und ΔU etwa auf $0^s,3$ genau sich berechnen läßt. Gleichzeitig sollen im folgenden zwei entsprechende Beispiele gegeben werden, welche die Anwendung der Mercatortabellen veranschaulichen und zugleich zeigen werden, daß jenes neue Rechnungsverfahren auch zur Reduktion geographischer Orientierungen auf Reisen bequem verwendet werden kann. Bei dieser Gelegenheit sei darauf hingewiesen, daß die mit Einführung der Mercatorfunktion abgeleiteten Formeln zur Orts- und Zeitbestimmung ohne weiteres für Beobachtungen auf der nördlichen und südlichen Halbkugel gelten, wenn außer den vorher erwähnten Zeichenregeln noch folgendes beachtet wird:

„Breite und Zenitdistanz sind stets als positive Größen anzusehen; die Deklination erhält, wenn sie mit der Breite gleichnamig, das positive, wenn sie mit der Breite ungleichnamig ist, das negative Vorzeichen.“ Endlich sei erwähnt, daß auch für die Ausrechnung von Ortsbestimmungen im Luftballon (s. S. 327) die Rechnung nach Mercatorfunktionen, eventuell mit besonderer Vereinfachung der zugehörigen Tafeln, sehr zweckmäßig sein dürfte.

---

[1]) Leider sind die Börgenschen Tafeln im Buchhandel bisher nicht zu haben. Da ein vollständiger Abdruck derselben im Format des vorliegenden Handbuches nicht angängig war, erscheint eine besondere stereotypierte Neuausgabe jener Tafeln dringend geboten. Um jedoch wenigstens für ganz genäherte Rechnungen, besonders für Ortsbestimmungen im Luftballon, die Mercatorfunktionen verwenden zu können, ist am Schluß des Anhangs eine abgekürzte Tafel dieser Art gegeben.

$1)^m_\varphi$. Breitenbestimmung aus Zenitdistanzen nahe dem Meridian.

Es werden die in Sternzeit auszudrückenden Uhrzeiten U_1 und U_2 mit bekannter und für Uhrgang verbesserter Uhrkorrektion $\varDelta U$ beobachtet, zu denen zwei Sterne von den Positionen α_1, δ_1 und α_2, δ_2 sich in der Nähe des Meridians in gleicher Zenitdistanz z nacheinander nördlich bzw. südlich vom Zenit befinden; gesucht wird die Breite φ des Beobachtungsortes.

Zur Zeit der Beobachtung haben die Sterne, deren gleiche Zenitdistanz nicht gemessen zu werden braucht, folgende Stundenwinkel, die noch bis 1^h auf beiden Seiten vom Meridian entfernt liegen können[1]):

$$t_1 = U_1 + \varDelta U - \alpha_1$$
$$t_2 = U_2 + \varDelta U - \alpha_2.$$

Setzt man nun $t_0 = \frac{1}{2}(t_1 + t_2)$, $\tau = \frac{1}{2}(t_2 - t_1)$, so wird

$$t_1 = t_0 - \tau$$
$$t_2 = t_0 + \tau,$$

und die aus dem fundamentalen astronomischen Dreieck für die gleiche nördliche wie südliche Zenitdistanz folgenden Relationen (s. S. 12) lauten:

$$\cos z = \sin\varphi \sin\delta_1 + \cos\varphi \cos\delta_1 \cos(t_0 - \tau)$$
$$\cos z = \sin\varphi \sin\delta_2 + \cos\varphi \cos\delta_2 \cos(t_0 + \tau).$$

Aus der Subtraktion dieser beiden Gleichungen ergibt sich nach einfachen Umformungen:

$$tg\,\varphi = \cos t_0 \cos\tau\, tg\tfrac{1}{2}(\delta_1 + \delta_2) - \sin t_0 \sin\tau\, cotg\tfrac{1}{2}(\delta_1 - \delta_2).$$

Hierin setzt man nach ähnlichen Überlegungen wie bei der Transformation der Koordinaten (s. Teil I, S. 12):

$$m \sin M = \cos\tau\, tg\tfrac{1}{2}(\delta_1 + \delta_2)$$
$$m \cos M = \sin\tau\, cotg\tfrac{1}{2}(\delta_1 - \delta_2)$$

und erhält: $tg\,\varphi = m \sin(M - t_0)$.

Führt man jetzt wieder den Wert von m ein, so folgt als Breitengleichung:

$$89\text{a)} \qquad tg\,\varphi = \frac{\sin\tau}{\cos M}\, cotg\tfrac{1}{2}(\delta_1 - \delta_2) \sin(M - t_0),$$

---

[1]) Die Auswahl derartiger Sternpaare, selbst unter den helleren Fixsternen, macht unter solchen Umständen keine Schwierigkeiten.

welche auf der rechten Seite nur bekannte Größen enthält, wenn noch die obige Hilfswinkelgleichung:

$$89\text{b)}\qquad cotg\,M = \frac{cotg\,\frac{1}{2}(\delta_1 + \delta_2)\;cotg\,\frac{1}{2}(\delta_1 - \delta_2)}{cotg\,\tau}$$

hinzugenommen wird.

Um nun die Tabelle der Mercatorfunktion zur Berechnung der Breite anwenden zu können, müssen die Schlußgleichungen 89a) und 89b) in Mercatorfunktionen ausgedrückt werden. Der Ausdruck für $cotg\,M$ ist, da er nur Kotangenten enthält, bereits zur Anwendung der Mercatorfunktion geeignet, während derjenige für $tg\,\varphi$, soweit Sinus und Kosinus darin vorkommen, noch umgeformt werden muß. Man setzt dazu

$$\frac{sin\,\tau}{cos\,M} = tg\,\tfrac{1}{2}\,\xi \qquad \text{und} \qquad sin\,(M - t_0) = tg\,\tfrac{1}{2}\,\xi_1,$$

so daß Gleichung 89a) folgende Form annimmt:

$$89\text{c)}\qquad cotg\,\varphi = \frac{cotg\,\frac{1}{2}\,\xi\;cotg\,\frac{1}{2}\,\xi_1}{cotg\,\frac{1}{2}(\delta_1 - \delta_2)}.$$

Nunmehr lassen sich die beiden zur Breitenbestimmung erhaltenen Gleichungen 89b) und 89c) unmittelbar in Mercatorfunktionen ausdrücken:

$$90)\qquad \begin{aligned} cof(2\,M) &= cof(\delta_1 + \delta_2) + cof(\delta_1 - \delta_2) - cof(2\,\tau) \\ f(\xi) &= f(\tau + M) + f(\tau - M) \\ f(\xi_1) &= 2\,f(M - t_0) \\ cof(2\,\varphi) &= cof(\xi) + cof(\xi_1) - cof(\delta_1 - \delta_2). \end{aligned}$$

Beispiel zur Breitenbestimmung $1)^m_\varphi$ mit Anwendung der Tafeln für die Mercatorfunktion.

Auf der Station Wilhelmshaven wurden am 25. Oktober 1897 mit einem Reise-Universal an einem M. Zt.-Chronometer folgende Sterne in gleicher Zenitdistanz und in der Nähe des Meridians von Börgen beobachtet:

Südstern; α Cygni:	$\alpha_1 = 20^h\,37^m\,57{,}3^s$	$\delta_1 = +\;44^0\,55'\,12''$
Nordstern; α Cephei:	$\alpha_2 = 21\;\;16\;\;\;8{,}9$	$\delta_2 = +\;62\;\;9\;\;30$
		$\delta_1 + \delta_2 = +\,107^0\;\;4{,}7'$
		$\delta_1 - \delta_2 = -\;\;17\;\;14{,}3$

Verwandelt man die für den Südstern um $5^h 50^m 48^s,2$ und für den Nordstern um $6^h 22^m 6^s,7$ beobachteten mittleren Ortszeiten mit den Reduktionstafeln und der Sternzeit im Mittleren Mittage $14^h 16^m 32^s,1$ in Sternzeiten, so ergeben sich aus letzteren und den Rektaszensionen der Ephemeride folgende Stundenwinkel:

$$t_1 = -0^h 29^m 39,4^s \qquad t_0 = -0^h 33^m 3,4^s = -8^0 15,8'$$
$$t_2 = -0 \;\; 36 \;\; 27,3 \qquad \tau = -0 \;\; 3 \;\; 24,0 = -0 \;\; 51,0$$
$$2\tau = -1 \;\; 42,0$$

Die weitere Rechnung nach den Formeln 90), mit Benutzung der Börgenschen Tafeln für die Mercatorfunktion, gestaltet sich folgendermaßen:

$cof(\delta_1+\delta_2) = -\ 1040,2$	$f(\tau+M) = +10773,8$	$cof(\delta_1-\delta_2) = +6485,9_n$
$cof(\delta_1-\delta_2) = +\ 6485,9_n$	$f(\tau-M) = -12208,2$	
$+\ 5445,7_n$	$f(\xi) = -\ 1434,4$	$cof(\xi) = +5137,4_n$
$cof(2\tau) = +14475,2_n$		
$cof(2M) = -\ 9029,5$	$f(M-t_0) = +11425,2_n$	
$2M = 171^0 43',6$	$f(\xi_1) = +22850,4$	$cof(\xi_1) = +\ 8,9$
$M = 85\ 51,8$		$cof(2\varphi) = -1039,6$
$t_0 = -\ 8\ 15,8$		$2\varphi = 107^0 4',1$
$\tau = -\ 0\ 51,0$		$\varphi = 53^0 32',05$

Die astronomisch genau bestimmte Breite der Station Wilhelmshaven beträgt $53^0 31',87$, so daß die nach der Methode $1)^m_\varphi$ beobachtete und mit Benutzung der Mercatortafeln schnell und bequem berechnete Breite bis auf $0',18$ richtig ist.

$1)^m_t$. Zeitbestimmung aus Zenitdistanzen nahe dem ersten Vertikal.

Bei bekannter Breite φ, aber unbekannter Uhrkorrektion ΔU, werden die in Sternzeit auszudrückenden Uhrzeiten U_1 und U_2 beobachtet, zu denen zwei Sterne ($\alpha_1\,\delta_1$ und $\alpha_2\,\delta_2$) in der Nähe des ersten Vertikals nacheinander sich in gleicher Zenitdistanz östlich bzw. westlich vom Zenit befinden; gesucht wird die Uhrkorrektion ΔU.

Auch bei dieser Aufgabe braucht die gleiche Zenitdistanz beider Sterne, die bis zu einer Stunde auf beiden Seiten vom

Ost-West-Vertikal abstehen können[1]), nicht gemessen zu werden. Bedenkt man ferner, daß im Anschluß an die Formeln der vorangehenden Aufgabe $1)_\varphi^m$

$$t_0 = \tfrac{1}{2}(t_1 + t_2) = \tfrac{1}{2}(U_1 + U_2) - \tfrac{1}{2}(\alpha_1 + \alpha_2) + \varDelta U$$
$$\tau = \tfrac{1}{2}(t_2 - t_1) = \tfrac{1}{2}(U_2 - U_1) - \tfrac{1}{2}(\alpha_2 - \alpha_1),$$

also τ bekannt, aber t_0 jetzt zu bestimmen ist, endlich, daß der Ausdruck 89c) in diesem Falle in der Form

$$cotg\,\tfrac{1}{2}\xi_1 = \frac{cotg\,\varphi\ cotg\,\tfrac{1}{2}(\delta_1 - \delta_2)}{cotg\,\tfrac{1}{2}\xi}$$

geschrieben werden muß, so lauten nach dem Gleichungssystem 90) die endgültigen Formeln für die Berechnung der Zeitbestimmung $1)_t^m$ nach Mercatorfunktionen folgendermaßen:

$$91)\quad \begin{aligned} cof(2M) &= cof(\delta_1 + \delta_2) + cof(\delta_1 - \delta_2) - cof\,2\tau \\ f(\xi) &= f(\tau + M) + f(\tau - M) \\ cof(\xi_1) &= cof(2\varphi) + cof(\delta_1 - \delta_2) - cof(\xi) \\ f(M - t_0) &= \tfrac{1}{2} f(\xi_1). \end{aligned}$$

Hat man auf diese Weise, ganz im Anschluß an die Formeln und Hilfsgrößen der vorangehenden Aufgabe, die Größe $t_0 = M - (M - t_0)$ gefunden, so erhält man schließlich:

$$92)\qquad \varDelta U = \tfrac{1}{2}(\alpha_1 + \alpha_2) + t_0 - \tfrac{1}{2}(U_1 + U_2),$$

wobei für Beobachtungen des dritten Gliedes der rechten Seite nach Mittlerer Zeit die stets in Sternzeit resultierenden ersten beiden Glieder $\tfrac{1}{2}(\alpha_1 + \alpha_2) + t_0$ ebenfalls in mittlere Zeitausdrücke zu verwandeln sind.

Beispiel zur Zeitbestimmung $1)_t^m$ mit Anwendung der Tafeln der Mercatorfunktion.

Auf der Station Kairo ($\varphi = +30^\circ\,4',4$) wurden am 5. Oktober 1822 mit einem Reise-Universal, an einem M. Zt.-Chronometer folgende Sterne in gleicher Zenitdistanz, in der Nähe des ersten Vertikals von Westphal beobachtet:

Weststern; α Herculis:	$\alpha_1 = 17^h\ 6^m\ 34^s,3,$	$\delta_1 = +14^\circ\ 36'\ 2''$
Oststern; α Arietis:	$\alpha_2 = 1^h\ 57^m\ 14^s,0,$	$\delta_2 = +22^\circ\ 37'\ 23''$
	$^1/_2(\alpha_2 + \alpha_1) = 21^h\ 31^m\ 54^s,1,$	$\delta_1 + \delta_2 = +37^\circ\ 13',4$
	$^1/_2(\alpha_2 - \alpha_1) = 4^h\ 25^m\ 19^s,8,$	$\delta_1 - \delta_2 = -\ 8^\circ\ 1',3$

Sternzeit im Mittl. Mittag $= 12^h\ 54^m\ 2^s,0$.

[1]) Die Auswahl derartiger Sternpaare, selbst unter den helleren Fixsternen, ist unter solchen Umständen sehr groß.

Die zugehörigen Uhrablesungen für den West- bzw. Oststern betrugen in M. Zt.:

$$U_1 = 8^h\,31^m\,21^s \qquad \tfrac{1}{2}(U_2 + U_1) = 8^h\,39^m\,25^s{,}5$$
$$U_2 = 8^h\,47^m\,30^s \qquad \tfrac{1}{2}(U_2 - U_1) = 0^h\;8^m\;4^s{,}5 \text{ M. Zt.}$$
$$= 0^h\;8^m\;5^s{,}8 \text{ St.-Zt.}$$

Nach St.-Zt.: $\tau = \tfrac{1}{2}(U_2 - U_1) - \tfrac{1}{2}(\alpha_2 - \alpha_1) = -4^h\,17^m\,14^s{,}0$

$$\tau = -\;64^0\,18',5 \qquad 2\varphi = +60^0\,8',8$$
$$2\tau = -128^0\,37',0$$

Die weitere Rechnung nach den Formeln 91) mit Benutzung der Börgenschen Tafel der Mercatorfunktion gestaltet sich nun folgendermaßen:

$$cof(\delta_1+\delta_2) = +\;3741{,}5 \qquad f(\tau+M) = -\;4992{,}9$$
$$cof(\delta_1-\delta_2) = +\;9136{,}2_n \qquad f(\tau-M) = -\;5173{,}6$$
$$+12877{,}7_n \qquad f(\xi) = -10166{,}5 \qquad cof(\xi) = +357{,}5_n$$
$$cof(2\tau) = -\;2515{,}4_n$$
$$cof(2M) = +15393{,}1 \qquad cof(2\varphi) = +\;1878{,}2$$
$$2M = +1^0\,18',1 \qquad cof(\delta_1-\delta_2) = +\;9136{,}2_n$$
$$M = +0^0\,39',05 \qquad = +11014{,}4_n$$
$$\tau+M = -63^0\,39',5 \qquad cof(\xi) = +\;357{,}5_n$$
$$\tau-M = -64^0\,57',6 \qquad cof(\xi_1) = +10656{,}9, \qquad f(\xi_1) = +310{,}0$$

$$f(\xi_1) = +310{,}0 \qquad t_0 = -\;0^h\;7^m\,43^s{,}5$$
$$f(M-t_0) = +155{,}0 \qquad \tfrac{1}{2}(\alpha_1+\alpha_2) = 21^h\,31^m\,54^s{,}1$$
$$M-t_0 = +2^0\,34',9 \qquad \tfrac{1}{2}(\alpha_1+\alpha_2)+t_0 = 21^h\,24^m\,10^s{,}6 \text{ St.-Zt.}$$
$$t_0 = -\,1^0\,55',85 \qquad = 8^h\,28^m\,45^s{,}0 \text{ M. Zt.}$$
$$\tfrac{1}{2}(U_1+U_2) = 8^h\,39^m\,25^s{,}5 \;\;\text{„ „}$$
$$\Delta U = -\;10^m\,40^s{,}5$$

Die anderweitig hergeleitete Uhrkorrektion betrug $-10^m\,40^s{,}6$, stimmt also sehr nahe mit dem nach der Tabelle der Mercatorfunktion berechneten ΔU überein.

Schließlich sei noch an dieser Stelle und im Anschluß an die vorangehenden Beispiele auf die besonderen Vorteile aufmerksam gemacht, welche eine Anwendung der Mercatorfunktionstafel gegenüber gewöhnlichen logarithmisch-trigonometrischen Tabellen bei vielen nautischen und manchen geographisch-astronomischen Rechnungen gewährt. Diese Vorteile beruhen im wesentlichen auf Vereinfachung, Sicherung und größerer Übersichtlichkeit der zahlen-

mäßigen Operationen, welche bei Reduktionen von genäherten Ortsbestimmungen auftreten.

Eine Tafel von nur 11 Quartseiten (Börgen, l. c., S. 38 bis 48) ersetzt ein größeres logarithmisch-trigonometrisches Tabellenwerk sogar nebst den Hilfstafeln für $lg\, sin^2\, {}^1/_2 t$. An Stelle von sechs trigonometrischen Funktionen hat man nur mit zwei Arten von Meridionalteilen, mit der Funktion und Kofunktion zu tun. Im allgemeinen sind beim Rechnen mit Mercatorfunktionen nicht mehr als zwei Zahlenausdrücke algebraisch zu verbinden, und die ganzen Rechnungsvorschriften vereinfachen sich nicht unerheblich. Endlich verdient noch Erwähnung, daß die Reduktion für alle in den Mercatortabellen gegebenen Winkel gleich genau ist, daß also nicht, wie bei der trigonometrischen Behandlung, manche Formeln gelegentlich bei den Grenzwerten für die Winkel unbrauchbar werden.

II. Genäherte geographische Ortsbestimmung ohne winkelmessende Instrumente [1]).

Eine Methode, ohne winkelmessende astronomische Instrumente noch brauchbare Orts- und Zeitbestimmungen zu erhalten, kann gelegentlich auch für Geographen und Forschungsreisende von großer Wichtigkeit sein, besonders wenn ihre Instrumente beschädigt, verspätet oder überhaupt nicht an den Beobachtungsort gelangen. In erster Linie ist das mit empfindlichen Libellen versehene Universal bei nicht ganz sorgfältiger Behandlung manchen Fährlichkeiten auf längeren Transporten ausgesetzt, während der viel leichter transportierbare Libellenquadrant (s. Fig. 44), be-

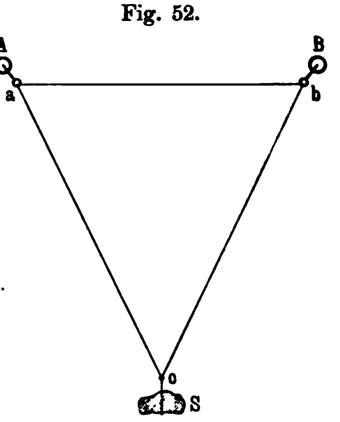
[1]) Für ein eingehenderes Studium dieses speziellen Problems sei auf die grundlegende Abhandlung von P. Harzer, Geographische Ortsbestimmungen ohne astronomische Instrumente (Petermanns geographische Mitteilungen, Ergänzungsheft Nr. 123, Gotha 1897) verwiesen, an welche auch die folgenden Darlegungen anknüpfen. Allerdings sind im Interesse einer gelegentlichen und schnellen Anwendung für Geographen und Forschungsreisende einige Vereinfachungen vorgenommen worden, welche sich sowohl auf die Anzahl der Aufgaben als auch auf deren expedite Lösung beziehen.

Im historischen Interesse sei noch erwähnt, daß bereits Tycho Brahe am Ende des 16. Jahrhunderts ein gewöhnliches Fadenlot benutzte, an dem die gleichzeitige Verdeckung des Polarsterns und eines zweiten Sterns nach der Uhr beobachtet wurde. Auf diese einfache Weise bestimmte Tycho, sozusagen im Vertikal des Polarsterns (s. S. 189), die Uhrkorrektion.

sonders als Handinstrument ohne Stativ, den man sogar in der Reisetasche bei sich tragen kann, allerdings schon wesentlich unempfindlicher sein dürfte. Dennoch kann eine Methode, welche nur mit der Uhr, sowie mit einem vertikalen, überall leicht herstellbaren Fadendreieck Uhrkorrektion, Breite, Länge und Azimut genähert zu ermitteln erlaubt, unter Umständen von großer praktischer Bedeutung sein. Die hierbei erreichbare Genauigkeit liegt nach den neueren maßgebenden Untersuchungen für Zeit und Länge innerhalb weniger Zeitsekunden, für Breite und Azimut im Rahmen einiger Bogenminuten.

Das Wesen der Methode beruht darauf, daß mit bloßem Auge die Uhrzeiten festgestellt werden, zu denen zwei Gestirne mit bekannten, im astronomischen Jahrbuche gegebenen Positionen eine feste, für die Zeit der Beobachtung nahezu unveränderliche Vertikalebene passieren. Diese Vertikalebene wird folgendermaßen hergestellt:

Fig. 52.



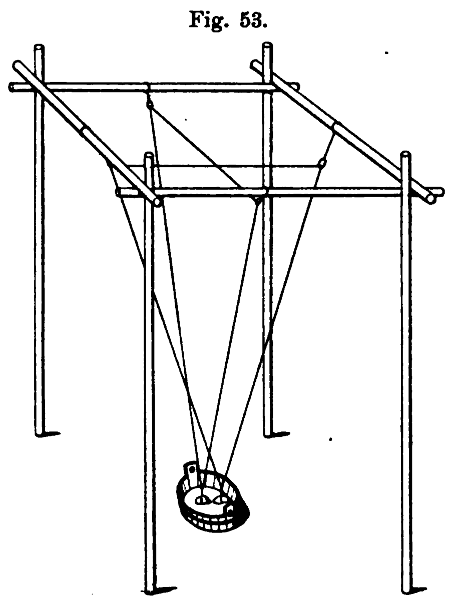
Gespanntes Fadendreieck zur Ortsbestimmung ohne winkelmessende astronomische Instrumente (nach Harzer).

Man knüpft einen etwa $^2/_3$ mm starken, grauen Faden (Buchbindergarn) von ungefähr 4 bis 6 m Länge an beiden Enden zusammen, legt ihn über zwei feste Stützpunkte und spannt ihn durch einen am tiefsten Punkte befestigten, frei schwebenden Körper, etwa einen Stein. Dabei bedient man sich unter den Stützpunkten zweckmäßig, wie in Fig. 52 in *a* und *b* angedeutet, zweier kleiner Ringe oder auch einfacher Fadenschleifen, ebenso wie zur Befestigung des Steines *S* in *c*, um eine möglichst vollkommene Vertikalebene bei der Ruhelage des schweren Körpers zu haben.

Das Gestell, an dem sowohl die Stützpunkte als auch mit Vorteil zwei zueinander senkrechte Vertikalebenen in der Nähe vom Meridian und ersten Vertikal des Beobachtungsortes erhalten werden können, läßt sich, wie Fig. 53 (a. f. S.) zeigt, leicht z. B. aus Zeltstangen zusammensetzen. Es empfiehlt sich dabei, die schweren, beide Fadendreiecke spannenden Körper in ein mit Wasser gefülltes

Gefäß tief hineintauchen zu lassen, damit Erschütterungen und Windstöße möglichst wenig auf die vertikale Ruhelage der Fadendreiecke einwirken. Die Stangen sind vorteilhaft so zu orientieren, daß die vertikalen Quadratseiten in den Hauptrichtungen der Windrose liegen; weder die Fäden noch die zum Spannen benutzten schweren Körper dürfen sich berühren, was man leicht durch die Ringe oder Fadenschleifen regulieren kann. Um die Fäden auch nachts auf dunklem Hintergrunde sichtbar zu machen, bedient man sich einer Lampe, die den Beobachter nicht blendet und zur Vermeidung von Auffassungsfehlern stets auf dieselbe Seite des Beobachters gestellt wird.

Fig. 53.



Gestell zur Ortsbestimmung ohne winkelmessende astronomische Instrumente (nach Harzer).

Die Messungen selbst, zu denen außer dem erwähnten Fadengestell, der Lampe und Uhr nur ein Journal für die Niederschrift gehört, geschehen nun folgendermaßen. Der Beobachter stellt sich so auf, daß die Seiten eines in Ruhe befindlichen Fadendreiecks sich für eins seiner Augen vollständig decken, wobei das andere Auge zweckmäßig durch ein unter den Hut geschobenes herabhängendes Läppchen abgeblendet wird. Die Durchgänge von Gestirnen hinter den nunmehr zusammenfallenden und einen Vertikalkreis am Himmel darstellenden Seiten eines Fadendreiecks werden nach der Uhr beobachtet und niedergeschrieben. Für Gestirne in größeren Zenitdistanzen sind die Messungen stehend, bei mittleren sitzend und bei kleineren Zenitdistanzen, für die hier in Betracht kommende Methode übrigens die vorteilhaftesten, auf dem Erdboden liegend auszuführen. Sterne in der Nähe der Himmelspole sind wegen ihrer langsamen scheinbaren Bewegung vom Beobachtungsprogramm auszuschließen; je nach der geo-

graphischen Lage des Beobachtungsortes wird man zweckmäßig bekannte hellere Sterne bis etwa zur vierten Größenklasse innerhalb der Deklinationszone $\pm 70^0$ auswählen, deren Bedeckung durch die Fäden mit bloßem Auge bequem wahrzunehmen ist.

Aus solchen Sterndurchgängen in verschiedenen Kombinationen läßt sich nun Breite und Uhrkorrektion, ferner aus Durchgängen des Mondes die Länge bestimmen, und endlich können aus Einstellungen der Fadendreiecke auf terrestrische Objekte, verbunden mit Durchgangsbeobachtungen von Gestirnen, sogar Azimute ermittelt werden. Im folgenden sollen jedoch nur die ziemlich einfachen Bestimmungen von Breite und Uhrkorrektion ohne winkelmessende astronomische Instrumente eingehender behandelt werden, da die entsprechenden Methoden zur Ermittelung von Länge und Azimut für die Zwecke des vorliegenden Handbuches in der Praxis etwas zu umständlich und kompliziert sein dürften[1]. Zur Längenbestimmung auf Reisen läßt sich außerdem viel einfacher, und ähnlichen Zwecken entsprechend, die Methode $3)_\lambda$ (s. S. 288) aus Zeitübertragungen mit Chronometern oder die Methode $1)_\lambda$ aus Sternbedeckungen durch den Mond (s. S. 252) verwenden. Führt man nämlich die Zeitermittelung nach dem im folgenden unter $4)_t^0$ erörterten Verfahren aus, so gebraucht man auch zur Methode $3)_\lambda$ keine winkelmessende Instrumente, ja sogar die Methode $1)_\lambda$ setzt nur ein dem Forschungsreisenden stets zur Verfügung stehendes Handfernrohr oder einen Krimmstecher voraus.

Was endlich die Azimutbestimmung ohne winkelmessende astronomische Instrumente betrifft, so soll dieselbe an dieser Stelle u. a. auch deshalb nicht erörtert werden, weil alsdann die zur Ermittelung von φ und ΔU fest aufstellbaren Fadendreiecke beweglich sein müssen und weil eine Azimutbestimmung am Libellenquadranten mit roher Aufstellung (s. Fig. 46) viel einfacher, schneller und freier von systematischen Fehlern zum Ziele führt.

Im folgenden seien nunmehr die beiden Aufgaben etwas näher behandelt, aus je zwei Sterndurchgängen an je einem Fadendreieck die geographische Breite bei bekannter Uhrkorrektion oder die

[1]) Für die Bestimmung von Länge und Azimut ohne winkelmessende astronomische Instrumente sei auf die Abhandlung von P. Harzer (l. c., S. 89 bis 120) verwiesen.

Uhrkorrektion bei bekannter Breite zu bestimmen. Vorausgreifend möge hier gleich bemerkt werden, daß aus Sterndurchgängen, im Gegensatz zu den früher behandelten Zenitdistanzmessungen (s. Teil IV, S. 209 und 191), die Breite am sichersten im ersten Vertikal und die Zeit im Meridian ermittelt wird, so daß zweckmäßig das eine Fadendreieck ungefähr im Ost-West-Vertikal, das andere etwa senkrecht dazu aufzustellen ist, wobei es jedoch auf Abweichungen bis zu 20° von jenen beiden Hauptebenen nicht ankommt. Da außerdem Sterne in größeren Zenitdistanzen zu meiden sind (s. S. 318), ist es sogar nicht nur in niederen, sondern fast in allen Breiten zur besseren Messung der Sternverschiebung gegen den Vertikalkreis vorteilhaft, wenn der Vertikalkreis des einen Fadendreiecks nicht genau senkrecht zum Meridian steht. Man kann daher das Gestell mit den beiden Fadendreiecken im allgemeinen schnell und sicher genug mittels einer Bussole orientieren, selbst wenn die magnetische Deklination nur näherungsweise bekannt ist.

6) φ. Breitenbestimmung aus Durchgängen zweier Sterne in der Nähe des ersten Vertikals.

An dem etwas von der Ebene des Ost-West-Vertikals abweichenden Fadendreieck werden die Durchgänge zweier hellerer Sterne mit bekannten Positionen $\alpha_1 \delta_1$, $\alpha_2 \delta_2$ zu den für die gleichfalls bekannte Uhrkorrektion $\varDelta U$ zu verbessernden Uhrzeiten U_1, U_2 beobachtet; gesucht wird die Breite φ.

Zunächst sind die Uhrzeiten $U_1 + \varDelta U$, $U_2 + \varDelta U$ in die entsprechenden Sternzeiten ϑ_1, ϑ_2 (s. S. 10) zu verwandeln, um die Stundenwinkel der Sterne

$$t_1 = \vartheta_1 - \alpha_1, \quad t_2 = \vartheta_2 - \alpha_2$$

zu erhalten. Geht man jetzt von den Grundformeln 1) (s. Teil I, S. 12) aus und dividiert die letzte durch die vorletzte Gleichung, so folgt für jeden Stern:

$$\begin{aligned} cotg\, A \; sin\, t_1 &= -cos\, \varphi \; tg\, \delta_1 + sin\, \varphi \; cos\, t_1 \\ cotg\, A \; sin\, t_2 &= -cos\, \varphi \; tg\, \delta_2 + sin\, \varphi \; cos\, t_2. \end{aligned}$$

Das Azimut A ist für beide Sternbeobachtungen identisch, wenn nur das Fadendreieck in unveränderter Lage geblieben ist. Die Division der beiden letzten Gleichungen ergibt daher:

$$\frac{\sin t_1}{\sin t_2} = \frac{-\cos\varphi\ tg\,\delta_1 + \sin\varphi\ \cos t_1}{-\cos\varphi\ tg\,\delta_2 + \sin\varphi\ \cos t_2} \text{ oder}$$

$$\sin\varphi\ \sin t_1 \cos t_2 - \cos\varphi\ \sin t_1\ tg\,\delta_2 = \sin\varphi\ \sin t_2 \cos t_1 - \cos\varphi\ \sin t_2\ tg\delta_1.$$

Daraus folgt:

$$\sin\varphi\,(\sin t_1 \cos t_2 - \sin t_2 \cos t_1) = \cos\varphi\,(\sin t_1\ tg\,\delta_2 - \sin t_2\ tg\,\delta_1)$$

oder endlich

$$93)\qquad tg\,\varphi = \frac{\sin t_1\ tg\,\delta_2 - \sin t_2\ tg\,\delta_1}{\sin(t_1 - t_2)}.$$

Aus den bekannten Deklinationen und Stundenwinkeln der beiden Sterne wird also auf einfache Weise die geographische Breite berechnet.

Um die vorteilhaftesten Bedingungen zur Ermittelung von φ aus Sterndurchgängen kennen zu lernen, die schon vorher (siehe S. 320) erwähnt wurden, muß die Ausgangsgleichung in der Form $\sin\varphi\,\cos t - \cos\varphi\,tg\,\delta = cotg\,A\,\sin t$ nach allen vorkommenden Größen differenziert werden. Dann erhält man nach Einführung der Zenitdistanz z und des parallaktischen Winkels q (siehe Fig. 5) durch einfache Umformung:

$$94)\qquad d\varphi = \frac{\cos\delta\ \cos q}{\sin A\ \cos z}\,dt - \frac{tg\,z}{\sin A}\,dA + \left(\frac{\sin q}{\sin A\ \cos z}\,d\delta\right).$$

Man erkennt aus dieser Gleichung, in welcher das letzte Glied, da φ nur auf Bogenminuten gesucht, δ aber mindestens auf die Bogensekunde bekannt ist, unberücksichtigt bleiben kann, daß die Koeffizienten von dt und dA in der Nähe des ersten Vertikals ($A = \pm 90^0$) und ziemlich nahe dem Zenit sehr klein werden. In beiden Fällen haben geringe Fehler in der angenommenen Uhrkorrektion oder kleine Unsicherheiten in der Azimutlage des Fadendreiecks nur einen verschwindenden Einfluß auf die gesuchte Breite. Mit genügender Genauigkeit gilt dies auch noch für Abweichungen im Azimut bis zu $\pm 20^0$ vom Ost-West-Vertikal, die sogar aus anderen Gründen (siehe S. 320) vorteilhaft sind, und selbst für mittlere Zenitdistanzen. Die Sterne sind womöglich auf beiden Seiten vom Zenit nach Osten und Westen verteilt zu nehmen.

Endlich sei noch als wichtig für die Anordnung der Beobachtungen erwähnt, daß die Lampe möglichst symmetrisch gegen die Gesichtslinie, das Fadendreieck und den Beobachter zu stellen ist, um den Einfluß der unvollständigen Beleuchtung verschwindend klein zu machen.

Beispiel zur Breitenbestimmung 6) φ.

Auf der Station Gotha (Sternwarte) sind am 23. Nov. 1895 an einer nach M. Zt. gehenden Taschenuhr mit der Uhrkorrektion $-4^m\,31^s,4$ von **Harzer** die Durchgänge der Sterne γ Lyrae und γ Andromedae an einem nahezu im ersten Vertikal orientierten Fadendreieck beobachtet worden.

Die scheinbaren Sternörter sind für 1895, Nov. 23, nach der Ephemeride:

$$\alpha_1 = 18^h\,55^m\,2^s \qquad \alpha_2 = 1^h\,57^m\,32^s$$
$$\delta_1 = +32^0\,32',8 \qquad \delta_2 = +41^0\,50',1,$$

ferner beträgt die Sternzeit im M. Mittage (Gotha) $16^h\,8^m\,42^s,7$.

$U_1 + \varDelta U =$	$6^h\,19^m\,46^s - 4^m\,31^s,4,$			$U_2 + \varDelta U =$	$6^h\,30^m\,30^s - 4^m\,31^s,4$		
$=$	6	15	14,6	$=$	6	25	58,6
6^h M. Zt. $=$	6	0	59,14 St.-Zt.,	6^h M. Zt. $=$	6	0	59,14 St.-Zt.
15^m „ $=$		15	2,46	25^m „ $=$		25	4,11
$14^s,6$ „ $=$			14,64	$58^s,6$ „ $=$			58,76
	6	16	16,2		6	27	2,0
St.-Zt. M.M.	16	8	42,7		16	8	42,7
$\vartheta_1 =$	22	24	59	$\vartheta_2 =$	22	35	45
$\alpha_1 =$	18	55	2	$\alpha_2 =$	1	57	32
$t_1 =$	3	29	57	$t_2 =$	20	38	13
$=$	$52^0\,29',2$ (412⁰)			$=$	$309^0\,33',2$		

$$t_1 - t_2 = 102^0\,56',0$$

$$lg\,sin\,t_1 = 9{,}89939 \qquad lg\,sin\,t_2 = 9{,}88707_n$$
$$lg\,tg\,\delta_2 = 9{,}95192 \qquad lg\,tg\,\delta_1 = 9{,}80497$$
$$9{,}85131 \qquad 9{,}69204_n$$
$$\text{Num.} + 0{,}71008 \qquad \text{Num.} - 0{,}49209$$
$$+ 0{,}49209$$
$$+ 1{,}20217;\ lg = 0{,}07996$$
$$lg\,sin\,(t_1 - t_2) = 9{,}98884$$
$$lg\,tg\,\varphi = 0{,}09112, \quad \varphi = 50^0\,58',0$$

Da die anderweitig ermittelte genaue Polhöhe der Gothaer Sternwarte $50^0\,56',6$ beträgt, stimmt die ohne winkelmessende astronomische Instrumente hergeleitete Breite bis auf $1',4$ mit der wahren überein.

4)ℓ. Zeitbestimmung aus Durchgängen zweier Sterne in der Nähe des Meridians.

Auf einer Station mit bekannter Breite werden die Durchgänge zweier Sterne ($\alpha_1 \delta_1$, $\alpha_2 \delta_2$) an dem Fadendreieck in der Nähe des Meridians beobachtet und die zugehörigen Uhrzeiten abgelesen, welche ohne Rücksicht auf den unbekannten Uhrstand mit U_1^0, U_2^0 bezeichnet seien; gesucht wird die Uhrkorrektion $\varDelta U$.

Die beobachteten Uhrzeiten U_1^0, U_2^0 sind in die zugehörigen Sternzeitmomente $\vartheta_1^0, \vartheta_2^0$ zu verwandeln. Der Stand der Uhr gegen Sternzeit sei $\varDelta\vartheta$ und die Stundenwinkel der Sterne mögen mit t_1^0, t_2^0 ohne Rücksicht auf die Uhrkorrektion, dagegen mit t_1, t_2 nach Verbesserung für den Uhrstand bezeichnet werden. Dann gelten im Anschluß an die vorher behandelte Aufgabe folgende Relationen:

$$t_1^0 = \vartheta_1^0 - \alpha_1, \quad t_1 = \vartheta_1^0 + \varDelta\vartheta - \alpha_1 = t_1^0 + \varDelta\vartheta$$
$$t_2^0 = \vartheta_2^0 - \alpha_2, \quad t_2 = \vartheta_2^0 + \varDelta\vartheta - \alpha_2 = t_2^0 + \varDelta\vartheta.$$

Es ist also

$$t_1 - t_2 = (\vartheta_1^0 - \alpha_1) - (\vartheta_2^0 - \alpha_2) = t_1^0 - t_2^0$$

aus den Beobachtungen bekannt. Setzt man diese Relationen in die früher (s. S. 321) abgeleitete Gleichung

$$93) \qquad tg\,\varphi \sin(t_1 - t_2) = \sin t_1\, tg\,\delta_2 - \sin t_2\, tg\,\delta_1$$

ein, so folgt

$$\begin{aligned} tg\,\varphi \sin(t_1^0 - t_2^0) &= \sin(t_1^0 + \varDelta\vartheta)\, tg\,\delta_2 - \sin(t_2^0 + \varDelta\vartheta)\, tg\,\delta_1 \\ &= tg\,\delta_2 \{\sin t_1^0 \cos\varDelta\vartheta + \cos t_1^0 \sin\varDelta\vartheta\} \\ &\quad - tg\,\delta_1 \{\sin t_2^0 \cos\varDelta\vartheta + \cos t_2^0 \sin\varDelta\vartheta\} \\ &= \cos\varDelta\vartheta \{tg\,\delta_2 \sin t_1^0 - tg\,\delta_1 \sin t_2^0\} \\ &\quad + \sin\varDelta\vartheta \{tg\,\delta_2 \cos t_1^0 - tg\,\delta_1 \cos t_2^0\}. \end{aligned}$$

Führt man jetzt die Hilfsgrößen

$$95) \qquad \begin{aligned} m_0 \sin M_0 &= tg\,\delta_2\, \sin t_1^0 - tg\,\delta_1\, \sin t_2^0 \\ m_0 \cos M_0 &= tg\,\delta_2\, \cos t_1^0 - tg\,\delta_1\, \cos t_2^0 \end{aligned}$$

ein, dann wird

$$\begin{aligned} tg\,\varphi\, \sin(t_1^0 - t_2^0) &= m_0 [\sin M_0\, \cos\varDelta\vartheta + \cos M_0\, \sin\varDelta\vartheta] \\ &= m_0 \sin(M_0 + \varDelta\vartheta) \end{aligned}$$

oder endlich

$$96) \qquad \sin(M_0 + \varDelta\vartheta) = \frac{tg\,\varphi\, \sin(t_1^0 - t_2^0)}{m_0}.$$

Da in dieser Gleichung M_0, φ, m_0, $t_1^0 - t_2^0$ bekannt sind, kann die Unbekannte $\varDelta\vartheta$ leicht gefunden werden, die, in mittlere

Zeit verwandelt, den gesuchten Uhrstand $\varDelta U$ gegen mittlere Zeit ergibt.

Um die zweckmäßigste Anordnung der Beobachtungen zu erkennen, geht man wiederum von der für die vorige Aufgabe hergeleiteten Differentialgleichung 94) aus, die jetzt nach dt aufgelöst und ohne Rücksicht auf $d\delta$ folgendermaßen lautet:

$$\text{94a)} \quad dt = \frac{\sin A \cos z}{\cos\delta \cos q}\, d\varphi + \frac{\sin z}{\cos\delta \cos q}\, dA + \cdots$$

Man erkennt hieraus, daß in der Ebene des Meridians ($A = 0$, $q = 0$) kleine Fehler der angenommenen Breite, sowie Unsicherheiten in der Azimutlage des Fadendreiecks nur einen verschwindenden Einfluß auf die Zeitbestimmung ausüben, ferner daß die Sterne in mäßigen Zenitdistanzen und in einigem Abstande vom Pol zu wählen sind. Man kann jedoch unbedenklich für die vorliegende Aufgabe in der Orientierung des Fadendreiecks bis zu $\pm 20^0$ vom Meridian abgehen und auch Sterne in mittleren Zenitdistanzen, am besten nördlich und südlich vom Zenit beobachten. Endlich sei erwähnt, daß die Lampe, um den Einfluß der Fehler einer unvollständigen Beleuchtung verschwindend klein zu machen, symmetrisch, stets auf dieselbe Seite vom Beobachter, gesetzt werden muß.

Beispiel zur Zeitbestimmung 4)$_t^0$.

Auf der Station Gotha (Sternwarte, $\varphi = 50^0\,56',6$) sind 1895, Nov. 23 von P. Harzer an einer Taschenuhr nach M. Zt. Durchgänge des Südsterns α Andromedae und des Nordsterns ζ Ursae majoris durch das nahe im Meridian stehende Fadendreieck beobachtet worden; gesucht wird die Uhrkorrektion $\varDelta U$.

Es waren

$$U_1^0 = 7^h\,33^m\,16^s,$$
$$U_2^0 = 7\;\;39\;\;50$$

und nach Verwandlung in Sternzeit

$$\vartheta_1^0 = 23^h\,43^m\,13{,}7^s,$$
$$\vartheta_2^0 = 23\;\;49\;\;48{,}9$$

Die scheinbaren Sternpositionen nach der Ephemeride sind:

$$\alpha_1 = 0^h\,3^m\,1{,}0^s, \qquad \alpha_2 = 13^h\,19^m\,43{,}3^s$$
$$\delta_1 = +28^0\,31',2 \qquad \delta_2 = +55^0\,27',9$$

Danach wird

$$t_1^0 = \vartheta_1^0 - \alpha_1 = 23^h\,40^m\,12{,}7^s = 355^0\ 3{,}2'$$
$$t_2^0 = \vartheta_2^0 - \alpha_2 = 10\ \ 30\ \ \ 5{,}6\ = 157\ 31{,}4$$
$$t_1^0 - t_2^0 \qquad = 197\ 31{,}8$$

$lg\,tg\,\delta_2 =$	$0{,}16229$	$lg\,tg\,\delta_2 =$	$0{,}16229$
$lg\,sin\,t_1^0 =$	$8{,}93565_n$	$lg\,cos\,t_1^0 =$	$9{,}99838$
	$9{,}09794_n$		$0{,}16067$
$a)$ Num.	$-\ 0{,}12530$	$a)'$ Num.	$+\ 1{,}44767$
$lg\,tg\,\delta_1 =$	$9{,}73513$	$lg\,tg\,\delta_1 =$	$9{,}73513$
$lg\,sin\,t_2^0 =$	$9{,}58241$	$lg\,cos\,t_2^0 =$	$9{,}96569_n$
	$9{,}31754$		$9{,}70082_n$
$b)$ Num.	$+\ 0{,}20775$	$b)'$ Num.	$-\ 0{,}50213$
$a) - b) =$	$-\ 0{,}33305$	$a)' - b)' =$	$+\ 1{,}94980$
$lg[a) - b)] =$	$9{,}52250_n$	$lg[a)' - b)'] =$	$0{,}28999$
$lg[a)' - b)'] =$	$0{,}28999$		

$$lg\,tg\,M_0 = 9{,}23251_n,\ M_0 = 350^0\,18'{,}4 = -\ 9^0\,41'{,}6,$$
$$lg\,sin\,M_0 = 9{,}22627_n,\ lg\,cos\,M_0 = 9{,}99376.$$

Da $sin\,M_0$, wie $a) - b)$ anzeigt, negativ, aber $cos\,M_0$, wie $a)' - b)'$ angibt, positiv sein soll, liegt M_0 im vierten Quadranten. Zieht man $lg\,sin\,M_0$ von $lg[a) - b)]$ bzw. $lg\,cos\,M_0$ von $lg[a)' - b)']$ ab, so findet man in beiden Fällen:

	$lg\,m_0 = 0{,}29623$	$M_0 + \varDelta\vartheta =$	$-10^0\,49'{,}0\ (349^0\,11'{,}0)$
(Nach 96)	$lg\,tg\,\varphi = 0{,}09076$	$M_0 =$	$-\ \ 9^0\,41'{,}6$
	$lg\,sin\,(t_1^0 - t_2^0) = 9{,}47886_n$	$\varDelta\vartheta =$	$-\ \ 1^0\ \ 7'{,}4$
	$lg\,1/m_0 = 9{,}70377$	$=$	$-\,4^m\,29^s{,}6$
	$lg\,sin\,(M_0 + \varDelta\vartheta) = 9{,}27339_n$		

Da $sin\,(M_0 + \varDelta\vartheta)$ negativ, $cos\,(M_0 + \varDelta\vartheta)$ positiv sein muß, liegt $M_0 + \varDelta\vartheta$ im vierten Quadranten, und man hat, wie oben berechnet, $\varDelta\vartheta = -4^m\,29^s{,}6$, also in mittlerer Zeit $\varDelta U = -4^m\,28^s{,}9$. Die anderweitig bestimmte genaue Uhrkorrektion betrug $-4^m\,31^s{,}4$; daher stimmt das ohne winkelmessende astronomische Instrumente hergeleitete $\varDelta U$ bis auf $2^s{,}5$ mit dem wahren überein.

Am Schluß dieser Betrachtungen über die geographische Ortsbestimmung ohne winkelmessende astronomische Instrumente sei noch der besondere Fall, wenigstens methodisch, ins Auge gefaßt,

daß die Durchgänge der beiden Sterne durch die Ebene eines Fadendreiecks zu derselben Zeit stattfinden. Alsdann wird die Rechnung, sowohl zur Zeitbestimmung nahe dem Meridian als auch zur Breitenermittelung in der Nähe des ersten Vertikals, besonders bequem.

Es ist nämlich in diesem speziellen Falle

$$U_1^0 = U_2^0 \text{ und } \vartheta_1^0 = \vartheta_2^0,$$

also

$$\begin{aligned} t_1 &= \vartheta_1^0 + \varDelta\vartheta - \alpha_1 \\ t_2 &= \vartheta_2^0 + \varDelta\vartheta - \alpha_2 \\ \hline t_1 - t_2 &= \alpha_2 - \alpha_1,\ t_1 = (\alpha_2 - \alpha_1) + t_2 \\ & \qquad t_2 = t_1 - (\alpha_2 - \alpha_1) \end{aligned}$$

Ausgehend von Formel 93) wird jetzt

$$\begin{aligned} tg\,\varphi\, sin(t_1 - t_2) &= sin\,t_1\, tg\,\delta_2 - sin\,t_2\, tg\,\delta_1 \\ \hline tg\,\varphi\, sin(\alpha_2 - \alpha_1) &= sin[(\alpha_2 - \alpha_1) + t_2]\, tg\,\delta_2 - sin\,t_2\, tg\,\delta_1 \\ &= tg\,\delta_2\,[sin(\alpha_2 - \alpha_1)\, cos\,t_2 + cos(\alpha_2 - \alpha_1)\, sin\,t_2] \\ &\qquad - sin\,t_2\, tg\,\delta_1 \\ &= sin\,t_2\,[tg\,\delta_2\, cos(\alpha_2 - \alpha_1) - tg\,\delta_1] \\ &\qquad + tg\,\delta_2\, sin(\alpha_2 - \alpha_1)\, cos\,t_2. \end{aligned}$$

Setzt man wiederum

$$97)\qquad \begin{cases} m_0'\, sin\,M_0' = tg\,\delta_2\, sin(\alpha_2 - \alpha_1) \\ m_0'\, cos\,M_0' = tg\,\delta_2\, cos(\alpha_2 - \alpha_1) - tg\,\delta_1, \end{cases}$$

so ergibt sich

$$\begin{aligned} tg\,\varphi\, sin(\alpha_2 - \alpha_1) &= m_0'\,\{sin\,M_0'\, cos\,t_2 + cos\,M_0'\, sin\,t_2\} \\ &= m_0'\, sin(M_0' + t_2) \\ \hline tg\,\varphi\, sin(\alpha_2 - \alpha_1) &= \frac{tg\,\delta_2\, sin(\alpha_2 - \alpha_1)}{sin\,M_0'}\, sin(M_0' + t_2). \end{aligned}$$

Also, ohne die Hilfsgröße m_0' zu berechnen, erhält man:

$$98)\qquad sin(M_0' + t_2) = \frac{tg\,\varphi\, sin\,M_0'}{tg\,\delta_2}$$

und entsprechend

$$99)\qquad tg\,\varphi = \frac{sin(M_0' + t_2)\, tg\,\delta_2}{sin\,M_0'}$$

Aus Gleichung 98) folgt bei bekannter Breite aus Sterndurchgängen nahe dem Meridian t_2, also auch nach den obigen Darlegungen $\varDelta\vartheta = t_2 - \vartheta_2^0 + \alpha_2$, wobei aus der Kontrollgleichung auch t_1, also nochmals $\varDelta\vartheta = t_1 - \vartheta_1^0 + \alpha_1$ sich ergibt. In diesem speziellen Falle ist es am bequemsten, auf der nördlichen Erd-

halbkugel in mittleren und höheren Breiten als einen der Sterne den Polarstern α Ursae minoris zu wählen, der wegen seiner langsamen scheinbaren Bewegung oft mit anderen Sternen durch denselben Vertikalkreis geht. Dann wäre es also eine Zeitbestimmung im Vertikal des Polarsterns.

Aus Gleichung 99) folgt endlich bei bekannter Uhrkorrektion aus Sterndurchgängen nahe dem ersten Vertikal die Breite φ, wobei als Kontrollgleichung die entsprechende Formel für t_1 und δ_1 gelten kann.

III. Geographische Ortsbestimmung im Luftballon.

Während die nautische Astronomie zur Bestimmung des Schiffsortes auf See seit vielen Jahrhunderten ein unentbehrliches Hilfsmittel der Schiffahrt geworden ist und stetig sich entwickelt hat, liegt die aeronautische Astronomie zur Ermittelung des Ballonortes bei Luftreisen noch in ihren ersten Anfängen, obwohl sie dazu berufen sein dürfte, der Luftschiffahrt gleichfalls wertvolle Dienste zu leisten.

Im Folgenden soll nun versucht werden, wenigstens die Grundlagen einer astronomischen Ortsbestimmung im Luftballon zu geben, im Anschluß an die schon vor mehreren Jahren vom Verfasser gemachten Vorschläge[1]) und nachdem die ersten einschlägigen Versuche in dieser Richtung auf dem aeronautischen Observatorium Lindenberg bei Beeskow durchgeführt worden sind[2]).

Eine Ballonfahrt mit Anblick der Erdoberfläche gleicht der Schiffahrt in Sicht der Küste, wo eine einfache Orientierung nach der Karte, unter Umständen auch mit Verwendung des Kompasses, genügt. Tritt aber, wie häufig, der Fall ein, daß die Erdober-

[1]) Vgl. Protokoll über die dritte zu Berlin abgehaltene Versammlung der internationalen Kommission für wissenschaftliche Luftschiffahrt, Straßburg 1903.

[2]) Mit Genehmigung der Direktion des Aeronautischen Observatoriums hat der Assistent an jenem Institut, A. Wegener, bereitwilligst bei einer Freifahrt am 11. Mai d. J. zum ersten Male vollständige astronomische Ortsbestimmungen im Ballon durchgeführt, deren Ergebnisse im Folgenden benutzt werden konnten und deren Einzelheiten noch in den Publikationen des Aeronautischen Observatoriums zur Diskussion gelangen sollen.

fläche für den Ballon durch Wolken verdeckt ist, so bleibt dem Luftschiffer, ähnlich wie dem Seefahrer auf hohem Meere, nur die Möglichkeit, sich mit Hilfe von Gestirnsmessungen zu orientieren.

Eine zweckmäßig ausgeführte astronomische Orientierung vermag den Luftschiffer in vielen kritischen Fällen vor ernsten Gefahren zu schützen und läßt ihn unter allen Umständen die beiden wertvollsten Hilfsmittel zur Führung des Ballons, nämlich Gas und Ballast, besser ausnutzen. Gelangt der Ballon z. B. bald nach seiner Abfahrt durch eine dichte Wolkenschicht, welche während der ganzen Fahrtdauer die Erdoberfläche für ihn verhüllt, so wird die astronomische Ortsbestimmung von großem Nutzen, da sonst der Aeronaut oft schon nach kurzer Zeit zu seiner Orientierung unter die Wolken gehen und nachher wieder aufsteigen muß, eine mit Gas- und Ballastverlust verbundene Operation, durch welche die Fahrtdauer nicht unerheblich abgekürzt wird. Handelt es sich ferner darum, ohne Sichtbarkeit der Erdoberfläche eine Annäherung an das Meer zu erkennen, oder die Landesgrenzen nicht zu überschreiten und in beiden Fällen rechtzeitig zu landen, so hilft die astronomische Ortsbestimmung in einfacher und entscheidender Weise. Ja sogar bei nach unten klarer Luft vermag der Luftschiffer aus einer zweckmäßigen astronomischen Orientierung großen Nutzen zu ziehen, wenn der Ballon über das Meer fliegt, wo die direkte Orientierung meist versagt, bei Nachtfahrten, wo die etwa einmal verlorene Orientierung nur selten wiedergefunden wird, und bei einer Dauerfahrt über wenig bekannte Gelände, welche geographischen oder sonstigen Zwecken dient.

Trotz dieser offenkundigen und auch von der internationalen Kommission für wissenschaftliche Luftschiffahrt[1]) bereits voll anerkannten Wichtigkeit, welche der astronomischen Orientierung im Ballon zukommt, ist dieselbe bisher noch immer ziemlich außer acht gelassen worden. Der Grund hierfür lag einmal in instrumentellen Schwierigkeiten, verursacht durch das unaufhörliche Schwanken und Rotieren des Ballonkorbes während der Fahrt,

---

[1]) Vgl. S. 327, Anm. 1, loc. cit., p. 55, wo von Hergesell, Neureuther, Berson und Scheimpflug im Anschluß an die Ausführungen des Verfassers die astronomische Ortsbestimmung im Ballon als „eine der wichtigsten Fragen für den praktischen Luftschiffer" bezeichnet wird.

und zweitens in dem Mangel geeigneter, ganz kurzer Hilfstafeln zur Berechnung der aeronautischen Ortsbestimmung, da dem Luftschiffer bei der schnellen und verantwortungsvollen Fahrt Zeit und Kraft zu längeren Rechnungen fehlt.

Was zunächst die Instrumente betrifft, so ist zu bedenken, daß vom Ballon über der Erdoberfläche aus der natürliche Horizont oder die Kimmlinie (s. Teil I, S. 2) fast niemals mit Sicherheit zu erkennen ist und auch die richtige Korrektion für Kimmtiefe (s. S. 57, 58) zur Reduktion auf den scheinbaren Horizont stets ganz unsicher bleibt. Es müssen deshalb alle Höhenmessungen der Gestirne vom Ballonkorb aus auf einen künstlichen Horizont bezogen werden. In dieser Beziehung liegen daher die Verhältnisse für eine Ortsbestimmung in der Luft ungünstiger als auf See, während auf der anderen Seite allerdings die zu fordernde Genauigkeit in der aeronautischen Orientierung viel geringer ist, da Gestirnsmessungen genügen, die den Ballonort am Tage und während der Nacht bis auf mindestens 10 Bogenminuten, also in sehr weiten Grenzen, zu geben imstande sind. Zahlreiche Versuche, welche v. Sigsfeld und Lans mit den auf See gebräuchlichen Spiegelinstrumenten unter Anwendung verschiedener Arten künstlicher Horizonte anstellten — letzterer maß z. B. Sonnenhöhen von dem lotrecht angenommenen Schlepptau aus —, scheiterten an den Erschütterungen und Schwankungen, welche der Ballonkorb, abgesehen von der meist vorhandenen rotatorischen Bewegung, ununterbrochen erfährt. Andererseits zeigten brauchbare, wenn auch ziemlich rohe Breitenbestimmungen, welche Berson auf mehreren Fahrten aus Messungen von Mittagshöhen der Sonne mittels eines sehr primitiven Senkelquadranten ausführte, ohne weiteres, daß selbst ziemlich ungenaue astronomische Orientierungen gelegentlich großen Nutzen für die Entscheidung der Frage bieten können, ob die Fahrt fortzusetzen oder abzubrechen sei. Dasselbe gilt von einem mit Vertikalpendel verbundenen Visierapparate Favés, an dem Sonnenhöhen und -azimute zur Ermittelung des Ballonortes gelegentlich beobachtet worden sind.

Alle diese instrumentellen Schwierigkeiten können jedoch nunmehr für beseitigt gelten, da in dem Libellenquadranten von Butenschön (s. Fig. 44 bis 46), bei dem die künstliche

Horizontmarke durch eine ins Fernrohr gespiegelte Libelle gebildet wird, ein zur Ortsbestimmung im Luftballon geeignetes Instrument gefunden ist, welches freihändig oder im Ballonkorbe aufgehängt zu den Gestirnsmessungen verwendet werden kann. Dieses überaus bequeme, schon vor mehreren Jahren vom Verfasser zur geographischen Ortsbestimmung im Luftballon vorgeschlagene [1]) Instrument konnte wegen zahlreicher anderer Forschungsarbeiten bei den Fahrten des Aeronautischen Observatoriums und infolge der Umsiedelung jenes Instituts nach Lindenberg bei Beeskow erst neuerdings auch im Ballonkorbe von A. Wegener eingehend erprobt werden, wobei der Libellenquadrant sich ebenso gut bewährt hat wie bei den zahlreichen Messungen, welche vom Verfasser auf See und am Lande mit demselben ausgeführt worden sind. Außer diesem hauptsächlich zur Messung der Gestirnshöhen dienenden Libellenquadranten, an dem aber auch durch Anbringung eines Horizontalkreises nebst Bussole (s. Fig. 46) Gestirnsazimute sich bestimmen lassen, ist nur noch eine zuverlässige Taschenuhr, vielleicht auch zur Sicherheit noch eine Reserveuhr erforderlich, welche für die im allgemeinen kurze Fahrtdauer Greenwicher oder andere Ortszeit bis auf etwa 10 Sekunden richtig angeben muß.

Mit diesen einfachen instrumentellen Hilfsmitteln, die sich bei der Freifahrt vom 11. Mai d. J. bereits bewährt haben, wie das weiter unten stehende Beispiel (s. S. 335) zeigt, mißt man möglichst schnell nacheinander am besten die Höhen zweier im Azimut passend voneinander abstehender Gestirne oder, falls dies nicht möglich ist, Höhe und womöglich auch das Azimut eines Gestirns. In dieser Hinsicht muß zwischen Ortsbestimmungen am Tage und in der Nacht unterschieden werden. Während des Tages gibt bei günstiger Stellung von Sonne und Mond je eine Höhenmessung dieser beiden Gestirne unmittelbar Breite und Länge, d. h. die Differenz der beobachteten Ortszeit gegen die von der Uhr angezeigte, z. B. Greenwicher Zeit. Ist aber, wie dies sehr oft der Fall sein wird, nur die Sonne allein sichtbar, so muß womöglich Höhe (h) und Azimut (A) jenes Gestirns am Libellenquadranten nach der Uhr gemessen werden. Letztere Koordinate (A) läßt sich im Ballon-

[1]) Vgl. S. 327, loc. cit., p. 149.

korbe am Libellenquadranten mit Bussole nur gegen den jeweiligen magnetischen Ortsmeridian und wegen der Drehungen des Korbes auch nur recht ungenau ermitteln. Außerdem muß jener Abstand der Sonne vom magnetischen Meridian erst noch mit Annahme eines vorläufigen, aus der Isogonenkarte zu entnehmenden Wertes der magnetischen Deklination auf das astronomische Azimut, oft mit doppelter Näherungsrechnung reduziert werden. Je nachdem nun die Sonne näher zum Ost-West-Vertikal oder aber näher zum Meridian steht, würde man in diesem Falle aus der Höhe die Zeit, aus dem Azimut die Breite oder aber aus der Höhe die Breite und aus dem Azimut die Zeit ableiten. Nach den im Ballon mehrfach angestellten Versuchen scheinen jedoch die Azimutmessungen mit der gewöhnlichen Bussole im Gegensatz zu den durchaus sich bewährenden Höhenmessungen bisher zur Ortsbestimmung zu ungenau zu sein. Es ist deshalb von Wichtigkeit, daß auch einzelne Höhenmessungen der Sonne, wie später gezeigt werden soll, wertvolle Indizien für die Lage des Ballonortes abgeben können. Außerdem bleibt in diesem Falle noch das Hilfsmittel übrig, aus Messungen der Horizontalintensität des Erdmagnetismus an einem geeigneten Instrument von Heydweiler den Ballonort an Hand der für die Erdoberfläche geltenden Isodynamenkarte, besonders in Breite, genähert festzulegen. Diese zuerst von Eschenhagen[1]) vorgeschlagene und neuerdings von Ebert (München) verbesserte, sozusagen geophysikalische Ortsbestimmung verdient übrigens auch als Ergänzung der rein astronomischen Orientierung volle Beachtung, falls nämlich die Luft vom Ballon aus nach oben und nach unten trübe sein sollte. Allerdings ist diese magnetische Ortsbestimmung im Luftballon gegenwärtig noch nicht über das Versuchsstadium hinausgekommen, während die astronomische Orientierung mit Hilfe von je zwei am Libellenquadranten gemessenen Gestirnshöhen sich bereits gut bewährt hat (s. S. 335).

In der Nacht liegen die Verhältnisse zur geographischen Orientierung im Ballon viel günstiger, da Höhenmessungen an zwei geeigneten, nahe dem Meridian und dem ersten Vertikal stehenden Fixsternen genügen, um Breite und Länge zu ermitteln,

---

[1]) Vgl. Zeitschr. f. Luftschiffahrt 1898, Oktoberheft.

wobei auf der nördlichen Halbkugel, außer in hohen Breiten [1]), der Polarstern α Ursae minoris stets mit einem anderen hellen Fixstern in ostwestlicher Richtung am Himmel verbunden werden kann.

Was nun die rechnerische Verwertung der im Vorangehenden erwähnten Beobachtungen zur Ortsbestimmung im Luftballon betrifft, so kann dieselbe im Gegensatz zur instrumentalen Frage bisher noch nicht als ganz abgeschlossen betrachtet werden, da erst auf Grund weiterer Erfahrungen die beste und kürzeste Form der Berechnung sich ergeben wird. Für die sofortige Auswertung astronomischer Beobachtungen im Ballon müssen unter allen Umständen möglichst knappe und bequeme Tafeln benutzt werden, welche dem Ballonführer in kürzester Zeit und mit dem denkbar geringsten Arbeitsaufwande den Ort bis auf etwa 10′ genau zu geben imstande sind. Bei der schnellen Fortbewegung des Ballons ist nämlich eine Ortsbestimmung nur dann von direktem Nutzen, wenn sie von dem übrigens auch durch die Führung des Ballons fast ganz in Anspruch genommenen Aeronauten schnell und einfach berechnet werden kann.

Auf Grund theoretischer Überlegungen und auch nach den bisher gemachten Erfahrungen scheint sich zur Auswertung geographischer Ortsbestimmungen bei Luftfahrten ganz besonders die auf See allgemein gebräuchliche Sumnermethode zu eignen, nach welcher aus jeder gemessenen Gestirnshöhe eine sogenannte Standlinie auf der Karte resultiert, auf der sich der Ballonort befinden muß. Sind nun zwei Höhen von Gestirnen in verschiedenen Azimuten gemessen worden, so ergeben sich zwei derartige Standlinien, auf deren Durchschnittspunkte der Ort des Beobachters selbst liegt.

Ohne an dieser Stelle auf Einzelheiten in der Methode der Standlinien näher einzugehen [2]), soll die Sumnermethode doch wenigstens in ihren Hauptzügen kurz charakterisiert werden, um das allgemeine Verständnis für die voraussichtlich zweckmäßigste Auswertung von Ortsbestimmungen im Ballon zu erleichtern. Das Wesen der Sumnermethode besteht in folgendem:

[1]) Für Gestirnshöhen über 65° verdeckt der Ballon die Aussicht von dem Korbe aus.

[2]) Hierfür sei unter anderem auf Bolte, Handbuch der Schiffahrtskunde, S. 84 bis 121 und auf Marcuse, Beiträge zur nautischen Astronomie, Marine-Rundschau, Jahrg. 1897, Heft 8 sowie Jahrg. 1898, Heft 3 verwiesen.

Wird zu einer bestimmten Zeit die Höhe eines Gestirns gemessen, so erhält man Daten zwar noch nicht zur Ermittelung von Länge und Breite des Beobachtungsortes, wohl aber zur Bestimmung eines Kreises auf der Erdkugel, über dessen Zentrum das Gestirn zur Beobachtungszeit im Zenit stand und auf dessen Peripherie der gesuchte Ort irgendwo liegen muß. Dieser Kreis gleicher Höhe ist ein sog. Sumnerkreis, dessen Zentrum durch die Chronometerablesung, d. h. den Stundenwinkel und dessen Radius durch die Höhenmessung, d. h. die Höhe des Gestirns bestimmt wird. Beobachtet man kurz darauf ein zweites, im Azimut ziemlich weit vom ersten abstehendes oder auch dasselbe Gestirn nach längerer Zwischenzeit, so erhält man einen zweiten Sumnerkreis, auf dessen Peripherie der Beobachtungsort ebenfalls liegen muß. Wird letzterer durch eine feste Station gebildet, so muß er sich unbedingt in einem der beiden Schnittpunkte befinden, in welchen die Sumnerkreise auf der Erdoberfläche sich schneiden. Ist es dagegen z. B. ein Schiff in Bewegung, so muß erst die Lage des einen Sumnerkreises durch Anbringung der sog. Versegelung auf den zweiten reduziert werden. Zum Eintragen dieser Sumnerkreise wird nun an Stelle des Erdglobus zweckmäßig eine Plattkarte nach winkeltreuer Mercatorprojektion benutzt, bei welcher die Kugel auf eine abwickelbare Fläche projiziert ist mit äquidistanten Längengraden und vom Äquator nach den Polen hin proportional den Sekantenfunktionen der Polhöhe (s. Anhang I, S. 307) zunehmenden Breitegraden.

In der Praxis genügt an Stelle des ganzen Sumnerkreises ein so kleines Bogenstück, daß statt desselben eine gerade Linie, die sog. Sumnerlinie, gezogen werden kann und zwar in dem der Beobachtungsstelle entsprechenden Teile der Karte. Da die Sumnerlinie, ihrer Definition gemäß, senkrecht zur Richtung nach dem beobachteten Gestirn steht, ist der Winkel zwischen der Linie und dem Breitenparallel identisch mit dem Azimut des Gestirns. Man kann daher die Sumnerlinie in die Karte eintragen, wenn für einen Punkt derselben, z. B. aus der geschätzten Breite, die zugehörige Länge und das entsprechende wahre Azimut des Gestirns berechnet ist, oder aber, wenn die Längen zweier Punkte bestimmt werden, welche zu zwei angenommenen, um Bruchteile eines Grades differierenden Breitenwerten gehören. Der Beobachtungsort muß sich

dann irgendwo auf dieser Linie befinden; konstruiert man darauf nach einer neuen Höhenmessung am Himmel eine zweite Sumnerlinie auf der Karte, so bestimmt der Schnittpunkt beider Linien, falls nötig nach Verschiebung für die schon erwähnte Versegelung, unzweideutig den Beobachtungsort.

Diese durchsichtige und einfache Methode fand allgemeine Verbreitung, nachdem besondere Tafeln das Einzeichnen der Standlinien erheblich vereinfachten. Hierzu dienen unter anderen die bekannten Azimuttafeln (s. Teil II, S. 73), die Tafeln von W. Thomson[1]) und die Tafeln der Mercatorfunktion von Börgen (s. Anhang I, S. 306[2]).

Für die schnelle Berechnung von Ortsbestimmungen in der Luft müssen auf Grund des vorhandenen Tafelmaterials ganz kurze und bequeme Tabellen mit Anwendung der Methode der Standlinien und der Mercatorfunktionen benutzt werden. Der Umstand, daß die Genauigkeit der Ortsbestimmung für den Ballonort nur auf etwa 10′ getrieben zu werden braucht, wirkt hierbei besonders günstig mit. Dagegen liegen die Verhältnisse in der Luft dadurch ungünstiger als auf See, daß der Beobachter im Ballon seine Versegelung ohne Orientierung nach unten nicht kennt. Wenn am Tage gelegentlich Sonne und Mond nahezu gleichzeitig oder des Nachts stets zwei geeignete Fixsterne kurz nacheinander beobachtet werden können, darf man die etwaige Versegelung des Ballons innerhalb der verlangten Genauigkeit vernachlässigen. Aber, wenn der sicherlich häufige Fall eintritt, daß bei Tage nur Sonnenhöhen zu messen sind, so kann der Luftschiffer nicht wie der Seemann die Messung nach ein bis zwei Stunden wiederholen und durch Anbringung der Versegelung beide Beobachtungen zur Ortsbestimmung miteinander verbinden. Abgesehen davon, daß er seine Versegelung nur dann anzugeben vermag, wenn er eine direkte Orientierung nach unten besitzt, also eine astronomische Ortsbestimmung überhaupt nicht nötig hat, wird er nur in sehr seltenen Fällen ein bis zwei Stunden warten können, da

[1]) Vgl. Thomson, Tafeln zur Erleichterung der Anwendung der Sumnerschen Methode; Neuberechnung, Pola 1884.

[2]) Eine abgekürzte Tafel der Mercatorfunktion ist am Schluß des Anhanges (S. 340, 341) gegeben, aus welcher $f(x)$ direkt und $cof(x)$ nach Verwandlung des Winkels x in sein Komplement, also als $f(90^\circ - x)$ entnommen werden kann.

der größte Teil der Ballonfahrt bereits nach mehreren Stunden beendet sein dürfte.

In diesem Falle tritt jedoch ein wesentlicher Vorzug der Standlinienmethode in Wirksamkeit, der für den Aeronauten von größter Wichtigkeit sein kann, daß nämlich schon eine einzelne Gestirnshöhe auf der Karte bereits eine Linie angibt, welche den geometrischen Ort des Beobachters darstellt. In vielen Fällen kann der Ballonführer daraus erheblichen Nutzen ziehen, wenn er weiß, daß er sich auf einer bestimmten Linie befindet. Geht diese Standlinie z. B. durch den Aufstiegsort, so kennt man die Richtung des Ballonfluges; liegt sie senkrecht zur Flugrichtung, und ist letztere wenigstens beiläufig bekannt, so läßt sich beurteilen, wie weit der Ballon sich vom Ausgangspunkte entfernt hat. Geht endlich die Standlinie parallel z. B. zur Ostseeküste, so vermag der Luftschiffer, wenn ihm auch sonst sein Ort unbekannt ist, wenigstens abzuschätzen, in welcher Entfernung von der Küste sich der Ballon befindet.

Allerdings können auch Fälle vorkommen, in denen die Lage einer einzelnen Standlinie kein ausreichendes Urteil über den Ballonort erlaubt. Dann versagt die einfache astronomische Orientierung nach der Sumnermethode und es bleibt nichts weiter übrig, als zu der bekannten Gestirnshöhe, wie schon früher erwähnt, mit Hilfe der Magnetnadel noch ein zweites Element zur Ortsbestimmung zu erhalten, sei es, daß mit einer Bussole das Sonnenazimut gemessen wird (s. S. 331) oder daß die Horizontalintensität des Erdmagnetismus in Verbindung mit den Karten der Isodynamen (s. S. 331) zur Verwendung gelangt.

Beispiel zur Ortsbestimmung im Luftballon.

Auf einer Hochfahrt des Ballons „Brandenburg“ vom Königl. Aeronautischen Observatorium, welche am 11. Mai 1905, morgens $8^h 34^m$ bei Berlin begann und $6^h 50^m$ abends in der Nähe von Beuthen aufhörte, hat Dr. A. Wegener, Assistent des aeronautischen Observatoriums, eine Reihe astronomischer Ortsbestimmungen durch Messungen von Sonnen- und Mondhöhen mit dem Libellenquadranten ausgeführt. Da während dieser ganzen Tagesfahrt, die bis zu Höhen von 5800 m hinaufging, die Luft nach unten besonders klar war, ergab die dauernde Orientierung

nach der Erdoberfläche eine gute Kontrolle für die Brauchbarkeit der astronomischen Ortsbestimmungen. Auf der in Fig. 54 wiedergegebenen Karte stellt die ausgezogene Kurve die wirkliche Fahrt

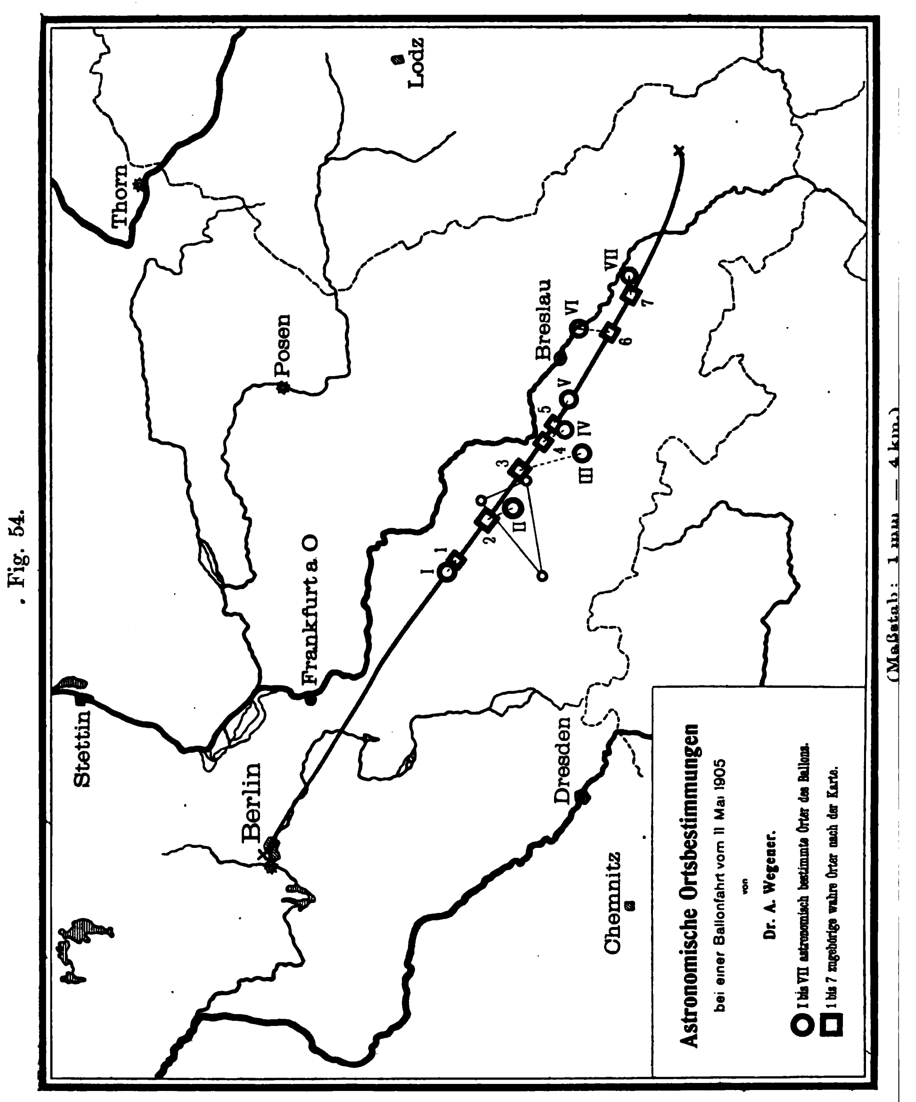


Fig. 54.

(Maßstab: 1 mm — 4 km.)

des Ballons dar, die kreisförmig bezeichneten Örter sind die astronomisch, die quadratisch markierten dagegen die kartographisch festgelegten Beobachtungspunkte über den entsprechenden Stellen der Erdoberfläche. Man erkennt aus der Vergleichung beider,

daß die astronomischen Ortsbestimmungen im Ballon für die vorliegenden Zwecke genau genug ausgefallen sind. Selbst ohne Orientierung nach unten würde sich, allein aus der Verbindung der Örter I bis VII, eine sehr gute Darstellung für die Kurve der Ballonfahrt ergeben haben.

Es sei nun aus der Zahl astronomischer Ortsbestimmungen im Ballon die letzte, am 11. Mai 1905, $4^h 44^m$ p. m. in einer Höhe von 4000 m ausgeführte herausgegriffen, um die Art der Beobachtung und Rechnung im einzelnen zu zeigen. Die Beobachtung fand am Libellenquadranten (s. Fig. 44) mit einem M. E. Zt. angebenden Taschenchronometer statt, die Berechnung wurde nach der Sumnermethode mit Benutzung der Tabelle der Mercatorfunktionen (s. S. 306 sowie die abgekürzte Tafel S. 340, 341) ausgeführt.

1905 Mai 11, $4^h 44^m$ p. m. Station: Ballon „Brandenburg“ in 4000 m Höhe; Instrument: Libellenquadrant von Butenschön; Uhr: Taschenchronometer nach M. E. Zt; Beobachter: A. Wegener.

Mond: Ostvertikal.		Sonne: Westvertikal.	
$U_☽ =$	$4^h 42^m 40^s$	$U_\odot =$	$4^h 45^m 25^s$
$\varDelta U =$	-24	$\varDelta U =$	-24
M. E. Zt.	4 42 16		4 45 1
Greenw. M. Zt. $=$	3 42 16	Greenw. M. Zt. $=$	3 45 1
$(h_☽) =$	$52^0 37'$	$(h_\odot) =$	$23^0 24'$
Indexf. $=$	-10	Indexf. $=$	-10
$h'_☽ =$	52 27	$h'_\odot =$	23 14
Parall. und Refraktion [1])	$+34$	Refr. $=$	-2
$h_☽ =$	53 1	$h_\odot =$	23 12

[1]) Diese stets positive Gesamtbeschickung der scheinbaren Mondhöhe ist der folgenden abgekürzten Tabelle entnommen, die für eine mittlere Horizontalparallaxe des Mondes von 57′ sowie für eine bei 0° C und 650 mm herrschende Refraktion gerechnet ist:

10°	51′	35°	46′	56°	31′
15	52	40	43	60	28
20	51	44	40	62	26
25	50	48	37	64	24
30°	48′	52°	34′	66°	22′

$z_{☽} =$	$36^0\,59'$	$z_{\odot} =$	$66^0\ 48'$
$\delta_{☽} =$	$+15\ \ 9$	$\delta_{\odot} =$	$+17\ \ 49$
$z + \delta_{☽} =$	$52\ \ 8$	$z + \delta_{\odot} =$	$84\ \ 37$
$z - \delta_{☽} =$	$21\ \ 50$	$z - \delta_{\odot} =$	$48\ \ 59$

Nunmehr rechnet man für eine geschätzte Breite φ den Stundenwinkel t und das Azimut A der Beobachtung mit Hilfe der Mercatorfunktion nach folgenden einfachen Formeln[1]:

$$
\begin{aligned}
f(\xi) &= -f(\varphi) + f(z+\delta) \\
f(\xi_1) &= \quad f(\varphi) + f(z-\delta) \\
cof(t) &= \tfrac{1}{2}\,\{cof(\xi) + cof(\xi_1)\} \\
cof(A) &= \tfrac{1}{2}\,\{cof(\xi) - cof(\xi_1)\}
\end{aligned}
\tag{100}
$$

Nimmt man im vorliegenden Falle $(\varphi) = +51^0$, so ergibt sich nach den Tabellen der Mercatorfunktion (s. S. 340):

Mond: Ost		Sonne: West	
$f(\varphi)$	$=+\ 3569$	$f(\varphi)$	$=+\ 3569$
$f(z+\delta_{☽})$	$=+\ 3678$	$f(z+\delta_{\odot})$	$=+10510$
$f(z-\delta_{☽})$	$=+\ 1343$	$f(z-\delta_{\odot})$	$=+\ 3381$
$f(\xi)$	$=+\ 109$	$f(\xi)$	$=+\ 6941$
$f(\xi_1)$	$=+\ 4912$	$f(\xi_1)$	$=+\ 6950$
$cof(\xi)$	$=+14248$	$cof(\xi)$	$=+\ 918$
$cof(\xi_1)$	$=+\ 1680$	$cof(\xi_1)$	$=+\ 916$
$cof(t)$	$=+\ 7964$	$cof(t)$	$=+\ 917$
$cof(A)$	$=+\ 6284$	$cof(A)$	$=+\ 1$

$t_{☽} = -11^0 16' = -0^h\,45^m\,4^s$ $\qquad$ $t_{\odot} = +74^0\,54' = 4^h\,59^m\,36^s$

$A_{☽} = -18^0\,16'$ (östlich) $\qquad$ $A_{\odot} = +89^0\,59'$ (westlich)

Um nun die Standlinien nach der Sumnermethode zu finden, bestimmt man aus dem Stundenwinkel $t_{☽}$ die Länge λ_1 und legt durch den Ort $\lambda_1(\varphi)$ eine Linie, welche mit dem Meridian den Winkel $A_{☽} \pm 90^0$ bildet. Dann liegt der Ballonort auf dieser Linie. Ebenso verfährt man mit den Sonnenbeobachtungen, indem aus $t_{\odot}$ die Länge λ_2 hergeleitet und durch den Ort $\lambda_2(\varphi)$ eine zweite Standlinie gelegt wird, welche mit dem Meridian den Winkel $A_{\odot} \pm 90^0$ bildet. Der Schnittpunkt beider Linien stellt den wahren Ballonort dar[2].

[1]) Vgl. Börgen, loc. cit., p. 12, sowie Anhang I im vorliegenden Handbuche, S. 310.

[2]) Man könnte zum Einzeichnen der Standlinie anstatt des Azimuts und der Länge auch zwei Längen nach Abänderung der Breite benutzen, oder

$t_☾$	=	$-0^h\ 45^m\ 4^s$
$\alpha_☾ - \alpha_\odot$[1]	=	5 41 47
M. Ortsz.	=	4 56 43
Greenw. Zt. d. Beob.	=	3 42 16 (s. S. 337)
λ_1	=	1 14 27

$t_\odot$	=	$4^h\ 59^m\ 36^s$
Zeitgleichung	=	— 3 45
M. Ortsz.	=	4 55 51
Greenw. Zt. d. Beob.	=	3 45 1
λ_2	=	1 10 50

So ist denn $(\varphi) = 51^0$, $\lambda_1 = 1^h\ 14^m\ 27^s$ ein Punkt derjenigen Sumnerlinie, die normal zum Azimut $A_☾ = -18^0\ 16'$ verläuft und $(\varphi) = 51^0$, $\lambda_2 = 1^h\ 10^m\ 50^s$ ein Punkt der zweiten, senkrecht zum Azimut $A_\odot = 89^0\ 59'$ liegenden Sumnerlinie. Auf graphischem Wege erhält man als Schnittpunkt beider Standlinien für den Ort des Ballons zur Zeit $4^h\ 44^m$ p. m.

$$\varphi = 50^0\ 48',\ \lambda = 1^h\ 10^m\ 50^s = 17^0\ 41'.$$

Da der aus der direkten Orientierung nach unten um $4^h\ 44^m$ sich ergebende Ballonort $\varphi = 50^0\ 45'$, $\lambda = 17^0\ 32'$ betrug, stimmt die astronomisch ermittelte mit der kartographisch bestimmten Position des Ballons bis auf etwa 12 km überein.

aber für zwei angenommene Längen auch die den gemessenen Zenitdistanzen entsprechenden Breiten ermitteln und auf solche Weise zwei Punkte zum Ziehen der Standlinie finden. Es bleibt dem Beobachter zu entscheiden, welche Variation derselben Methode je nach der Besonderheit des Falles am schnellsten zum Ziele führt.

[1]) $\alpha_☾ - \alpha_\odot$ stellt die Differenz der Rektaszension des Mondes und der mittleren Sonne dar, die nebst den anderen Angaben vor Antritt der Ballonfahrt aus dem Nautischen Jahrbuche zu entnehmen ist.

Abgekürzte Tafel der Mercatorfunktion. I.

Winkel x	Zahlenwerte der Funktion und Cofunktion: $f(x)$, $cof(x) = f(90^\circ - x)$ (s. S. 334 Anm. 2)							Winkel x
° ↓ → ′	0′	10′	20′	30′	40′	50′	60′	′ ← ↓ °
0°	0	10	20	30	40	50	60	0°
1	60	70	80	90	100	110	120	1
2	120	130	140	150	160	170	180	2
3	180	190	200	210	220	230	240	3
4	240	250	260	270	280	290	300	4
5	300	310	320	330	341	351	361	5
6	361	371	381	391	401	411	421	6
7	421	431	441	451	461	471	482	7
8	482	492	502	512	522	532	542	8
9	542	552	562	573	583	593	603	9
10	603	613	623	634	644	654	664	10
11	664	674	684	695	705	715	725	11
12	725	735	746	756	766	776	787	12
13	787	797	807	818	828	838	848	13
14	848	859	869	879	890	900	910	14
15	910	921	931	942	952	962	973	15
16	973	983	993	1004	1014	1025	1035	16
17	1035	1046	1056	1067	1077	1088	1098	17
18	1098	1109	1119	1130	1140	1151	1161	18
19	1161	1172	1183	1193	1204	1214	1225	19
20	1225	1236	1246	1257	1268	1278	1289	20
21	1289	1300	1311	1321	1332	1343	1354	21
22	1354	1364	1375	1386	1397	1408	1419	22
23	1419	1429	1440	1451	1462	1473	1484	23
24	1484	1495	1506	1517	1528	1539	1550	24
25	1550	1561	1572	1583	1594	1605	1616	25
26	1616	1628	1639	1650	1661	1672	1683	26
27	1683	1695	1706	1717	1728	1740	1751	27
28	1751	1762	1774	1785	1797	1808	1819	28
29	1819	1831	1842	1854	1865	1877	1888	29
30	1888	1900	1911	1923	1935	1946	1958	30
31	1958	1970	1981	1993	2005	2017	2028	31
32	2028	2040	2052	2064	2076	2088	2099	32
33	2099	2111	2123	2135	2147	2159	2171	33
34	2171	2184	2196	2208	2220	2232	2244	34
35	2244	2256	2269	2281	2293	2306	2318	35
36	2318	2330	2343	2355	2368	2380	2393	36
37	2393	2405	2418	2430	2443	2456	2468	37
38	2468	2481	2494	2506	2519	2532	2545	38
39	2545	2558	2571	2584	2597	2610	2623	39
40	2623	2636	2649	2662	2675	2688	2702	40
41	2702	2715	2728	2741	2755	2768	2782	41
42	2782	2795	2809	2822	2836	2849	2863	42
43	2863	2877	2890	2904	2918	2932	2946	43
44	2946	2960	2974	2988	3002	3016	3030	44
45°	3030	3044	3058	3073	3087	3101	3115	45°

Abgekürzte Tafel der Mercatorfunktion. II.

Winkel x ↓° →′	Zahlenwerte der Funktion und Cofunktion: $f(x)$, $cof(x) = f(90^0 - x)$ (s. S. 334 Anm. 2)							Winkel x ′← ↓°
	0′	10′	20′	30′	40′	50′	60′	
45°	3030	3044	3058	3073	3037	3101	3115	45°
46	3115	3130	3144	3159	3173	3188	3203	46
47	3203	3217	3232	3247	3262	3277	3291	47
48	3291	3306	3321	3337	3352	3367	3382	48
49	3382	3397	3413	3428	3443	3459	3474	49
50	3474	3490	3506	3521	3537	3553	3569	50
51	3569	3585	3601	3617	3633	3649	3665	51
52	3665	3681	3698	3714	3731	3747	3764	52
53	3764	3780	3797	3814	3831	3848	3865	53
54	3865	3882	3899	3916	3933	3951	3968	54
55	3968	3985	4003	4021	4038	4056	4074	55
56	4074	4092	4110	4128	4146	4164	4183	56
57	4183	4201	4219	4238	4257	4275	4294	57
58	4294	4332	4332	4351	4370	4390	4409	58
59	4409	4429	4448	4468	4488	4507	4527	59
60	4527	4547	4568	4588	4608	4629	4649	60
61	4649	4670	4691	4712	4733	4754	4775	61
62	4775	4796	4818	4839	4861	4883	4905	62
63	4905	4927	4949	4972	4994	5017	5039	63
64	5039	5062	5085	5108	5132	5155	5179	64
65	5179	5202	5226	5250	5275	5299	5323	65
66	5323	5348	5373	5398	5423	5448	5474	66
67	5474	5500	5525	5552	5578	5604	5631	67
68	5631	5658	5685	5712	5739	5767	5795	68
69	5795	5823	5851	5879	5908	5937	5966	69
70	5966	5995	6025	6055	6085	6115	6146	70
71	6146	6176	6208	6239	6271	6303	6335	71
72	6335	6367	6400	6433	6467	6500	6534	72
73	6534	6569	6603	6639	6674	6710	6746	73
74	6746	6782	6819	6856	6894	6932	6970	74
75	6970	7009	7048	7088	7128	7169	7210	75
76	7210	7252	7294	7336	7379	7423	7467	76
77	7467	7512	7557	7603	7650	7697	7745	77
78	7745	7793	7842	7892	7942	7994	8046	78
79	8046	8098	8152	8207	8262	8318	8375	79
80	8375	8433	8492	8552	8613	8676	8739	80
81	8739	8804	8869	8936	9005	9074	9145	81
82	9145	9218	9292	9368	9445	9525	9606	82
83	9606	9689	9774	9861	9951	10042	10137	83
84	10137	10234	10334	10436	10542	10652	10765	84
85	10765	10881	11002	11127	11257	11392	11532	85
86	11532	11679	11832	11992	12160	12336	12522	86
87	12522	12719	12927	13149	13386	13641	13916	87
88	13916	14216	14543	14906	15310	15770	16300	88
89°	16300	16926	17693	18682	20076	22459	∞	89°

Zusätze und Berichtigungen.

Seite 29 sind bei den Reduktionen der M. E. Z. auf Ortszeit nach der neuen Albrechtschen Ausgleichung des europäischen Längennetzes folgende kleine Verbesserungen anzubringen:

$+ 0^s,1$ für Göttingen, Hamburg, Straßburg,

$- 0^s,1$ für Potsdam (Astr. Observatorium).

Für Potsdam (Geod. Institut) ist die Reduktion $- 7^m 44^s,0$ hinzuzufügen.

„ 73, Zeile 14 und 15 von oben lies 72° statt 70°.

„ 114, Zeile 17 von oben lies Fadenantritte statt -eintritte.

„ 187, Überschrift muß Zeit- statt Teilbestimmungen heißen.

„ 190, Zeile 13 von oben lies $2)_t$ statt 2).

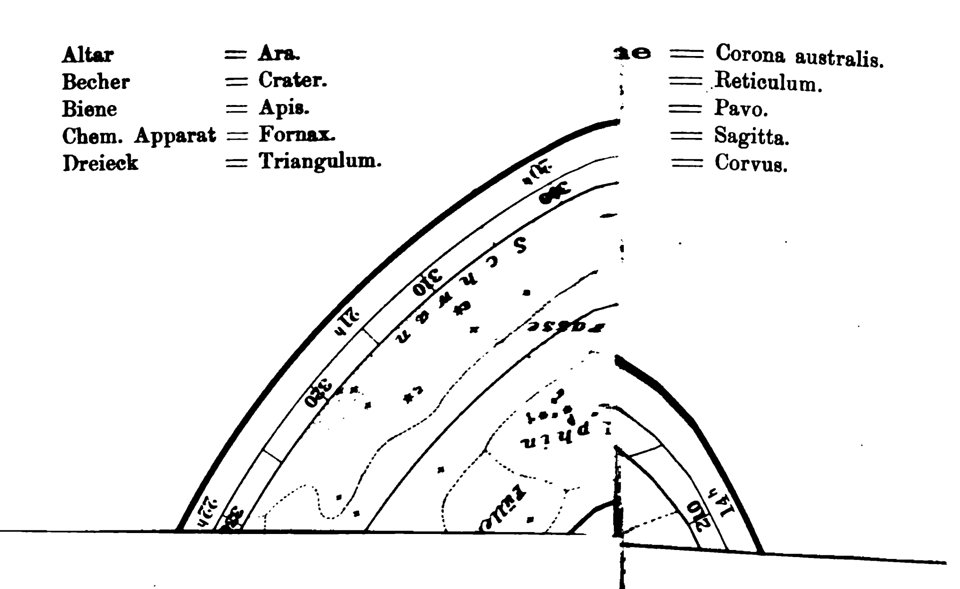
„ 199, Zeile 6 von unten lies z_a statt z.

„ 290 ist zu bemerken, daß neuerdings Zeitübertragungen mit vorzüglichen Chronometern (Paris-Neuchâtel und Madagaskar-Réunion im Indischen Ozean), also bei Bahn- und Schiffstransporten, die bemerkenswerte Genauigkeit von wenigen Zehnteln der Zeitsekunde für eine einzelne Messung der Längendifferenz ergaben.

„ 305, Zeile 13 von oben gehört die Zahl (+ 360) zu der darüberstehenden Gradzahl 157.

Altar = Ara.
Becher = Crater.
Biene = Apis.
Chem. Apparat = Fornax.
Dreieck = Triangulum.

...ae = Corona australis.
= Reticulum.
= Pavo.
= Sagitta.
= Corvus.



Adler	=	Aquila.
Großer Bär	=	Ursa ma
Kleiner Bär	=	Ursa mi
Drache	=	Draco.
Eidechse	=	Lacerta.
Einhorn	=	Monocer
Fische	=	Pisces.

Jungfrau	=	Virgo.
Krebs	=	Cancer.
Krone (nördl.)	=	Corona borealis.
Leyer	=	Lyra.
Löwe	=	Leo.
Luchs	=	Lynx.
Schlange	=	Serpens.

